

Д. Т. Чурекеев, Н. К. Нуриев

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ПОЛЛИНГА С ПЕРЕМЕННОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПОТОКА*Ключевые слова: моделирование, переменный поток, система Поллинга, Anilogic.*

В статье рассматривается задача имитационного моделирования системы стохастического поллинга с нестационарным (переменным) потоком запросов. Системы Поллинга, или системы упорядоченного опроса, представляют собой частный случай систем массового обслуживания с несколькими очередями и находят широкое применение в телекоммуникационных, транспортных, производственных системах, а также в системах управления запасами и дорожного движения. Аналитическое исследование таких систем для сложных конфигураций затруднено, что обуславливает актуальность применения имитационного моделирования. Построена имитационная модель в среде AnyLogic, включающая три очереди с различными характеристиками входных потоков: неоднородный поток по распределению Вейбулла, поток по расписанию интенсивностей с суточной циклическостью и неординарный поток с равномерным распределением и групповыми заявками. Обслуживание осуществляется одним сервером по циклическому порядку опроса с исчерпывающей дисциплиной, при которой сервер обрабатывает очередь до её полного опустошения. Интенсивность обслуживания задаётся треугольным распределением как неоднородный пуассоновский процесс, зависящий от времени. Проведён сравнительный анализ двух моделей — с переменной и постоянной интенсивностью обслуживания. Результаты моделирования за 700 часов показали, что модель с переменной интенсивностью демонстрирует более стабильную работу: средний коэффициент загрузки составляет 0,81 против 0,88 при постоянной интенсивности, при этом лучше сглаживаются пиковые нагрузки и снижается риск переполнения очередей. Очередь с потоком по расписанию интенсивностей выявлена как наиболее загруженная и являющаяся «узким местом» системы. Установлено, что переменная интенсивность обслуживания эффективнее адаптируется к суточным циклам нагрузки и обеспечивает больший запас прочности для непредвиденных всплесков запросов.

D. T. Churekeev, N. K. Nureev

MODELING OF A POLLING SYSTEM WITH VARIABLE FLOW INTENSITY*Keywords: modeling, variable flow, Polling system, Anilogic.*

This paper addresses the problem of simulation modeling of a stochastic polling system with a non-stationary (time-varying) arrival process. Polling systems, also known as ordered-service systems, constitute a special subclass of multi-queue queueing systems and are widely applied in telecommunications, transportation, manufacturing, inventory management, and traffic control systems. Analytical investigation of such systems becomes considerably difficult for complex configurations, which underscores the relevance of employing simulation-based approaches. A simulation model has been developed in the AnyLogic environment, incorporating three queues with distinct input flow characteristics: a heterogeneous flow following a Weibull distribution, a flow governed by an intensity schedule with daily periodicity, and a non-ordinary flow with a uniform distribution and batch arrivals. Service is provided by a single server operating under a cyclic polling order with an exhaustive discipline, whereby the server processes each queue until it is completely emptied. The service intensity is defined by a triangular distribution as a non-homogeneous Poisson process that varies over time. A comparative analysis is conducted between two models — one with variable and the other with constant service intensity. The simulation results obtained over a 700-hour period demonstrate that the model with variable intensity exhibits more stable operation: the average utilization factor is 0.81 compared to 0.88 under constant intensity, while peak loads are smoothed more effectively and the risk of queue overflow is reduced. The queue with the intensity-scheduled flow has been identified as the most heavily loaded and thus the bottleneck of the system. It is established that variable service intensity adapts more effectively to daily load cycles and provides a greater safety margin for unexpected surges in demand.

Введение

Практическая значимость систем стохастического поллинга стимулирует постановку перед исследователями всё более сложных и разнообразных задач. Соответствующие математические модели находят применение при оценке эффективности, проектировании и оптимизации широкого спектра систем — от телекоммуникационных сетей и транспортных потоков до производственных комплексов, логистических цепочек управления запасами и систем регулирования дорожного движения [1].

Системы поллинга, или системы с циклическим опросом, занимают особое место в теории массового обслуживания, представляя собой её специализированный подкласс, характеризующийся

наличием нескольких очередей и механизмом их последовательного обслуживания [2–6].

Принято выделять две принципиально различные категории подобных систем. К первой относятся модели, в которых функционирует несколько обслуживающих приборов, а каждая поступающая заявка автономно определяет, к какому из них направиться. Вторую категорию образуют, собственно, системы поллинга: здесь единый сервер последовательно посещает очереди, обрабатывая накопившиеся в каждой из них требования согласно определённому алгоритму обхода.

В зависимости от характера множества очередей выделяют два типа моделей. Дискретные системы оперируют конечным либо счётным числом мест ожидания. Непрерывные системы предполагают, что

совокупность пунктов обслуживания образует несчётное множество; при их исследовании заявки рассматриваются как распределённые в n -мерном пространстве либо размещённые на окружности.

Анализ дискретных моделей опирается на ряд определяющих параметров:

- число очередей и ёмкость каждой из них (максимальное число мест для ожидания);
- количество обслуживающих приборов (серверов);
- интенсивности входящего потока заявок и потока обслуживания;
- длительность переключения сервера с одной очереди на другую (так называемое время переадресации);
- стратегия выбора очереди для посещения;
- дисциплина обслуживания требований внутри каждой очереди.

Отдельного рассмотрения заслуживает механизм обхода — правило, регламентирующее порядок перехода сервера между очередями. В литературе различают две его разновидности. При статическом порядке маршрут обхода жёстко задан заранее и остаётся неизменным на протяжении всего времени функционирования системы. При динамическом порядке решение о направлении к следующей очереди принимается адаптивно, в заданные моменты времени, на основании имеющейся (полной или частичной) информации о текущем состоянии системы — например, о длинах очередей или времени ожидания заявок.

Можно рассмотреть систему поллинга, содержащую N очередей ($N \geq 2$), обозначаемых как $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$. В зависимости от того, по какому правилу сервер выбирает следующую очередь для обслуживания, выделяют следующие разновидности порядка опроса:

- Циклический (кольцевой) порядок. Сервер последовательно посещает очереди в фиксированной последовательности $Q_1 \rightarrow Q_2 \rightarrow \dots \rightarrow Q_N$, после чего цикл начинается заново. Направление и порядок обхода остаются неизменными на протяжении всей работы системы.

- Стохастический (случайный) порядок. Очередь, которую сервер посетит следующей, определяется случайным выбором. При этом результат предыдущих обращений не влияет на текущий выбор — каждая очередь может быть выбрана независимо от истории обслуживания.

- Приоритетный порядок. Каждой очереди Q_i назначается определённый приоритетный ранг. Сервер сначала полностью обслуживает все очереди наивысшего приоритета и переключается на очереди нижестоящего уровня только после того, как высокоприоритетные очереди окажутся пустыми.

- Адаптивный динамический порядок. В основе лежит циклический обход, однако сервер оптимизирует свою работу, пропуская очереди, в которых на момент предыдущего визита не оказалось заявок. Такие пропущенные очереди возвращаются в график проверки через определённое число циклов (как правило, через один).

- Периодический (табличный) порядок. Последовательность посещения очередей задаётся заранее составленной таблицей опроса, в которой перечислены номера очередей в нужном порядке. Сервер строго следует этой таблице, обеспечивая повторяющийся маршрут обслуживания.

Следующий критерий классификации систем поллинга — дисциплина обслуживания заявок, которая делится на несколько основных типов:

- Исчерпывающая дисциплина: сервер заканчивает обслуживание очереди только при полном отсутствии заявок в ней. Если же в процессе обслуживания в очередь поступают новые заявки, они также будут обслужены в этом посещении сервера.

- Шлюзовая дисциплина: обслуживаются только те заявки, которые находились в очереди на момент ее опроса. Заявкам, которые поступили уже после этого времени, приходится ожидать следующего посещения сервера.

- T – ограниченная дисциплина: время, которое затрачивается для обслуживания очереди за одно посещение сервера, ограничено значением T .

- Иные дисциплины: l -ограниченная, l -уменьшающая, пороговая, случайная и т.д.

Аналитическая модель

В работе рассматривается система поллинга с циклическим опросом и исчерпывающей дисциплиной обслуживания очередей и равномерное обслуживание запросов. Аналитическую модель можно описать, как систему, состоящую из трех очередей ($N = 3$) с ограниченной ёмкостью мест ожидания (максимально – 20 мест), и одного обслуживающего сервера, который посещает очереди от Q_1 до Q_3 по циклическому порядку и обслуживает каждую очередь по исчерпывающей обслуживанию, т.е. сервер будет обслуживать очередь до тех пор, пока очередь не опустеет. Запросы обслуживаются по принципу FIFO (первый пришел – первый обслужен) [7].

Характеристики входных потоков:

1) Q_1 – поток по распределению Вейбулла.

Параметры: Weibull ($\alpha = 3, \beta = 2,5909$)

Среднее время между заявками:

$$E[T_1] = \beta \cdot \Gamma \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right)$$

Дисперсия:

$$D[T_1] = \beta^2 \left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{\alpha} \right) - \Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \right]$$

Коэффициент вариации:

$$c_1 = \frac{\sqrt{D[T_1]}}{E[T_1]}$$

2) Q_2 – поток по расписанию интенсивностей.

Интенсивность $\lambda_2(t)$ задана таблицей 1.

Таблица 1 – Расписание интенсивностей

Table 1 – Intensity Schedule

Интервал	Интенсивность, ед/час
00:00–07:59	0
08:00–11:59	1
12:00–12:59	0
13:00–16:59	1
17:00–23:59	0

3) Q_3 – поток с равномерным временем между прибытиями и дискретным числом заявок.

Время между прибытиями: Uniform (1, 6)

Число заявок за одно прибытие: Uniform_discr (1, 2)

Среднее число заявок за прибытие:

$$E[k] = \frac{(1+2)}{2} = 1,5$$

Эффективная интенсивность:

$$\lambda_{эфф} = \lambda_3(t) \cdot 1,5$$

где $\lambda_3(t)$ – базовая интенсивность.

$$\lambda_3(t) = 1$$

Интенсивность обслуживания $\mu(t)$ для каждой очереди задана по треугольному распределению как неоднородный пуассоновский процесс (NHPP) с параметрами, зависящими от времени [8-9]:

$$\begin{aligned} \mu(t) &\sim \text{Triangular}(a(t), b(t), c(t)), \\ a(t) &= 0,5 + 0,25 \sin(2\pi(t+6)/24) \\ b(t) &= 0,75 + 0,25 \sin(2\pi(t+6)/24) \\ c(t) &= 1 + 0,25 \sin(2\pi(t+6)/24) \end{aligned}$$

Среднее значение треугольного распределения:

$$E[\mu_i(t)] = \frac{a(t) + b(t) + c(t)}{3}$$

Коэффициент загрузки системы $\rho(t)$ [10]:

$$\rho(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_{эфф}(t)}{E[\mu_i(t)]}$$

Условие устойчивости: $\rho(t) < 1$ для всех t .

Среднее время цикла $C(t)$:

$$C(t) = 1 - \rho(t)s,$$

где s – суммарное время переключения за цикл.

Среднее время посещения очереди $v_i(t)$:

Для исчерпывающего режима:

$$v_i(t) = \rho_i(t) \cdot C(t) + s_i$$

где $\rho_i(t)$ – коэффициент загрузки системы в i -ю очередь, s_i – время переключения в i -ю очередь.

Средняя длина очереди $L_i(t)$ (приближенно):

$$L_i(t) \approx \frac{\lambda_{эфф}(t) \cdot v_i(t)}{1 - \rho_i(t)} \cdot \frac{1 + c_i^2}{2}$$

где c_i – коэффициент вариации для соответствующего распределения.

Среднее время ожидания $W_i(t)$ (по формуле Литтла):

$$W_i(t) = \frac{L_i(t)}{\lambda_{эфф}(t)}$$

Вероятность отказа $P_{отказ,i}(t)$:

$$P_{отказ,i}(t) = P(L_i(t) \geq 20)$$

Пропускная способность $Q(t)$:

$$Q(t) = \sum_{i=1}^3 \lambda_{эфф}(t) \cdot (1 - P_{отказ,i}(t))$$

Коэффициент использования сервера $U(t)$:

$$U(t) = \rho(t)$$

Среднее число занятых мест в очереди $N_i(t)$

$$N_i(t) = \min(L_i(t), 20)$$

Структурная схема данной системы показана на рисунке 1.

Использование аналитических моделей для такой сложной системы не позволяет получить достоверные результаты, поэтому для анализа системы нужно использовать имитационное моделирование.

Имитационное моделирование

Модель построена в имитационной среде AnyLogic. AnyLogic — комплексная платформа для симуляционного моделирования и создания цифровых двойников. Она позволяет организациям моделировать сложные операционные процессы в таких сферах, как управление цепочками поставок, производство и здравоохранение. AnyLogic является уникальным программным продуктом, поддерживающим все три методологии имитационного моделирования: системную динамику, дискретно-событийное и агентное моделирование, а также позволяющим создавать многоподходные модели [11 - 12].

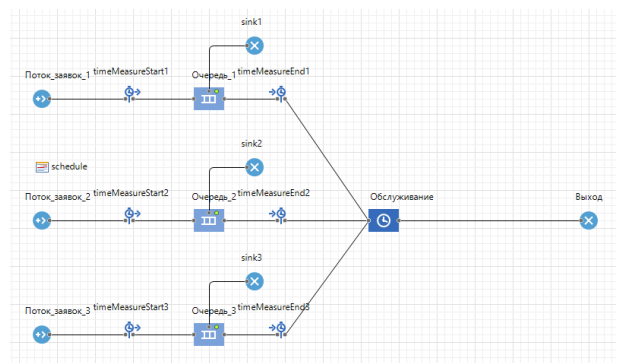


Рис. 1 – Структурная схема системы Поллинга с переменной интенсивностью потока

Fig. 1 – Block diagram of a Polling system with variable flow rate

На рисунке 1 показана имитационная модель системы поллинга с переменной интенсивностью потока. На вход поступают различный поток заявок. На первый вход поступает неоднородный поток заявок по распределению Вейбулла. Распределение Вейбулла – это гибкая математическая модель,

которая описывает, как часто случаются события в зависимости от времени. На второй вход поступает поток заявок согласно расписанию интенсивностей. На третий вход поступает неординарный поток заявок по равномерному распределению с интервалом $[\min, \max]$.

Кроме того, переменной является не только интенсивность потока заявок, а также интенсивность обслуживания. Интенсивность обслуживания меняется в зависимости от времени по треугольному закону как неоднородный пуассоновский процесс (NHPP) [13-14].

В работе большее внимание уделяется загруженности систем поллинга и ее зависимости от интенсивности поступления запросов/ед. времени и интенсивности обслуживания запросов/ед. времени.

Загруженность системы — это ключевой показатель, отражающий насколько интенсивно используются ресурсы системы (каналы обслуживания) относительно поступающей нагрузки [15].

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu \cdot s},$$

где λ - интенсивность входящего потока заявок; μ - интенсивность обслуживания одним каналом; s - число каналов обслуживания в системе.

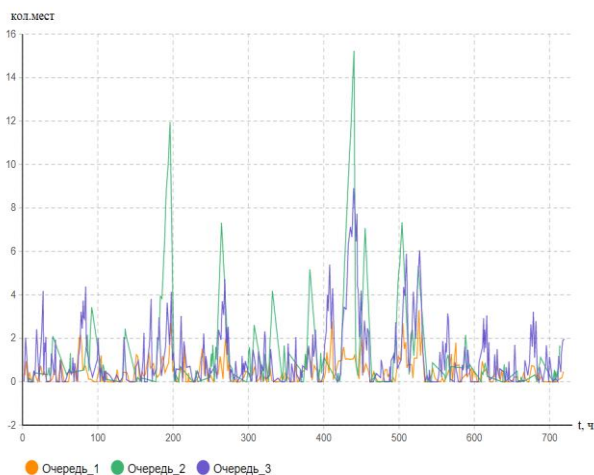


Рис. 2 — График загруженности очередей с различной интенсивностью поступления заявок и переменной интенсивностью обслуживания

Fig. 2 — Queue load graph for queues with varying request arrival rates and variable service rates

На основании графика на рисунке 2 можно сказать, что он демонстрирует волнообразное поведение, то есть резкие всплески длины очередей сменяются спадами почти до нуля, что прямо указывает на наличие суточного расписания нагрузки, которое циклично повторяется.

Очередь 1 (оранжевая) показывает менее выраженные пики (обычно ниже 4). Динамика более плавная, что согласуется с распределением Вейбулла (кластеризация, но без жёсткого расписания). В моменты пиков Очереди 2 длина этой очереди также

растёт, что говорит о конкуренции за ресурсы сервера.

Очередь 2 (зеленая) - является самой загруженной. Резкие пики идеально совпадают с периодами пиковой интенсивности входящего потока (8–17 часов). Это подтверждает, что именно этот поток создаёт основную нагрузку на систему.

Очередь 3 (фиолетовая) имеет среднюю амплитуду колебаний (пики около 4 - 8). Пики часто «отстают» или накладываются на спады других очередей, что логично для потока с равномерным распределением времени между поступлениями и пакетными заявками.

Система демонстрирует квазистационарное состояние: после каждого пика очереди быстро «опустошаются» (длина падает почти до нуля), что говорит о том, что сервер в спокойные периоды успевает обрабатывать накопленные заявки. Амплитуда колебаний остаётся относительно высокой на всём протяжении 30 суток, но нет признаков переполнения очереди. Лишь после 400 часов моделирования Очередь 2 приближается к переполнению, что, возможно, произошло в связи с накоплением «хвоста» необслуженных заявок из-за перегрузки. Далее очередь планомерно разгружается и колебания становятся более плавными.

График подтверждает аналитические выводы: Система работает в режиме циклических нагрузок с чётким суточным ритмом. Очередь_2 является «узким местом» (максимальные риски отказов). Наблюдается эффект взаимозависимости: рост одной очереди напрямую влияет на длину других.

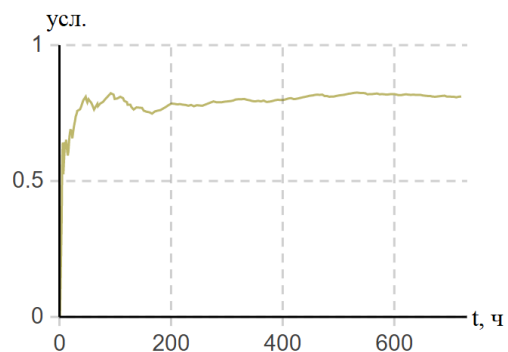


Рис. 3 — Коэффициент загрузки системы с переменной интенсивностью обслуживания

Fig. 3 — System utilization rate with variable service intensity

Проанализировав график коэффициента загрузки на рисунке 3 можно сказать следующее:

- после начального всплеска (первые 50–100 часов) коэффициент загрузки быстро выходит на плато, совершая переход от нулевого значения к рабочему режиму. Это соответствует периоду «разогрева» системы, когда сервер начинает накапливать и обрабатывать первые заявки.

- система работает в устойчивом режиме с коэффициентом около 0,78–0,82 (то есть сервер занят примерно 78–82% времени). Значение ниже

критического порога 0,95–0,96, что свидетельствует о работоспособности системы без риска экспоненциального роста времени ожидания.

- кривая достаточно ровная, что говорит о достижении квазистационарного состояния — система не испытывает резких срывов или перегрузок, но постоянно находится под относительно высокой нагрузкой. Небольшие флуктуации (амплитуда ~0,02–0,03) подтверждают наличие суточных циклов нагрузки: периоды пиков сменяются спадами.

- заметен лёгкий восходящий тренд после 200 часов моделирования. Кривая плавно поднимается от отметки ~0,78 к ~0,80–0,81 к 600-му часу. Это может быть связано с накоплением «хвоста» необслуженных заявок или с тем, что переменная интенсивность обслуживания постепенно адаптируется к циклам входящего потока.

Далее нужно проанализировать модель с постоянной интенсивностью потока.

На вход поступает тот же различный поток заявок, что и у модели с переменной интенсивностью. Однако, интенсивность обслуживания уже является постоянной и обрабатывает запросы согласно треугольному распределению вероятностей.

$$\mu(t) \Sigma \text{Triangular} (0.5, 0.75, 1),$$

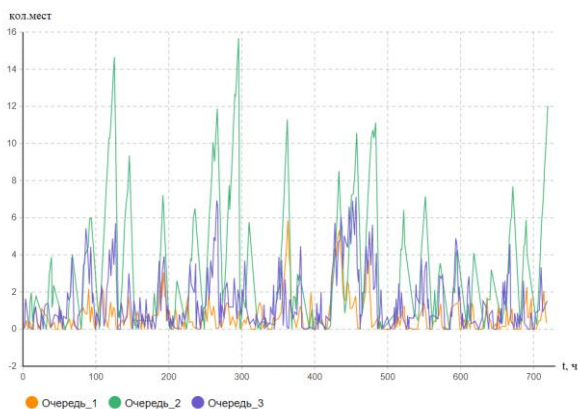


Рис. 4 – График загрузки очередей с различной интенсивностью поступления заявок и постоянной интенсивностью обслуживания

Fig. 4 – Queue load graph for queues with varying request arrival rates and a constant service rate

График загрузки очередей на рисунке 4 демонстрирует:

- умеренные колебания, пики до ~6 у Очереди 1. Она наименее загруженная.
- резкие пики до 12–16 единиц, совпадающие с рабочими часами (8–17 ч) у Очереди 2. Она наиболее загруженная и является «узким местом» системы.
- среднюю амплитуду (пики до 6–7) у Очереди 3. Колебания частично накладываются на пики Очереди 2.

Обобщив, можно сказать, что система имеет ярко выраженную циклическую динамику с суточным ритмом. После каждого пика очереди быстро «опустошаются» — сервер успевает обработать накопленные заявки в периоды низкой нагрузки.

Однако амплитуда пиков остаётся высокой на всём протяжении моделирования, а после 600 часов заметно нарастание максимальных значений (Очередь 2 приближается к 16), что указывает на постепенное накопление нагрузки.

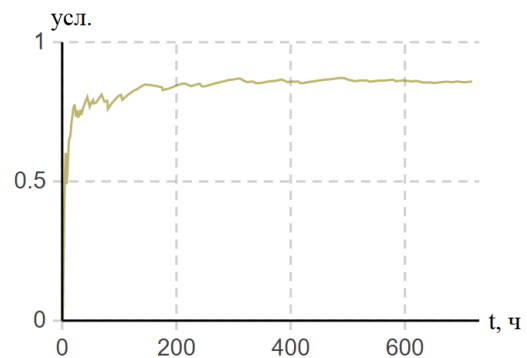


Рис. 5 – Коэффициент загрузки системы с постоянной интенсивностью обслуживания

Fig. 5 – System utilization rate with a constant service rate

Анализируя график на рисунке 5 можно сказать:

- после короткого переходного процесса (~50 ч) коэффициент загрузки выходит на плато около 0,88–0,90.

- кривая гладкая, без выраженных колебаний — в отличие от модели с переменной интенсивностью, где видны суточные «волны». Это объясняется тем, что постоянная интенсивность обслуживания не адаптируется к циклам входящего потока.

- значение ~0,88 говорит о высокой утилизации ресурсов: сервер занят почти 90% времени, запас прочности небольшой.

Заключение

В заключение, рассматривая две модели с переменной и постоянной интенсивностью обслуживания, можно сделать следующие выводы.

Сравнивая графики на рисунках 2 и 4, видно, что Очередь 1 в обоих случаях ведет себя примерно одинаково, лишь с той разницей, что у модели с переменной интенсивностью пики ниже (~4), чем у модели с постоянной (~6). Очередь 2 в обеих моделях демонстрирует схожие пиковые значения (~15), но в модели с постоянной интенсивностью пики повторяются гораздо чаще — это связано с тем, что при фиксированном μ система не успевает «сбросить» накопленную нагрузку в периоды спада входного потока. Очередь 3 также в обоих случаях ведет себя похоже, с разницей в том, что у первой модели пики отстают от очереди 2, а у второй модели частично накладываются.

Согласно графикам на рисунках 3 и 5 можно сделать вывод о том, что модель с переменной интенсивностью обслуживания обеспечивает более низкий средний коэффициент загрузки (0,78–0,82 против 0,88–0,90 при постоянной интенсивности), что даёт системе больший запас прочности до критического порога устойчивости.

Переменная интенсивность обслуживания адаптируется к суточным циклам входящего потока: в периоды пиковой нагрузки интенсивность обслуживания возрастает, что позволяет быстрее разгружать очереди. Это подтверждается наличием суточных колебаний на графике коэффициента загрузки (рис. 3) и более низкими пиковыми значениями длин очередей (рис. 2).

При постоянной интенсивности обслуживания система не адаптируется к изменениям нагрузки: коэффициент загрузки остаётся высоким и стабильным (рис. 5), а амплитуда пиков очередей постепенно нарастает к концу моделирования (рис. 4), что свидетельствует о накоплении необслуженных заявок и снижении запаса прочности.

Порог риска по коэффициенту загрузки для первой модели – 0.96, а для второй модели – 0.95, при этих значениях и выше время ожидания растёт экспоненциально и заявки начинают уходить в отказ. У первой модели по сравнению со второй коэффициент загрузки меньше, что сохраняет запас для непредвиденной нагрузки на систему, тем самым уменьшая риск потери заявок.

По итогам можно сказать, что использование переменной интенсивности обслуживания в виде неоднородного пуассоновского процесса является более эффективным подходом для систем поллинга с нестационарным потоком заявок: оно обеспечивает стабильную работу, снижает риск переполнения очередей и лучше справляется с непредвиденными всплесками нагрузки. Также если задача состоит в экономии ресурсов в ночное время (снижение затрат на электроэнергию, персонал), то однозначно модель с переменной интенсивностью обслуживания лучше подходит для этого.

Литература

1. V.M. Vishnevsky, O.V. Semenova, Пробл. информат., 3, 29–59 (2020) DOI: 10.24411/2073-0667-2020-10011.
2. Д. В. Лаконцев, О. В. Семёнова, С. А. Шпилёв, III Международная конференция по проблемам управления (Москва, 20–22 июня 2006 г.). ИПУ РАН, Москва, 2006. Т. 2. С. 145.
3. V.M. Vishnevsky, O.V. Semenova, Автоматика и телемеханика, 2, 3–56 (2006) DOI: 10.1134/S0005117906020019.
4. S.C. Borst, Polling systems. Centrum voor Wiskunde en Informatica, Amsterdam, 1996.
5. H. Takagi, Analysis of polling systems. MIT Press, Cambridge, 1986.
6. B. X. Нгуен, Тр. МФТИ, 16, 1, 34–43 (2024). EDN: HAKDLA.
7. F.A. Murshed, N.K. Nuriev, Вестн. техн. ун-та, 20, 13, 107–109 (2017).
8. D.J. Daley, D. Vere-Jones, An Introduction to the Theory of Point Processes. Vol. I: Elementary Theory and Methods. Springer, New York, 2003. 472 pp.
9. S.M. Ross, Introduction to Probability Models. Academic Press, Amsterdam, 2019. 826 pp.
10. B.V. Gnedenko, I.N. Kovalenko, Введение в теорию массового обслуживания. URSS, Москва, 2005. 280 с.
11. Илья Григорьев, AnyLogic 8 за три дня. 2024. 268 с.
12. N.E. Kuvshinov, Теория и практика современной науки, 4 (22) (2017).
13. L. Breuer, Int. J. Simul., 3, 3–4, 15–24 (2002).
14. A. Dudin, O. Dudina, in Distributed Computer and Communication Networks: DCCN 2024, revised selected papers. Springer, Cham, 2025 (Lecture Notes in Computer Science, vol. 15460). P. 129–143. DOI: 10.1007/978-3-031-80853-1_11.
15. M.A. Pleskunov, Теория массового обслуживания. Изд-во Урал. ун-та, Екатеринбург, 2022. 264 с.

References

1. V.M. Vishnevsky, O.V. Semenova, *Problems of Informatics*, 3, 29–59 (2020) DOI: 10.24411/2073-0667-2020-10011.
2. D.V. Lakontsev, O.V. Semenova, S.A. Shpilev, III International Conference on Control Problems (Moscow, June 20–22, 2006). Institute of Problems of Control, Russian Academy of Sciences, Moscow, 2006. Vol. 2. p. 145.
3. V.M. Vishnevsky, O.V. Semenova, Automation and Telemechanics, 2, 3–56 (2006) DOI: 10.1134/S0005117906020019.
4. S.C. Borst, Polling Systems. Centrum voor Wiskunde en Informatica, Amsterdam, 1996.
5. H. Takagi, Analysis of Polling Systems. MIT Press, Cambridge, 1986.
6. V.H. Nguyen, Proceedings of the Moscow Institute of Physics and Technology, 16, 1, 34–43 (2024). EDN: HAKDLA.
7. F.A. Murshed, N.K. Nuriev, Bulletin of the Technological University, 20, 13, 107–109 (2017).
8. D.J. Daley, D. Vere-Jones, An Introduction to the Theory of Point Processes. Vol. I: Elementary Theory and Methods. Springer, New York, 2003. 472 pp.
9. S.M. Ross, Introduction to Probability Models. Academic Press, Amsterdam, 2019. 826 pp.
10. B.V. Gnedenko, I.N. Kovalenko, Introduction to Queueing Theory. URSS, Moscow, 2005. 280 pp.
11. Ilya Grigoriev, AnyLogic 8 in Three Days. 2024. 268 pp.
12. N.E. Kuvshinov, Theory and Practice of Modern Science, 4 (22) (2017).
13. L. Breuer, Int. J. Simul., 3, 3–4, 15–24 (2002).
14. A. Dudin, O. Dudina, in *Distributed Computer and Communication Networks: DCCN 2024, revised selected papers*. Springer, Cham, 2025 (Lecture Notes in Computer Science, vol. 15460). pp. 129–143. DOI: 10.1007/978-3-031-80853-1_11.
15. M.A. Pleskunov, Theory of Queueing. Ural University Press, Yekaterinburg, 2022. 264 pp.

© Д. Т. Чурекеев – аспирант кафедры Информатики и прикладной математики (ИПМ), Казанский национальный исследовательский технологический университет (КНИТУ), Казань, Россия, ranid89@mail.ru; Н. К. Нуриев – канд. тех. наук, д-р пед. наук, проф. кафедры ИПМ, КНИТУ, nurievnk@mail.ru

© D. T. Churekeev — PhD-student, Department of Informatics and Applied Mathematics (IAP), Kazan National research Technological University (KNRTU), Kazan, Russia, ranid89@mail.ru; N. K. Nuriev — PhD (Technical Sci.), Doctor of Sciences (Pedagogical Sci.), Professor, the IAP department, KNRTU, nurievnk@mail.ru

Дата поступления рукописи в редакцию – 16.07.26.

Дата принятия рукописи в печать – 16.08.26.