

Р. Р. Якупов, В. Н. Налимов, И. Г. Хисамеев

К ВОПРОСУ ПРОФИЛИРОВАНИЯ РОТОРОВ ВИНТОВОГО КОМПРЕССОРА

Ключевые слова: численные методы, профиль ротора, винтовой компрессор.

Описаны численные методы применяемые при профилировании роторов винтового компрессора и критерийном анализе этих профилей, такие как интерполяция кубическим сплайном и методы решения системы нелинейных уравнений. Показаны достоинства и недостатки этих методов, а также варианты уменьшения влияния данных недостатков.

Key words: numerical methods, rotor shape, screw compressor.

Numerical methods have been described, used for shaping rotors of the screw compressor and for criterial analysis of the shapes obtained such as cubic spline interpolation and non-linear equation system solution methods. Advantages and drawbacks of these methods have been shown as well as the way how to minimize the effect of the above shortcomings.

Наиболее сложным элементом конструкции винтовых компрессоров являются профильные поверхности роторов. Они в наибольшей мере определяют энергетические характеристики компрессоров, такие как КПД и коэффициент подачи. Многие фирмы, в том числе и ЗАО «НИИтурбокомпрессор им В. Б. Шнеппа», уделяют большое внимание совершенствованию профилей роторов [1]. Открытие новых возможностей при разработке профилей так же объясняется развитием вычислительной техники, которая позволяет использовать численные методы для решения ряда задач, возникающих при профилировании роторов.

Ротора в винтовом компрессоре исполняют роль пары вращающихся поршней и зубчатой пары, поэтому профили роторов винтового компрессора должен отвечать определённым условиям, а именно:

1. Линия контакта должна изолировать рабочие полости друг от друга и от полости всасывания и нагнетания.

2. При вращении роторов линия контакта должна перемещаться в пространстве, обеспечивая уменьшение парной полости и сжатие газа.

3. Геометрия роторов должна удовлетворять основной теореме зацепления.

4. Профиль ротора должен обеспечивать технологичность изготовления (позволять сформировать профиль фрезы), при этом необходимо плавное сопряжение кривых, из которых состоит профиль ротора. Наиболее широко для описания данных кривых используется параметрическая форма записи функции.

$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df_2(t)/dt}{df_1(t)/dt}.$$

Для плавного сопряжения кривых необходимо решить следующую систему уравнений.

$$\begin{cases} x = f_1(t_1, p_1, \dots, p_n) \\ y = f_2(t_1, p_1, \dots, p_n) \\ x = f_3(t_2, s_1, \dots, s_n) \\ y = f_4(t_2, s_1, \dots, s_n) \\ \frac{df_2(t_1)/dt_1}{df_1(t_1)/dt_1} = \frac{df_4(t_2)/dt_2}{df_3(t_2)/dt_2} \end{cases} \quad (2)$$

где x, y – координаты точки сопряжения; t_1, t_2 – параметры кривых в точке сопряжения; p, s – дополнительные параметры, определяющие форму используемых кривых. Часть дополнительных параметров может быть рассчитана при решении системы уравнений введением дополнительных условий при сопряжении, либо могут варьироваться для анализа и подбора оптимальных значений.

При использовании сложных кривых решение данной системы аналитически вызывало большие трудности, что приводило к тому, что для профилирования роторов применялись «простые» кривые, такие как циклоида, окружность, отрезок прямой. С развитием компьютерной техники, появилась возможность решать данную систему численными методами, что позволяет использовать в профилировании «сложные» кривые. Для решения системы нелинейных уравнений используются следующие методы: метод Ньютона, метод простых итераций, метод спуска. При этом начальное приближение легко выбирается из построения данных кривых на плоскости.

Вторым ограничением на использование сложных кривых при профилировании роторов винтового компрессора является необходимость поиска сопряженной кривой, отвечающей теореме зацепления. Использование численных методов позволяет получить сопряженный профиль в виде координат точек и значений касательных в этих точках.

Так через произвольную точку А (рис. 1) проводим нормаль к профилю n-n, и находим точку пересечения нормали с начальной окружностью К. Определяем угол α , который определяет на какой угол повернется ротор, когда данная точка войдет в зацепление. Зная угол α и переведя координаты данной точки из подвижной системы координат ро-

тора в неподвижные координаты, мы получим координаты точки линии зацепления, а переведем координаты в подвижную систему координат ответного ротора, получим координату ответного профиля.

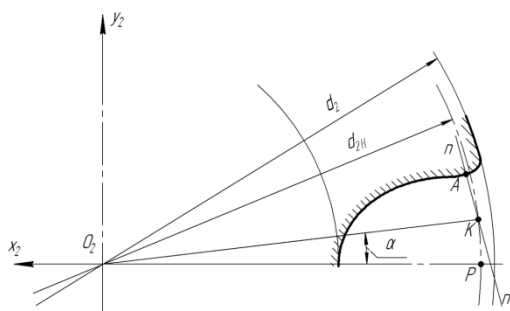


Рис. 1 – Определение координат ответного профиля

Для определения угла α необходимо решить следующую систему.

$$\begin{cases} y = -\frac{(x - x_A)}{k} + y_A \\ x^2 + y^2 = r_{2H}^2 \\ \alpha = -\arctan\left(\frac{y}{x}\right) \end{cases} \quad (3)$$

Современные теоретические профили роторов винтовых компрессоров состоят из множества кривых, изменяя форму которых можно влиять на эффективность профиля. Для получения оптимальных характеристик необходимо анализировать профиль ещё на этапе проектирования. Можно выделить несколько критериев по которым производят анализ и оптимизацию профилей.

- Относительная длина линии контакта;
- Относительная площадь треугольной щели;
- Относительная величина защемленного объема;
- Относительная площадь впадины между зубьями;
- Угол давления.

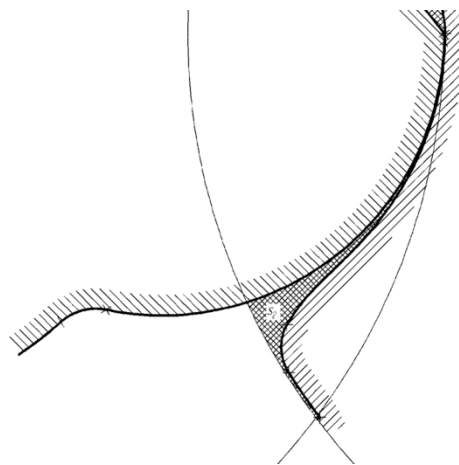
При анализе данных критериев часто встает задача определения площади сложных фигур. При использовании в качестве исходных данных координат профилей, данная задача решается интерполяцией профиля и численным интегрированием [2]. Для уменьшения трудоемкости можно воспользоваться формулой расчета площади произвольного n-угольника:

$$S_n = \frac{1}{2} |F_n|, \quad (4)$$

$$F_n = (x_1 y_2 + x_2 y_3 + \dots + x_n y_1) - (y_1 x_2 + y_2 x_3 + \dots + y_n x_1), \quad (5)$$

где x_i, y_i – координаты вершин n-угольника.

Как показывает проверка, при достаточно полном задании профиля в виде точек, погрешность данного метода составляет сотые доли процента (рис. 2). При этом данный метод лишен ограничений, накладываемых интерполяцией сплайном.



$$S = 220 \text{ мм}^2, \Delta S = 0,12 \text{ мм}^2$$

Рис. 2 – Расчет площади многоугольника

Хоть замена профильных кривых ломаной и позволяет облегчить процесс анализа профилей, но в некоторых случаях это приводит к увеличению погрешности до недопустимых значений. Примером может служить расчет зазора в зацеплении (рис. 3). Погрешность составляет до 20 %.

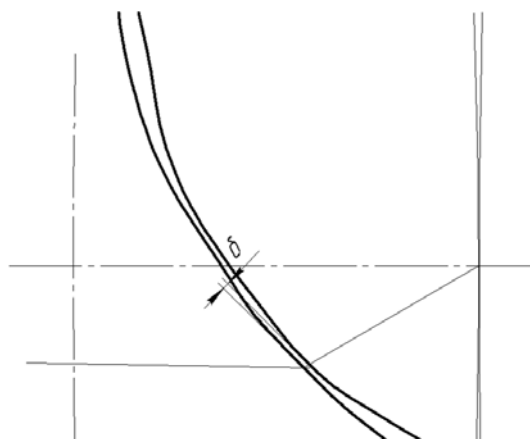


Рис. 3 – Определение профильного зазора в зацеплении

В этом случае целесообразнее применять интерполяцию сплайном, которая позволяет описывать плавные кривые с большой точностью, обеспечивая непрерывность самой кривой и её первой и второй производной. Непрерывность второй производной позволяет получать очень гладкие кривые и при этом является дополнительным условием для определения коэффициентов кубических парабол, из которых составляется сплайн. Но если при стыковке двух кривых не обеспечивается условие непрерывности второй производной, то при интерполяции сплайном в данном месте будет вноситься дополнительную погрешность (рис. 4).

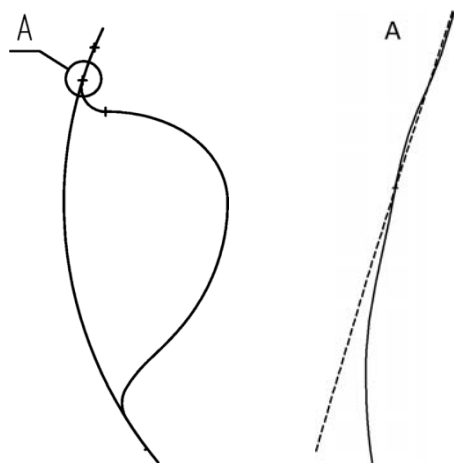


Рис. 4 – Погрешность при интерполяции сплайном

Чтобы исключить данную погрешность, необходимо при интерполяции сплайном в качестве дополнительного условия использовать, вместо непрерывности второй производной, значение первой производной в узловых точках. Это позволит избежать дополнительных погрешностей в местах сты-

ковки и увеличит точность расчета первой производной, которая используется при профилировании фрез.

Численные методы позволяют разработать универсальные методики расчета и анализа профилей, которые ускорят процесс разработки и внедрения новых профилей для роторов винтовых компрессоров.

Литература

1. Хисамеев, И.Г. Анализ направлений в разработке профилей винтовых компрессоров / И. Г. Хисамеев, Р. Р. Якупов, В. Н. Нахимов // Вестник Казан.технол.ун-та. – 2011. – № 16. – С. 245-249.
2. Чекушкин, Г.Н. Численный метод профилирования и анализа геометрии рабочих камер роторных компрессоров / Г. Н. Чекушкин, М. С. Хамидуллин, В. Н. Нахимов // Казань. – 1988. – С. 1-25.
3. Хисамеев, И.Г. Создание винтовых Компрессорных установок нового поколения/ И.Г. Хисамеев, М.Г. Абдреев, Ю.А. Паранин, М.Т. Садыков, Р.Р. Якупов//Вестник Казан. технол. ун-та. – 2011. - №17. – С. 100-203.

© **Р. Р. Якупов** – асс. каф. холодильной техники и технологий КНИТУ, hhawk@mail.ru; **В. Н. Нахимов** – нач. отд.расчетов и испытаний отделения винтовых компрессоров ЗАО «НИИтурбокомпрессор»; **И. Г. Хисамеев** – д-р техн. наук, проф., зав. каф. холодильной техники и технологий КНИТУ, firsovay@mail.ru.