

УДК 66.048.37

С. В. Анаников, М. Ю. Сорокин

**НЕУСТАНОВИВШИЙСЯ ТЕПЛОБМЕН ПРИ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ
В РАДИАЛЬНО-РАСХОДЯЩЕМСЯ КАНАЛЕ**

Ключевые слова: температурное поле, удельный тепловой поток, радиально-расходящийся канал, граничные условия, собственные функции, преобразование Лапласа, преобразование Фурье.

Решается задача Дирихле последовательным применением преобразования Лапласа и синус-преобразования Фурье для неустановившегося потока нагретой жидкости, движущейся в радиально-расходящемся канале. Записывается уравнение теплообмена в движущейся среде в цилиндрических координатах. Учитываются симметрия канала относительно оси z , перенос тепла только конвекцией в направлении радиальной координаты r и теплопроводностью в направлении оси z . В процессе решения найден временной параметр, значение которого отделяет нестационарный и стационарный условия теплообмена. В результате получены решения для расчета неустановившегося и стационарного температурного поля и соответствующих локальных тепловых потоков на стенки канала. Стационарное решение полностью совпадает с решением, полученным в [5] для стационарного теплообмена в радиально-расходящемся канале.

Keywords: temperature field, specific stream of heat, radial-divergency canal, boundary condition, characteristic function, laplace's conformation, conformation of Furie.

Dirichlet's task is solved for unstable of hot liquid stream moving into radial-divergency canal. Solution was fined by consistent application laplace's conformation and furie's sinus-conformation. Is written equation heatchange for moving of liquid in cylindrical coordinates. Is taken in consideration the canal simmetration for coordinate z . Heatexchange only by convection in direction of radial coordinate r and by heatconduction along axial z is taken in consideration. In process of solution was find time's parameter, value of which separate unstationary and stationary conditions of heatconduction. In result solutions for calculation unstable and stationary temperature field and correlated with them local heat streams on the walls of canal was obtained. The stationary solution is full identical by solution which were obtained in [5] for stationary of heatchange into radial-divergency canal.

Настоящая статья, как и ряд предыдущих [1-5] посвящена изучению теплоотдачи при протекании горячей жидкости через каналы различной формы при отличающихся условиях теплообмена на границе. Актуальность решаемых задач обоснована в опубликованных ранее работах [1-5].

В данной статье ставится задача оценить влияние временного фактора на достижение установившегося (стационарного) состояния теплообмена при движении жидкости в радиально-расходящемся канале при граничных условиях первого рода.

Аналогичная, но стационарная задача была решена в [5], где указаны условия, преобразующие общие дифференциальные уравнения теплообмена (уравнения энергии) в движущейся среде и дифференциальное уравнение неразрывности потока применительно к радиально-расходящемуся каналу. Поэтому все приведенные в [5] преобразования остаются в силе и для этой работы при условии сохранения в уравнении энергии частной производной от температуры по времени.

Здесь же следует заметить, вследствие актуальности задачи, что наличие точных теоретических решений позволяет оптимизировать процесс теплообмена и, в определенной степени, создать предпосылки для обеспечения энергосберегающих технологий при подводе тепла.

Постановка задачи

Даны две плоскопараллельные круглые пластины неограниченного радиуса r (рис.1).

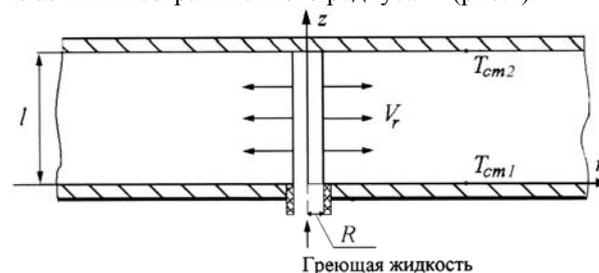


Рис. 1 - Расчетная схема

Между пластинами в радиальном направлении в момент начала отсчета времени $\tau = 0$ через штуцер радиуса R от центра к периферии начинает перемещаться нагретая жидкость с переменной средней скоростью V_r . Жидкость на входе ($r = R$) в любой момент времени имеет постоянную температуру T_r .

Предполагается, что в начальный момент времени жидкостью заполнено все пространство между пластинами с температурой T_r , то есть имеет место мгновенное заполнение объема между пластинами нагретой жидкостью в момент начала отсчета времени. Температура нижней и верхней пластин, обращенных к жидкости, постоянна и

равна T_{cm1} и T_{cm2} , соответственно. Причем, $T_{cm1} < T_{\Gamma}$, $T_{cm2} < T_{\Gamma}$, $T_{cm1} \neq T_{cm2}$.

Расстояние между пластинами равно l . Секундный объемный расход греющей жидкости равен Q . Требуется найти температурное поле в жидкости $T(r, z, \tau)$ и локальный удельный тепловой поток на каждую из пластин.

Начально-краевая задача (рис.2)

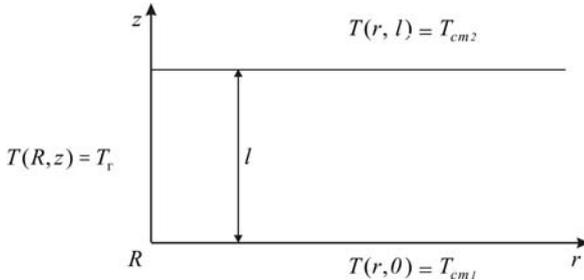


Рис. 2 - Начальные и граничные условия

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2},$$

$$r \geq R, 0 < z < l, 0 < \tau < \infty \quad (1)$$

где $V_r = \frac{Q}{2\pi r l}$.

$$T(r, z, 0) = T_{\Gamma}, r \geq R, 0 < z < l, \quad (2)$$

$$T(R, z, \tau) = T_{\Gamma}, 0 < z < l, 0 < \tau < \infty \quad (3)$$

$$T(r, 0, \tau) = T_{cm1}, r \geq R, 0 < \tau < \infty, \quad (4)$$

$$T(r, l, \tau) = T_{cm2}, r \geq R, 0 < \tau < \infty. \quad (5)$$

Для получения более компактного решения вводится безразмерная температура

$$\theta(r, z, \tau) = \frac{T_{\Gamma} - T(r, z, \tau)}{T_{\Gamma} - T_{cm2}}. \quad (6)$$

Задача (1)-(5) преобразуется к виду

$$\frac{\partial \theta(r, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{b^2}{r} \frac{\partial \theta(r, z, \tau)}{\partial \tau} = a^2 \frac{\partial^2 \theta(r, z, \tau)}{\partial z^2},$$

$$r \geq R, 0 < z < l, 0 < \tau < \infty, \quad (1a)$$

где $b^2 = \frac{Q}{2\pi l}$,

$$\theta(r, z, 0) = 0, r \geq R, 0 < z < l, \quad (2a)$$

$$\theta(R, z, \tau) = 0, 0 < z < l, 0 < \tau < \infty, \quad (3a)$$

$$\theta(r, 0, \tau) = \frac{T_{\Gamma} - T_{cm1}}{T_{\Gamma} - T_{cm2}} = \bar{T},$$

$$r \geq R, 0 < \tau < \infty, \quad (4a)$$

$$\theta(r, l, \tau) = 1, r \geq R, 0 < \tau < \infty. \quad (5a)$$

Задача решается последовательным применением сначала одностороннего преобразования Лапласа по переменной τ , а затем конечного синус-преобразования Фурье по переменной z .

Преобразование Лапласа [6]

$$U(r, z, p) = \int_0^{\infty} e^{-p\tau} \theta(r, z, \tau) d\tau. \quad (7)$$

Применение (7) к (1a) дает

$$\int_0^{\infty} e^{-p\tau} \frac{\partial \theta(r, z, \tau)}{\partial \tau} d\tau + b^2 \int_0^{\infty} e^{-p\tau} \frac{\partial \theta(r, z, \tau)}{\partial r} d\tau =$$

$$= a^2 \int_0^{\infty} e^{-p\tau} \frac{\partial^2 \theta(r, z, \tau)}{\partial z^2} d\tau. \quad (8)$$

Первый интеграл слева в (8), вычисленный по частям, дает

$$\int_0^{\infty} e^{-p\tau} \frac{\partial \theta(r, z, \tau)}{\partial \tau} d\tau = pU(r, z, p) -$$

$$- \theta(r, z, 0) = pU(r, z, p). \quad (9)$$

Перемена местами операций дифференцирования по r и z и операции интегрирования в (8) с учетом (9), а также преобразование при помощи (7) условий (3a)-(5a) приводит к задаче

$$pV(r, z, p) + \frac{b^2}{r} \frac{\partial V(r, z, p)}{\partial r} = a^2 \frac{\partial^2 V(r, z, p)}{\partial z^2},$$

$$r \geq R, 0 < z < l, \quad (10)$$

$$U(R, z, p) = 0, 0 < z < l, \quad (11)$$

$$U(r, 0, p) = \frac{\bar{T}}{p}, r \geq R, \quad (12)$$

$$U(r, l, p) = \frac{1}{p}, r \geq R, \quad (13)$$

где p - параметр.

Решение (10)-(13) проводится методом конечного интегрального синус-преобразования Фурье [6]

$$F(r, n, p) = \int_0^l U(r, z, p) \sin \frac{\pi n z}{l} dz. \quad (14)$$

Применение (14) к (10) и учет того, что операция дифференцирования по r и интегрирования по z , при этом, должны меняться местами дает

$$pF(r, n, p) + \frac{b^2}{r} \frac{\partial F(r, n, p)}{\partial r} =$$

$$= a^2 \int_0^l \frac{\partial^2 U(r, z, p)}{\partial z^2} \sin \frac{\pi n z}{l} dz. \quad (15)$$

Взятие интеграла в (15) по частям позволяет последовательно получить

$$a^2 \int_0^l \frac{\partial^2 U(r, z, p)}{\partial z^2} \sin \frac{\pi n z}{l} dz = \frac{a^2 \pi n}{l} \left[\bar{T} - (-1)^n \right] \times$$

$$\times \frac{1}{p} - \frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} F(r, n, p), \quad (16)$$

где $\cos \pi n$ заменен на $(-1)^n$, $n = 1, 2, 3, \dots$

Подстановка (16) в (15) приводит, поскольку n и p являются параметрами, к обыкновенному дифференциальному уравнению первого порядка относительно r , для решения которого необходимо одно начальное условие.

$$\frac{dF(r, n, p)}{dr} + ArF(r, n, p) = Br, \quad (17)$$

где $A = \frac{a^2 \pi^2 n^2}{b^2 l^2} + \frac{p}{b^2}$; $B = \frac{a^2 \pi n}{b^2 l p} \left[\bar{T} - (-1)^n \right]$,
 $F(R, n, p) = 0$. (18)

Начальное условие (18) для уравнения (17) получено преобразованием последнего краевого условия (11) при помощи (14).

Таким образом следует решить задачу Коши (17)-(18).

Решение этой задачи имеет вид

$$F(r, n, p) = \frac{B}{A} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{A}{2} (r^2 - R^2) \right] \right\}. \quad (19)$$

Расшифровка выражений для A и B в (19) позволяет получить

$$F(r, n, p) = \frac{\frac{a^2 \pi n}{l} \left[\bar{T} - (-1)^n \right]}{p \left(\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} + p \right)} \times \left\{ 1 - \exp \left[-\left(\frac{a^2 \pi^2 n^2}{b^2 l^2} + \frac{p}{b^2} \right) \frac{(r^2 - R^2)}{2} \right] \right\}. \quad (20)$$

Применение формулы обращения для конечного интегрального синус-преобразования Фурье [6]

$$U(r, z, p) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} F(r, n, p) \sin \frac{\pi n z}{l} \quad (21)$$

приводит к выражению

$$U(r, z, p) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{a^2 \pi n}{l} \left[\bar{T} - (-1)^n \right]}{p \left(\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} + p \right)} \times \left\{ 1 - \exp \left[-\left(\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} + p \right) \frac{(r^2 - R^2)}{2b^2} \right] \right\} \sin \frac{\pi n z}{l}. \quad (22)$$

Для окончательного решения задачи (1а)-(5а), а следовательно и задачи (1)-(5), можно в самом общем виде перейти от изображения $U(r, z, p)$ к оригиналу, то есть к функции $\theta(r, z, \tau)$, с помощью комплексного интеграла [6]

$$\theta(r, z, \tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{s-i\infty}^{s+i\infty} e^{p\tau} U(r, z, p) dp,$$

где i – мнимая единица.

Здесь интегрирование производится в область комплексной переменной $P = s + i\omega$ вдоль прямой, параллельной мнимой оси и расположенной справа от всех особых точек подинтегральной функции. Эта очень трудоемкая процедура, которую в большинстве случаев пытаются обойти, минуя вычисление комплексного интеграла использованием имеющихся таблиц изображений.

Преобразование с этой целью соотношения (22) приводит к выражению более удобному для отыскания оригиналов функции $U(r, z, p)$.

$$U(r, z, p) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\frac{a^2 \pi n}{l} \left[\bar{T} - (-1)^n \right]}{p \left(\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} + p \right)} - \exp \left[-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{2 l^2 b^2} (r^2 - R^2) \right] \times \frac{\frac{a^2 \pi n}{l} \left[\bar{T} - (-1)^n \right]}{p \left(\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} + p \right)} \exp \left[-\frac{(r^2 - R^2)}{2b^2} p \right] \right\} \times \sin \frac{\pi n z}{l}. \quad (23)$$

В (23) подлежат обратному преобразованию члены, содержащие параметр p .

Следует отметить, что работа с таблицами изображений предполагает преобразование имеющихся изображений с целью нахождения соответствующих оригиналов (соответствий).

По таблицам [7] получено

$$L^{-1} \left[\frac{\frac{a^2 \pi n}{l}}{p \left(\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} + p \right)} \exp \left(-\frac{r^2 - R^2}{2b^2} p \right) \right] = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < \tau < \frac{r^2 - R^2}{2b^2}, \\ \frac{l}{\pi n} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} \left(\tau - \frac{r^2 - R^2}{2b^2} \right) \right] \right\}, & \text{при } \tau < \frac{r^2 - R^2}{2b^2} \end{cases} \quad (24)$$

$$L^{-1} \left[\frac{1}{p \left(\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} + p \right)} \right] = \frac{l^2}{a^2 \pi^2 n^2} \times \left[1 - \exp \left(-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} \tau \right) \right]. \quad (25)$$

Использование соотношений (24), (25) совместно с (23) после некоторых алгебраических преобразований позволяет получить:

$$\text{при } 0 < \tau < \frac{r^2 - R^2}{2b^2} \\ \theta(r, z, \tau) \equiv \theta(z, \tau) = \frac{T_r - T(z, \tau)}{T_r - T_{cm2}} = \frac{2}{\pi} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[\bar{T} - (-1)^n]}{n} \left[1 - \exp\left(-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} \tau\right) \right] \times \sin \frac{\pi n z}{l}; \quad (26)$$

$$\text{при } \tau > \frac{r^2 - R^2}{2b^2}$$

$$\theta(r, z, \tau) \equiv \theta(r, z) = \frac{T_{\Gamma} - T(r, z)}{T_{\Gamma} - T_{cm2}} = \frac{2}{\pi} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[\bar{T} - (-1)^n]}{n} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{2b^2 l^2} (r^2 - R^2)\right] \right\} \times \sin \frac{\pi n z}{l}; \quad (27)$$

Таким образом, значение параметра $\frac{r^2 - R^2}{2b^2}$ можно считать характерным временем, по достижении которого происходит переход от неустановившегося во времени процесса к установившемуся.

Решения (26), (27) могут быть записаны в развернутом виде:

$$\text{при } 0 < \tau < \frac{r^2 - R^2}{2b^2}$$

$$T(z, \tau) = T_{\Gamma} - \frac{2(T_{\Gamma} - T_{cm2})}{\pi} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[\bar{T} - (-1)^n]}{n} \left[1 - \exp\left(-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} \tau\right) \right] \times \sin \frac{\pi n z}{l}; \quad (26a)$$

$$\text{при } \tau > \frac{r^2 - R^2}{2b^2}$$

$$T(r, z) = T_{\Gamma} - \frac{2(T_{\Gamma} - T_{cm2})}{\pi} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[\bar{T} - (-1)^n]}{n} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{2b^2 l^2} (r^2 - R^2)\right] \right\} \times \sin \frac{\pi n z}{l}. \quad (27a)$$

Вычисление удельных тепловых потоков на стенке канала по формуле [6]

$$q = \pm \lambda_{жс} \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=l}$$

позволяет получить следующие их выражения.

На стенку с температурой $T_{cm2}(z=l)$:

$$\text{при } 0 < \tau < \frac{r^2 - R^2}{2b^2}$$

$$q|_{z=l} = \frac{2\lambda_{жс}(T_{\Gamma} - T_{cm2})}{l} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^n \bar{T}] \left[1 - \exp\left(-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} \tau\right) \right]; \quad (28)$$

$$q|_{z=l} = \frac{2\lambda_{жс}(T_{\Gamma} - T_{cm2})}{l} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^n \bar{T}] \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{b^2 l^2} (r^2 - R^2)\right] \right\}. \quad (29)$$

На стенку с температурой $T_{cm1}(z=0)$

$$\text{при } 0 < \tau < \frac{r^2 - R^2}{2b^2}$$

$$q|_{z=0} = \frac{2\lambda_{жс}(T_{\Gamma} - T_{cm2})}{l} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} [\bar{T} - (-1)^n] \left[1 - \exp\left(-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} \tau\right) \right], \quad (30)$$

$$\text{при } \tau > \frac{r^2 - R^2}{2b^2}$$

$$q|_{z=0} = \frac{2\lambda_{жс}(T_{\Gamma} - T_{cm2})}{l} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} [\bar{T} - (-1)^n] \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{2b^2 l^2} (r^2 - R^2)\right] \right\}. \quad (31)$$

Проведя интегральные преобразования следует обязательно проверить решения (26a), (27a) на удовлетворение граничным условиям задачи (2)-(5) и дифференциальному уравнению (1). В виде (26a), (27a) решения явно, как будто, не удовлетворяют условиям (4)-(5). В то же время граничные условия (2),(3) выполняются. Сказанное объясняется тем, что здесь используется разложение по $\sin \frac{\pi n z}{l}$ в интервале $0 \div l$, на границах которого эта функция равна нулю. В то же время следует заметить, что условия (4), (5) следует понимать как предельные, то есть $T(r, 0+0, \tau) = T_{cm1}$, $T(r, l-0, \tau) = T_{cm2}$. Это означает [6], что $\lim_{z \rightarrow 0} T(r, 0+0, \tau) = T_{cm1}$,

$$\lim_{z \rightarrow l} T(r, l-0, \tau) = T_{cm2}.$$

Для получения решений (26a), (27a) в том общепринятом виде, в котором они получаются при использовании метода разделения переменных, эти решения следует преобразовать.

Сначала преобразуется (27a), поскольку для стационарного режима решение известно. Преобразование (26a) идентично преобразованию (27a), поскольку коэффициенты в выражениях (26a) и (27a) идентичны.

Постановка выражения (4a) для \bar{T} в (27a) приводит к результату

$$T(r, z) = T_{\Gamma} - (T_{\Gamma} - T_{cm1}) \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi n z}{l} +$$

$$+ (T_{\Gamma} - T_{cm1}) \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi n z}{l} \times$$

$$\times \exp \left[-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{2b^2 l^2} (r^2 - R^2) \right] + (T_{\Gamma} - T_{cm2}) \times$$

$$\times \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{\pi n z}{l} - (T_{\Gamma} - T_{cm2}) \frac{2}{\pi} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{\pi n z}{l} \exp \left[-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{2b^2 l^2} (r^2 - R^2) \right]. \quad (32)$$

Дальнейшее преобразование в (32) проводится с учетом значения тождественной единицы [8] и выражения $\frac{z}{l}$, разложенных в интервале $0 \div l$ в ряд Фурье

$$1 \equiv \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{n} \sin \frac{\pi n z}{l}, \quad (33)$$

$$-\frac{z}{l} = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{\pi n z}{l}. \quad (34)$$

В итоге взамен выражения (32), а следовательно, вместо (26а) и (27а) можно записать

$$\text{при } 0 < \tau < \frac{r^2 - R^2}{b^2}$$

$$T(r, \tau) = T_{cm1} + (T_{cm2} - T_{cm1}) \frac{z}{l} +$$

$$+ \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[(T_{\Gamma} - T_{cm1}) - (T_{\Gamma} - T_{cm2}) (-1)^n \right] \times$$

$$\times \sin \frac{\pi n z}{l} \exp \left(-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} \tau \right);$$

$$\text{при } \tau > \frac{r^2 - R^2}{b^2} \quad (35)$$

$$T(r, z) = T_{cm1} + (T_{cm2} - T_{cm1}) \frac{z}{l} +$$

$$+ \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[(T_{\Gamma} - T_{cm1}) - (T_{\Gamma} - T_{cm2}) (-1)^n \right] \times$$

$$\times \sin \frac{\pi n z}{l} \exp \left[-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{2b^2 l^2} (r^2 - R^2) \right]. \quad (36)$$

Таким образом, полученные решения удовлетворяют дифференциальному уравнению (1) и условиям (2)-(5). Причем выражение (36) совпадает с решением для стационарного случая, рассмотренного в работе [5]. Выражения (35), (36) упрощаются если $T_{cm1} = T_{cm2} = T_{cm}$.

$$\text{При } 0 < \tau < \frac{r^2 - R^2}{b^2}$$

$$T(r, \tau) = T_{cm1} + \frac{2(T_{\Gamma} - T_{cm1})}{\pi} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - (-1)^n]}{n} \sin \frac{\pi n z}{l} \exp \left(-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{l^2} \tau \right); \quad (37)$$

$$\text{при } \tau > \frac{r^2 - R^2}{b^2}$$

$$T(r, z) = T_{cm1} + \frac{2(T_{\Gamma} - T_{cm1})}{\pi} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - (-1)^n]}{n} \sin \frac{\pi n z}{l} \times$$

$$\times \exp \left[-\frac{a^2 \pi^2 n^2}{2b^2 l^2} (r^2 - R^2) \right]. \quad (38)$$

Обозначения

r, z - радиальная и аксиальная координаты цилиндрической системы координат, м;
 $T(r, z, \tau)$ - текущая температура жидкости, К;
 T_{Γ} - постоянная температура горячей жидкости на входе в канал $r = R$, К;
 T_{cm1}, T_{cm2} - постоянные температуры нижней верхней стенок канала, обращенных к жидкости, соответственно, К;
 T_{cm} - постоянная температура одинаковая для обеих стенок, обращенных к жидкости, К;
 V_r, V_z, V_{φ} - радиальная, осевая и тангенциальная компоненты скорости жидкости, м/с;
 R - внутренний радиус штуцера на входе в канал, М;
 Q - объемный расход жидкости, м³/с;
 a^2 - коэффициент температуропроводности, м²/с;
 l - ширина канала, М;
 b^2 - компонента, м²/с;
 C_1, C_2 - произвольные постоянные, безразмерные;
 q - удельный тепловой поток, Вт/м²;
 $\lambda_{ж}$ - теплопроводность жидкости, Вт/(м К).
 φ - тангенциальная координата цилиндрической системы координат, безразмерная;
 τ - время, с;
 ν^2 - константа разделения; 1/м²;
 $\pi = 3,14159\dots$ - число пи, безразмерное.
 $\theta(r, z, \tau)$ - текущая температура жидкости, безразмерная.

Литература

1. С.В. Анаников, М.Ю. Сорокин, В.П. Бурдинов, Э.В. Чиркунов, Теоретические основы химической технологии (ТОХТ), 38,6, 655-660 (2004).
2. С.В. Анаников, Вестник Казанского технологического университета, 15, 6, 42-46 (2012).
3. С.В. Анаников, Вестник Казанского технологического университета, 15, 6, 147-150 (2012).

4. С.В. Анаников, Вестник Казанского технологического университета, **15**, 11, 143-145 (2012).
5. С.В. Анаников, Вестник Казанского технологического университета, **15**, 14, 90-93 (2012).
6. А.В. Лыков, Теория теплопроводности. Высшая школа, Москва, 1967. 599 с.
7. Г.ДѢЧ, Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. Наука, Москва, 1965. 288с.
8. Н.А. Мартыненко, Л.М. Пустыльников, Конечные интегральные преобразования и их применение к исследованию систем с распределенными параметрами. - М.: Наука, 1985. 304 с.

© **С. В. Анаников** - д-р техн. наук, проф. каф. химической кибернетики КНИТУ, ananikovsv@rambler.ru; **М. Ю. Сорокин** - соискатель той же кафедры, sorokinmu@rambler.ru.