

А. Г. Кутузов, Г. С. Кутузова, М. А. Кутузова,
Ф. А. Гарифуллин

БЕЗВИХРЕВОЕ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ ВО ВХОДНОМ КАНАЛЕ ЭКСТРУЗИОННОЙ ГОЛОВКИ

Ключевые слова: Экструдат, течение, экструзионная головка, циркуляция.

Представлены результаты математического моделирования течения полимера во входном канале экструзионной головки. Показано, что в угловых областях формирующего канала экструзионной головки образуются вихревые структуры, оказывающие существенное влияние на однородность получаемого экструзией изделия. Найден оптимальный профиль формирующего канала экструзионной головки, позволяющий избежать образования вихревых структур.

Keywords: extrudate, flow, extrusion head, circulation.

The results of the mathematical modeling of polymer's flow in the entrance channel of the extrusion head are represented. It is shown that vortex structures are formed in the angular regions of the molding channel of extrusion head that have a significant influence on the homogeneity of product obtained by extrusion. The optimal profile of the molding channel of extrusion head was found allowing to avoid the formation of vortex structures.

При экструзии полимеров с наружной стороны сходящихся потоков образуются вихревые структуры, оказывающие негативное влияние на качество получаемых экструзией изделий. На образование и рост таких вихревых структур существенное влияние оказывают упругие свойства полимеров. В задачах по определению формы и размеров вихревых структур необходимо учитывать влияние сингулярности производных на выступах. Несмотря на исключительную важность проблемы, количество публикаций в этой области недостаточно, а происходящие в окрестности сходящегося потока процессы до сих пор недостаточно поняты. До настоящего времени также отсутствуют четкие экспериментальные и теоретические данные, позволяющие однозначно определить основные причины и механизмы неустойчивости течения экструдата. Тем не менее, большинство авторов пришло к мнению о негативном влиянии вихревых областей с наружной стороны сходящихся потоков на устойчивость экструдата.

Математическая формулировка задачи

Рассмотрим следующую модель течения вязкоупругой жидкости в канале с резким сужением, характерным для экструзионной головки. Схема течения представлена на рис.1. В верхней области потока жидкость имеет полностью развитый профиль, затем входит в экструзионную головку, характеризующую резким сужением потока, и далее движется в плоской щели или в цилиндрическом капилляре. На твердых стенках выполняется условие прилипания. На выходе из канала задаются условия установившегося потока: поперечная компонента скорости равна нулю, а продольная компонента скорости изменяется только по радиусу, т.е. $V_r = \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$. Для описания установившегося течения несжимаемой жидкости с постоянными свойствами при отсутствии внешних сил использу-

ются уравнения Навье-Стокса и уравнение неразрывности, имеющие следующий вид:

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{V} = 0, \quad (1)$$

$$\rho(\bar{V} \cdot \bar{\nabla})\bar{V} = -\bar{\nabla}P + \bar{\nabla} \cdot \bar{\tau}. \quad (2)$$

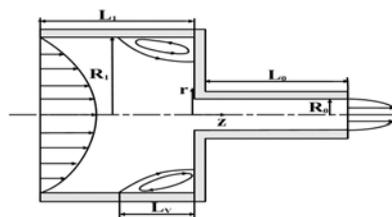


Рис. 1 - Схема течения с резким сужением

Для описания вязкоупругих свойств жидкости была выбрана релаксационная модель Максвелла-В (UCM) [1]. Данная модель, несмотря на свою простоту, дает хорошее качественное описание реального поведения вязкоупругих жидкостей в режиме ползущего течения. Наличие конвективной производной приводит к ненулевой разности нормальных напряжений, то есть к учету упругих свойств материалов. Уравнение состояния в этом случае записывается следующим образом:

$$\dot{\bar{\tau}} + \lambda \bar{\nabla} \bar{\tau} = \mu \bar{D}, \quad (3)$$

где λ - время релаксации, μ - вязкость, \bar{D} - тензор скоростей деформации, записанный в виде:

$$\bar{D} = \tilde{\bar{\Gamma}}^T + \tilde{\bar{\Gamma}}, \quad \tilde{\bar{\Gamma}} = \bar{\nabla} \cdot \bar{V}^T, \quad (4)$$

где: T - символ транспонирования. Символ над тензором сдвиговых напряжений обозначает контравариантную конвективную производную и записывается следующим образом:

$$\dot{\bar{\tau}} = \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \bar{\nabla})\bar{\tau} - \tilde{\bar{\Gamma}} \cdot \bar{\tau} - \bar{\tau} \cdot \tilde{\bar{\Gamma}}^T. \quad (5)$$

Задача решается в системе координат (z,r). Тогда уравнения (1)-(3) запишутся:

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho V_z V_z) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho V_z V_r) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho V_r V_r) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho V_z V_r) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\lambda V_z \tau_{zz}) + \frac{\partial}{\partial r}(\lambda V_r \tau_{zz}) = 2\mu \frac{\partial V_z}{\partial z} - \left(1 - 2\lambda \frac{\partial V_z}{\partial z}\right) \tau_{zz} + 2\lambda \frac{\partial V_z}{\partial r} \tau_{rz} \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\lambda V_z \tau_{rz}) + \frac{\partial}{\partial r}(\lambda V_r \tau_{rz}) = 2\mu \frac{\partial V_r}{\partial r} - \left(1 - 2\lambda \frac{\partial V_r}{\partial r}\right) \tau_{rz} + 2\lambda \frac{\partial V_r}{\partial z} \tau_{zz} \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\lambda V_z \tau_{rz}) + \frac{\partial}{\partial r}(\lambda V_r \tau_{rz}) = \mu \left(\frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r}\right) - \tau_{rz} + \lambda \frac{\partial V_r}{\partial z} \tau_{zz} + \lambda \frac{\partial V_z}{\partial r} \tau_{rz} \quad (11)$$

Запишем следующие граничные условия:

1. $z = -z_{in}, \quad 0 \leq r \leq 1: \quad V_z = V_z(r) = \frac{3}{2}(1-r^2)$
 $V_r = 0$
2. $-z_{in} \leq z \leq z_{out}, \quad r = 0: \quad V_r = 0, \quad \frac{\partial V_z}{\partial r} = 0$
3. $z = z_{out}, \quad 0 \leq r \leq 1: \quad V_r = 0, \quad \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$
4. $z_i \leq z \leq z_d, \quad r = 1: \quad V_z = 0, \quad V_r = 0$

Здесь Z_{in} , Z_{out} задаются продольными координатами верхней и нижней границы потока соответственно.

В качестве безразмерных параметров при исследовании изотермических течений примем числа Деборы и Рейнольдса в виде:

$$De = \lambda \dot{\gamma} = \lambda \frac{U}{H}, \quad Re = \frac{\rho U H}{\mu} \quad (12)$$

где $\dot{\gamma}$ - характерная сдвиговая скорость (обычно принимается на стенке на входе в канал); U - характерная скорость; H - характерный линейный размер (обычно используется полуширина канала).

Результаты моделирования

Для моделирования течения расплава полимера во входном канале экструзионной головки были использованы две расчетные схемы процесса: одна схема (рис.1) представляет собой канал, характеризующийся резким сужением; другая схема характеризуется плавным переходом из широкой части канала в узкую часть, являющуюся элементом экструзионной головки.

Расчеты проводились методом контрольных объемов с использованием модифицированного алгоритма *SIMPLER*. При написании источниковых членов была применена схема расщепления напряжений на вязкоупругую и вязкую части

$$\tau'_{zz} = \tau_{zz} - 2\mu \frac{\partial V_z}{\partial z};$$

$$\tau'_{rr} = \tau_{rr} - \frac{2\mu}{R} \frac{\partial V_r}{\partial r};$$

$$\tau'_{rz} = \tau_{rz} - \mu \left(\frac{1}{R} \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \right).$$

Здесь τ' обозначает вязкоупругую часть тензора напряжений. Вся расчетная область делится на контрольные объемы. Узловые точки располагаются в геометрических центрах этих контрольных объемов. Узловые точки для давления расположены в центрах

основной сетки. Для продольной и поперечной компонент скорости применена шахматная сетка. Сетка для продольной компоненты скорости сдвинута вправо, узловые точки поперечной компоненты скорости лежат на правых гранях контрольных объемов для давления. Сетка для поперечной компоненты скорости сдвинута вверх, узловые точки лежат на верхних гранях контрольных объемов для давления. Расчеты проводились на четырех различных сетках, соответствующих различной форме расчетной области и характеризующихся переменным шагом и различным количеством узлов. Расчеты проведены для различных чисел Деборы ($De = \frac{\lambda}{t^*}$,

где λ - время релаксации напряжений; t^* - характерное время процесса) в интервале от нуля до пяти и для постоянного значения числа Рейнольдса $Re=0.05$. Расчеты показывают, что сглаживание входного участка приводит к некоторому уменьшению размеров области циркуляционного течения при небольших значениях времени релаксации напряжений. Данный вывод четко прослеживается на рис.2, на котором приведены также данные по экспериментальному исследованию зависимости размера циркуляционной области для 2,5% раствора полиизобутилена и полибутена в декалине [2], хорошо описываемого конститутивной реологической моделью типа UCM. Полученные в настоящем исследовании теоретические результаты удовлетворительно согласуются с представленными экспериментальными данными.

Так как одной из целей настоящего исследования являлся анализ влияния неньютоновских свойств жидких полимерных материалов на размеры и форму циркуляционной зоны вблизи входного участка формирующей головки экструдера, то получена зависимость интенсивности течения в вихревой области от числа Деборы (рис.3).

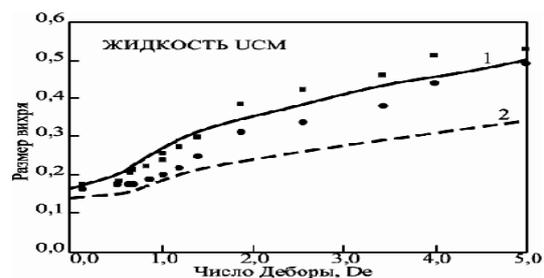


Рис. 2 – Зависимость безразмерной области циркуляционного течения от числа Деборы. 1 – результат моделирования для входа с острой кромкой; 2 – результат моделирования для входа со сглаженной кромкой; ● - экспериментальные данные для входа с острой кромкой; ■ - экспериментальные данные для входа со сглаженной кромкой

С этой целью введена безразмерная величина, имеющая смысл интенсивности вихревого течения в зоне циркуляционного потока: $\Phi = \frac{\psi_0}{\psi_1}$, где ψ_0 - значение функции тока в ядре циркуляци-

онной области; ψ_1 - значение функции тока на оси канала. Из рис. 2-3 следует, что упругие свойства экструдата заметно влияют на размеры и интенсивность циркуляционной области.

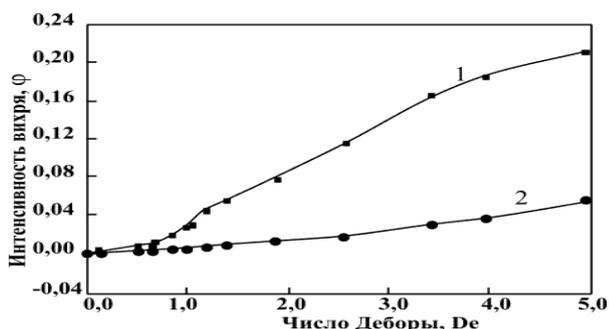


Рис. 3 – Зависимость интенсивности вихревого течения от числа Деборы: 1 – результат моделирования для входа с острой кромкой; 2 – результат моделирования для входа со сглаженной кромкой

Для исключения образования вихревых зон на входе в формующую головку экструдера впервые предлагается использовать естественный входной профиль, определяемый нулевой линией тока (рис.4). До настоящего исследования переход из широкой части формующего канала экструзионной головки в узкую изготавливался по наклонной прямой. Однако, как показали проведенные исследования, это не исключает образование вихревых структур и может привести к неоднородной структуре экструдата, что нежелательно в процессах экструзии полимерных материалов. Использование естествен-

ного входного профиля позволило бы полностью исключить негативное влияние вихревых структур на качество получаемых изделий.

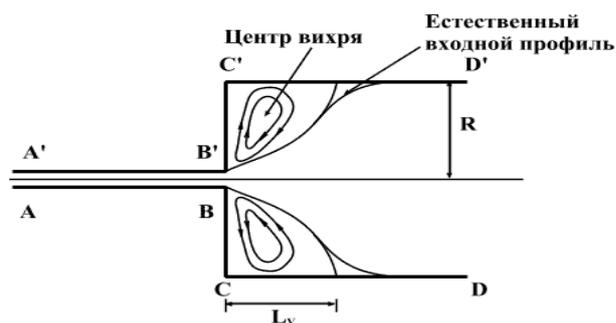


Рис. 4 – Схема течения жидкости в канале со ступенчатой конфигурацией.

Следует отметить, что для каждой рецептуры исходной полимерной смеси и для каждого технологического режима переработки полимеров необходимо рассчитывать свой естественный входной профиль; любое отклонение от него приведет к браку изделия.

Литература

1. Кутузов А.Г. Численное моделирование течения упруговязкой жидкости на выходе из капилляра / А.Г. Кутузов, Ф.А. Гарифуллин, Ф.Х. Тазюков, Ф.Р. Карибуллина, Т. Аль Смади, М.А. Кутузова // Вестник Казанского технологического университета. – Казань: КГТУ, 2003.- №1. – С. 362-367.
2. D.V.Boger, M.J.Crochet, R.A.Keller, J.Non-Newtonian Fluid Mech. – 1994. – v.52. – p.153-161.

© Г. С. Кутузова – канд. техн. наук, доц. каф. химии НХТИ КНИТУ; А. Г. Кутузов – д-р. техн. наук, проф. каф. автоматизации технологических процессов и производств НХТИ КНИТУ, kutuzov_alek@list.ru; М. А. Кутузова – канд. техн. наук, доцент той же кафедры; Ф. А. Гарифуллин – д-р техн. наук, проф. каф. технологии конструкционных материалов КНИТУ.