

УДК 678.048.167

А. В. Давыдов, В. В. Бронская, Н. Х. Зиннатуллин

ГИДРОДИНАМИКА ТОНКОПЛЕНОЧНОГО ЦЕНТРОБЕЖНОГО ТЕПЛООБМЕННИКА

Ключевые слова: гидродинамика, турбулентность, центробежная пленка, толщина пленки.

В результате численного решения системы были получены распределения по толщине пленки безразмерных функций: меридиональной, осевой и тангенциальной компонент скоростей, а также давления и толщины пленки по длине насадки при различных значениях входящих параметров.

Keywords: fluid dynamics, turbulence, centrifugal film, the film thickness.

The numerical solutions of the system were obtained for the distribution functions of the dimensionless thickness of the film: the meridian, the axial and tangential velocity components and pressure and film thickness along the length of the nozzle for various values of input parameters.

Для повышения удельной производительности технологических аппаратов довольно часто используется внешний подвод энергии, в частности, в виде центробежной. Центробежные аппараты, в которых реализуется пленочное течение жидкости широко применяются в разных отраслях промышленности для проведения разнообразных гидродинамических, тепло- и массообменных процессов [1,2]. Процессы переноса тепла и массы в центробежную жидкую пленку в большой степени определяется ее гидродинамикой.

Основу этих аппаратов составляет ротор, представляющей собой вал с насадками в виде плоского диска, конуса, сферы или иной криволинейной чаши, цилиндрической трубы или их комбинаций.

Обычно жидкость подается в виде сплошной струи в центр вращающегося рабочего элемента аппарата-насадки. При этом реализуется тонкая центробежная сплошная пленка со свободной поверхностью.

Обработке в аппаратах центробежного действия подвергаются материалы, характеризующиеся различными реологическими свойствами: вязкие жидкости, вязко-пластические среды, аномально-вязкие и нелинейно-упруго-вязкие жидкости. Гидродинамика пленочного течения в центробежном поле изучена, в основном, для вязкой жидкости. Вязкая жидкость была исследована И.О. Хинце и Х. Мильборном, Р.Х. Мухутдиновым, К.Д. Вацагиным, К. Гейзли и А. Чарватом, Н. Фрайденрейхом, Н.В. Тябиным, В.Г. Рябчуком и некоторыми другими авторами в ламинарной постановке. Анализ этих работ представлен в работах [3,4]. Пленочное течение аномально-вязких жидкостей в поле центробежных сил изучались, в основном, Н.Х. Зиннатуллиным и В.Г. Рябчуком [5-7].

В экспериментальных работах, посвященных пленочному течению сплошной пленки жидкости по поверхности вращающегося диска, отмечается волнообразование [8-10] и переход ламинарного режима в турбулентный [12]. В работе [10] разработана номограмма для

определения средней толщины жидкой пленки в зависимости от определяющих параметров. В работе [12] по длине радиуса диска выделяется четыре зоны с различными характеристиками течения: входная (начальная), ламинарно-волновая, турбулентная и вторая ламинарно-волновая с мелкомасштабными возмущениями на поверхности пленки жидкости. Авторы работы для характеристики перехода от ламинарно-волнового течения пленки к турбулентному предлагают использовать приведенное число Рейнольдса $Re_{п}$, учитывающее влияние газового потока, и центробежно-пленочное число Вебера $We_{п}$.

Авторами работы [12] отмечено, что значительное волнообразование наблюдается в центральной области вращающегося плоского диска, а по мере движения жидкости по диску волны постепенно затухают. Таким образом, для плоского диска на гидродинамическом начальном участке значение критерия Рейнольдса ($Re = \frac{4w_c \delta_0}{\nu}$)

растет, а затем в области стабилизированного течения с ростом радиуса диска – уменьшается.

Определению гидродинамического начального участка l_0 при растекании жидкой пленки по поверхности вращающейся насадки были посвящены, в частности, работы Гейзли и Чарвата [13] и Николаевой С.Г.[14]. Ими были получены аналогичные результаты при разных начальных уравнениях движения. В работе [13] были проанализированы численным методом полные уравнения гидродинамики, а в работе [14] – приближенные уравнения, получены методом оценки значимости его членов.

Рассмотрим изотермическое стабилизированное турбулентное течение вязкой жидкости ($l > l_0$) по поверхности вращающейся насадки в виде тонкой открытой сплошной пленки. Пусть криволинейная насадка имеет форму поверхности вращения (рис.1).

Систему координат выбираем таким образом, чтобы границы насадки входили в число координатных поверхностей. Для выбранной

системы координат ℓ, φ, δ коэффициенты Ляме равны: $H_\ell = 1, H_\varphi = 1, H_\delta = 1$.

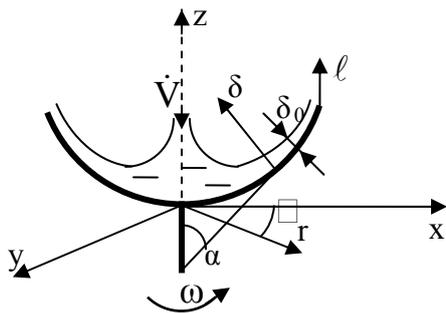


Рис.1 - Схема течения жидкости

Форма насадки характеризуется через $\sin \alpha, \cos \alpha$, которые равны:

$$\sin \alpha = \frac{dr}{d\ell} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2}}, \quad \cos \alpha = \frac{dz}{d\ell} = \frac{dz}{dr} \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2} \quad (1)$$

Примем следующие допущения:

- компоненты скорости имеют следующие соотношения: $w_\ell \approx w \gg w_\delta$
- геометрия течения такова, что $\ell, \gg \delta$
- течение осесимметричное и установившееся, т.е. $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0, \frac{\partial}{\partial t} = 0$
- турбулентность течения жидкости характеризуется полуэмпирической теорией Прандтля

При этих допущениях уравнения движения имеют вид:

$$\rho \left(w_\ell \frac{w_\ell}{\ell} + w_\delta \frac{w_\ell}{\delta} - \frac{w_\varphi^2}{r} \sin \alpha \right) = -\frac{p}{\ell} - \frac{\tau_{\delta\ell}}{\delta}, \quad (2)$$

$$\rho \left(w_\ell \frac{\partial w_\varphi}{\partial \ell} + w_\delta \frac{\partial w_\varphi}{\partial \delta} + \frac{w_\ell w_\varphi}{r} \sin \alpha \right) = -\frac{\partial \tau_{\delta\varphi}}{\partial \delta}, \quad (3)$$

$$\rho \left(w_\ell \frac{\partial w_\delta}{\partial \ell} + w_\delta \frac{\partial w_\delta}{\partial \delta} \right) = -\frac{p}{\delta}, \quad (4)$$

Уравнение неразрывности запишется в виде:

$$\frac{w_\ell}{\ell} + \frac{w_\ell}{r} \sin \alpha + \frac{w_\delta}{\delta} = 0, \quad (5)$$

$$\text{Здесь } \tau_{\delta\ell} = -(\mu + \mu_T) \frac{\partial w_\ell}{\partial \delta}, \quad (6)$$

$$\tau_{\delta\varphi} = -(\mu + \mu_T) \frac{\partial w_\varphi}{\partial \delta}, \quad (7)$$

ρ - плотность среды, $w_\ell, w_\delta, w_\varphi$ - меридиональная, осевая и тангенциальная компоненты скорости соответственно, p - давление, δ - толщина пленки, μ, μ_T - коэффициент динамической вязкости, коэффициент турбулентной вязкости соответственно.

Турбулентная вязкость μ_T , как известно, определяется в зависимости от длины пути перемешивания ℓ_T . По Прандтлю можно записать как $\ell_T = \chi y$, где χ - коэффициент Кармана (обычно $\chi = 0,4$), а y - расстояние от твердой стенки. Зависимость $\ell_T = \chi y$ справедлива при $0 < \delta < \delta_0$, поэтому примем $\ell_T = 0,4\delta_0$. Аналогичный результат для центробежной пленки был получен Булатовым А.А. [4]. Отметим, что для стабилизированного участка, скорость отставания пленки жидкости как показывает практика, гораздо меньше меридианальной составляющей. Поэтому, учитывая выше сказанное для μ_T можно записать:

$$\mu_T = \rho(0,4\delta_0)^2 \left| \frac{dw_\ell}{d\ell} \right| \quad (8)$$

Для решения системы уравнений (2)-(5) запишем граничные условия:

$$\text{при } \delta = 0, w_\ell = 0, w_\delta = 0, w_\varphi = \omega r \quad (9)$$

$$\text{при } \delta = \delta_0, \frac{\partial w_\ell}{\partial \delta} = 0, \frac{\partial w_\varphi}{\partial \delta} = 0, p = p_0 \quad (10)$$

Решение системы уравнений (2)-(5) с граничными условиями (9-10) ищем в виде:

$$w_\ell = \sqrt{\omega v} \frac{\ell}{\ell_0} f'(\delta), \quad (11)$$

$$w_\varphi = \sqrt{\omega v} \frac{\ell}{\ell_0} \varphi(\delta), \quad (12)$$

$$w_\delta = \sqrt{\omega v} \frac{\ell}{\ell_0} G(\delta), \quad (13)$$

$$p = \rho \omega v \left(\frac{\ell}{\ell_0} \right)^2 F(\delta), \quad (14)$$

Вид решения позволил свести уравнения движения в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$(f'(z))^2 + G(z)f''(z) - \varphi^2(z) = -2F(z) + (v + v_T) \frac{f'''(z)}{b\ell\sqrt{\omega v}}$$

$$f'(z)\varphi(z) + G(z)\varphi'(z) + f'(z)\varphi(z) = (v + v_T) \frac{\varphi''(z)}{b\ell\sqrt{\omega v}}$$

$$f'(z)f''(z) + G(z)G'(z) = F'(z)$$

$$2f'(z) + G'(z) = 0,$$

где $b = \ell/\ell_0$, ω - угловая скорость, $1/c$; v - кинематическая вязкость, m^2/c , $h = \delta/\ell_0$

Система обыкновенных дифференциальных уравнений решалась численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Незвестная толщина пленки жидкости определялась из условия постоянства расхода жидкости по длине образующей насадки ротора:

$$\dot{V} = 2\pi r \delta_0 w_{\ell cp} = 2\pi r \int_0^{\delta_0} w_\ell d\delta.$$

Система дифференциальных уравнений интегрировалась на отрезке $[0, h]$, причем значение безразмерной переменной h уточнялось на каждом

шаге итерации из уравнения постоянства расхода. В результате численного интегрирования были получены распределения скоростей и давления по толщине пленки.

Некоторые полученные результаты при $\dot{V}=10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$, $\omega=500 \text{ 1/с}$, $\rho=800 \text{ кг/м}^3$, $\mu=0,001 \text{ Па с}$ в безразмерных параметрах представлены на рисунках 2-4.

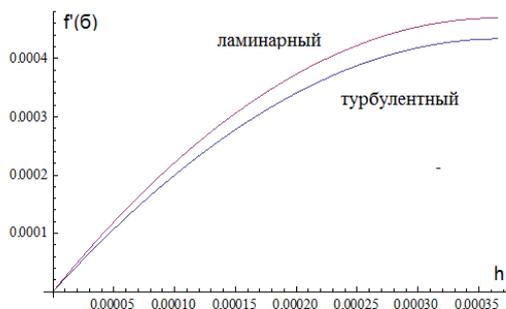


Рис. 2 - Изменение меридиональной функции по толщине пленки

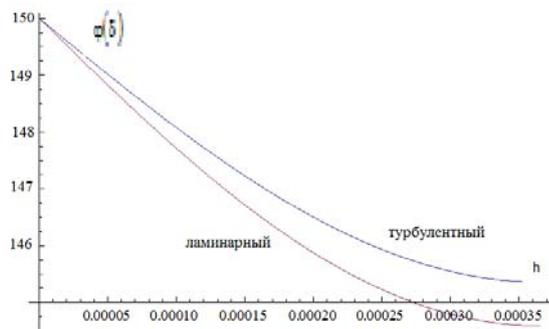


Рис. 3 - Изменение тангенциальной функции по толщине пленки

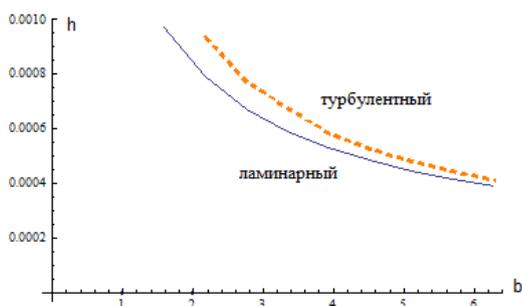


Рис. 4 - Распределение безразмерной толщины пленки жидкости по поверхности насадки

Для принятой модели турбулентности получены необходимые параметры течения вязкой пленкижидкости, которые будут использованы при расчете центробежного пленочного теплообменника.

Литература

1. Н.Х. Зиннатуллин, А.А. Булатов, С.Г. Николаева, Г.Н. Зиннатуллина. Вестник Казанского технологического университета, т. 15,1,125-127,2012
2. Н.Х. Зиннатуллин, А.А. Булатов, В.Г. Кузнецов, И.И. Нафиков, Г.Н. Зиннатуллина. Вестник Казанского технологического университета, т. 15,4,107-109,2012
3. С.Г. Николаева. Дисс.канд.техн.наук. КГТУ, Казань,1998,186 с.
4. А.А. Булатов. Дисс.канд.техн.наук. КГТУ, Казань,1998,186 с.
5. Н.Х. Зиннатуллин. Дисс.канд.техн.наук. КХТИ, Казань,1984, 464 с.
6. А.В.Кузнецов Математическое моделирование процесса контактной кристаллизации в центробежном поле/Кузнецов А.В., Попович Г.А., Рябчук Г.В., Филимонов М.В., Чудин А.С.// Изв. Вузов. Химия и химическая технология. – 2005. – Т.48, вып.9 – с. 25 -27
7. Е.А. Смирнов, А.С. Прокопенко, Г.В. Рябчук Математическая модель процесса разделения тонкодисперсных суспензий на криволинейных насадках.// Известия ВУЗов Химия и химическая технология. – 2003. – вып.2. – с. 162-163
8. О.А. Поваров, Е.Г. Васильченко, П.Г. Петров. Известия АН СССР. Энергетика и транспорт,1,172-176,1978
9. Б.И. Федоров, Г.В. Плавник, И.В. Прохоров, Л.Г. Жуховицкий. Инженерно-физический журнал,31,6,1060-1067,1976
10. Г.А. Филиппов, О.А. Поваров, Е.Г. Васильченко, В.Н. Гришин, А.И. Никольский. В.сб. Труды МЭИ, Москва,1977, с.41-46
11. А.А. Мужилко. Гидрогазодинамика и теплообмен в конденсированных средах. В.сб. Сборник научных трудов АН СССР, Сибирское отделение, институт теплофизики. Новосибирск,1981, с.18-24
12. А.И. Бутузов, И.И. Пуховой. Инж. Физ. журнал,31,2,217-224,1976
13. Charwat A., Yasley C. J. Fluid Mech., 53,2,227-255,1972
14. А.А.Булатов, Н.Х. Зиннатуллин, С.Г. Николаева. Определение протяженности начального участка при растекании жидкой пленки по поверхности вращающейся насадки// В.сб.: Массообменные процессы и аппараты химической технологии. Казань, КГТУ, 1994. – с.1093-1095

© А.В. Давыдов – асп. каф. ЭЭ КГЭУ; Н. Х. Зиннатуллин - д-р техн. наук, проф. КНИТУ; В. В. Бронская - канд. техн. наук, доц. каф. процессов и аппаратов химической технологии КНИТУ, dweronika@mail.ru.