

И. В. Зайцев, Т. В. Лаптева, Н. Н. Зиятдинов

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДВУХЭТАПНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ВЕРОЯТНОСТНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ С УЧЕТОМ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Ключевые слова: оптимальное проектирование, одноэтапная задача, оптимизация с учетом неопределенности, вероятностные ограничения, полубесконечное программирование.

При решении задачи проектирования оптимальных химико-технологических систем возникает ряд сложностей: необходимо учитывать неопределенность, содержащуюся в исходной информации о задаче, вычислять многомерные интегралы, лежащие в основе функций критерия и ограничений задачи, также необходимо оперировать с бесконечным количеством ограничений с конечным числом поисковых переменных. В предыдущих работах были рассмотрены разные подходы использующиеся для решения исследуемой задачи. В данной статье будет приведен общий алгоритм решения задачи двухэтапного проектирования оптимальных химико-технологических систем с вероятностными ограничениями с учетом неопределенности, собравший воедино все разработанные нами ранее подходы.

Key words: optimal process design, optimization under uncertainty, one-stage optimization problem, chance constraints, semi-infinite problem.

There are various problems with optimal process design problem solving: taking into account of source data uncertainty and calculation of multidimensional integrals, which underlie the criterion and constraints functions, are necessary, also infinite constraints number with finite search variables operation is necessary. In previous studies various approaches that are used for solving researching problem were considered. In this paper general algorithm of two-stage optimal process design problem with chance constraints under uncertainty solving will be discussed. This algorithm has collected approaches we had worked out.

Введение

При решении задач проектирования оптимальных химико-технологических процессов необходимо производить учет неопределенности, присутствующей в исходной информации о процессе. Данный класс задач можно разделить на одно- и двухэтапные задачи оптимального проектирования. Кроме того, в задачах оптимального проектирования различают жесткие и мягкие ограничения. Жесткие выполняются безусловно, мягкие выполняются с заданной вероятностью или в среднем.

Одноэтапные задачи получили значительное развитие [1, 2, 3]. Были предложены методы решения одноэтапных задач с жесткими ограничениями [4, 5].

Нами были разработаны и рассмотрены в [2, 5, 6, 7] подходы для преодоления сложностей решения двухэтапных задач проектирования оптимальных химико-технологических систем с вероятностными ограничениями в условиях неопределенности. В настоящей работе мы обобщим предложенные ранее подходы и, используя модификацию метода внешней аппроксимации [8], разработаем единый алгоритм решения задач двухэтапного проектирования оптимальных химико-технологических систем с вероятностными ограничениями в условиях неопределенности.

Итак, рассмотрим предлагаемый нами метод решения задачи оптимального проектирования. Он будет являться основой для разрабатываемого алгоритма.

Метод решения задачи двухэтапного проектирования

Шаг 0. Инициализация.

Шаг 1. Начало работы метода внешней аппроксимации. Задание стартового множества критических точек.

Шаг 2. Решение задачи номинальной оптимизации (1) [7].

Шаг 3. Поиск критических точек для модифицированного метода внешней аппроксимации [8].

Шаг 4. Если были найдены новые критические точки, то переход на Шаг 2, иначе – Шаг 5.

Шаг 5. Проверка условия завершения работы метода.

Шаг 6. Дробление имеющихся областей неопределенности для ограничений и для критерия с помощью приведенных выше подходов. Затем переход на Шаг 1.

Алгоритм решения задачи двухэтапного проектирования с вероятностными ограничениями с учетом неопределенности

Шаг 7. Инициализация начальных значений переменных. Положить $k = 1$ – номер итерации. Задать начальные значения конструктивных параметров $d_i^{(0)}$, $i = \overline{1, n_d}$. Начальные значения аппроксимаций управляющих параметров $b_{i,j}^{(0)}$, $i = \overline{1, n_z}$, $j = \overline{0, n_\theta}$.

Область неопределенности
 $T = \{\theta_i : \theta_i^L \leq \theta_i \leq \theta_i^U, i = \overline{1, n_\theta}\}$, $i = \overline{1, n_\theta}$. Для подобластей неопределенности любых описанных ниже видов, левые границы всегда меньше либо равны правым границам этих подобластей.

Начальное множество подобластей неопределенности по критерию:

$$T^q = \{\theta_i : \theta_i^{L,q} \leq \theta_i \leq \theta_i^{U,q}, i = \overline{1, n_\theta}\}, \quad q = \overline{1, M^{(k)}},$$

где $M^{(k)} = 1$ – количество этих подобластей.

Начальное множество подобластей неопределенности по мягким ограничениям по каждому j -му ограничению, $j = \overline{1, m}$:

$$T_{\alpha_j}^l = \{\theta_i : \theta_i^{L,j,l} \leq \theta_i \leq \theta_i^{U,j,l}, i = \overline{1, n_\theta}\}, \quad l = \overline{1, N_j^{(k)}},$$

где $N_j^{(k)} = 1$ – количество этих подобластей.

$$\text{При этом } T_{\alpha_j} \subset T, \quad T_{\alpha_j} = \bigcup_l T_{\alpha_j}^l, \quad \bigcap_l T_{\alpha_j}^l = \emptyset$$

для каждого $j = \overline{1, m}$.

А также начальное множество подобластей неопределенности R по каждому j -му ограничению, $j = \overline{1, m}$, соответствующее существующему множеству подобластей по мягким ограничениям:

$$R_j^l = \{\theta_i : \theta_i^{L,j,l} \leq \theta_i \leq \theta_i^{U,j,l}, i = \overline{1, n_\theta}\}, \quad l = \overline{1, N_j^{(k)}},$$

где $N_j^{(k)} = 1$ – количество этих подобластей.

$$\text{При этом } T = \bigcup_h T_j^h, \quad \bigcap_h T_j^h = \emptyset, \quad \text{для каждого } j = \overline{1, m}.$$

Начальное множество подобластей неопределенности по жестким ограничениям по каждому j -му ограничению, $j = \overline{m+1, m+q}$:

$$T_j^h = \{\theta_i : \theta_i^{L,j,h} \leq \theta_i \leq \theta_i^{U,j,h}, i = \overline{1, n_\theta}\},$$

$h = \overline{1, H_j^{(k)}}$, где $H_j^{(k)} = 1$ – количество этих подобластей. При этом $T = \bigcup_h T_j^h$,

$$\bigcap_h T_j^h = \emptyset, \quad \text{для каждого } j = \overline{m+1, m+q}.$$

${}^{CP}Q$ – множество всех критических точек, найденных на всех пройденных итерациях.

${}^{CP}Q_j$ – множество всех критических точек имеющихся подобластей j -го ограничения, $j = \overline{1, m+q}$, найденных на всех пройденных итерациях.

${}^{CP}Q^{(k,p)}$ – множество критических точек, найденных на итерации p метода внешней аппроксимации итерации k основного метода. Множество ${}^{CP}Q^{(k,p)}$ содержит критические точки ${}^{CP}\theta_i$, $i = \overline{1, n_\theta}$.

${}^{CP}Q_j^{(k,p)}$ – множество критических точек всех имеющихся подобластей j -го ограничения, $j = \overline{1, m+q}$, найденных на итерации p метода внешней аппроксимации итерации k

основного метода. ${}^{CP}Q_{j,l}^{(k,p)}$ – множество критических точек j -го ограничения

подобласти l , $l = \overline{1, N_j^{(k)}}$, $j = \overline{1, m}$, найденных на итерации p метода внешней аппроксимации итерации k основного метода.

${}^{CP}Q_{j,h}^{(k,p)}$ – множество критических точек j -го ограничения подобласти h , $h = \overline{1, H_j^{(k)}}$, $j = \overline{m+1, m+q}$, найденных на итерации p метода внешней аппроксимации итерации k основного метода.

Значение $i^q = \overline{1, n_\theta}$ – номер ребра подобласти неопределенности по критерию T^q , которое будет подвергаться дроблению при следующей процедуре дробления. Значения $i_j^l = \overline{1, n_\theta}$, $j = \overline{1, m}$, и $i_j^h = \overline{1, n_\theta}$, $j = \overline{m+1, m+q}$, – номера ребер областей неопределенности по ограничению, которые будут подвергаться дроблению при следующей процедуре дробления, соответственно, для жестких и мягких ограничений.

Инициализировать значения i^q , i_j^l и i_j^h единицами.

Шаг 8. Начало цикла метода внешней аппроксимации. Положить $p = 1$ – номер итерации метода внешней аппроксимации.

Задание начального множества критических точек ${}^{CP}Q^{(k,p-1)}$. Для этого можно решить задачи (2) и (3) для получения начальных критических точек для мягких и жестких ограничений соответственно.

Задание начальных значений границ $(\theta^{L,j,l}, \theta^{U,j,l})^{(k,p-1)}$ плавающих подобластей $T_{\alpha_j}^l$, $l = \overline{1, N_j^{(k)}}$, $j = \overline{1, m}$.

Шаг 9. Решить задачу номинальной оптимизации (1), используя стартовые значения $d_i^{(k,p-1)}$, $i = \overline{1, n_d}$, $b_{i,j}^{(k,p-1)}$, $i = \overline{1, n_z}$, $j = \overline{0, n_\theta}$, $(\theta^{L,j,l}, \theta^{U,j,l})^{(k,p-1)}$, $l = \overline{1, N_j^{(k)}}$, $j = \overline{1, m}$, в случае наследования значений. Вообще говоря, стартовые значения могут быть любыми из допустимой области их изменения, и их не обязательно наследовать.

$$\min_{d_i, b_{i,j}, \theta^{L,j,l}, \theta^{U,j,l}} E_\theta[f(d, b, \theta); T] \quad (1)$$

$$g_j(d, b, \theta^{L,j,l} + (\theta^{U,j,l} - \theta^{L,j,l})^T \cdot {}^{CP}\theta) \leq 0, \quad j = \overline{1, m},$$

$$l = \overline{1, N_j^{(k)}}, \quad \forall {}^{CP}\theta \in {}^{CP}Q_j,$$

$$\sum_i^{N_j^{(k)}} \prod_i^{n_\theta} [\Phi(\bar{\theta}_i^{U,j,l}) - \Phi(\bar{\theta}_i^{L,j,l})] \geq \alpha_j, \quad j = \overline{1, m},$$

$$g_j(d, b, {}^{CP}\theta) \leq 0, \quad j = \overline{m+1, m+q}, \quad h = \overline{1, H_j^{(k)}},$$

$$\forall {}^{CP}\theta \in {}^{CP}Q_j,$$

где критические точки ${}^{CP}\theta \in {}^{CP}Q_j$ мягких ограничений $j = \overline{1, m}$ хранятся в относительных величинах – $0 \leq {}^{CP}\theta_i \leq 1$ и постоянно пересчитывается относительно плавающих границ $(\theta^{L, j, l}, \theta^{U, j, l})$ соответствующей подобласти $T_{\alpha_j}^l$, $l = \overline{1, N_j^{(k)}}$:

$${}^{CP}\theta_i = \theta_i^{L, j, l} + (\theta_i^{U, j, l} - \theta_i^{L, j, l}) T_{\alpha_j}^{CP} \theta_i.$$

Сами плавающие границы $(\theta^{L, j, l}, \theta^{U, j, l})$ подобластей $T_{\alpha_j}^l$ могут изменять значения внутри границ соответствующих им подобластей R_j^l .

Итак, пусть было найдено решение задачи (1) $(d_{i_d}, b_{i_z, j_b}, \theta^{L, j, l}, \theta^{U, j, l})^{(k, p)}$, где $i_d = \overline{1, n_d}$, $i_z = \overline{1, n_z}$, $j_b = \overline{0, n_\theta}$; $j = \overline{1, m}$, $l = \overline{1, N_j^{(k)}}$.

Шаг 10. Для каждой из имеющихся подобластей $T_{\alpha_j}^l$, $l = \overline{1, N_j^{(k)}}$ каждого мягкого ограничения $j = \overline{1, m}$ решить задачу номинальной оптимизации, используя решение $(d_i, b_{i_j}, \theta^{L, j, l}, \theta^{U, j, l})^{(k, p)}$, найденное на предыдущем шаге.

$$\max_{\theta \in T_{\alpha_j}^l} g_j(d^{(k, p)}, b^{(k, p)}, \theta), \quad j = \overline{1, m}, \quad l = \overline{1, N_j^{(k)}}, \quad (2)$$

где

$$T_{\alpha_j}^l = \{\theta_i : \theta_i^{L, j, l, (k, p)} \leq \theta_i \leq \theta_i^{U, j, l, (k, p)}, i = \overline{1, n_\theta}\},$$

$$T_{\alpha_j} \subset T, \quad T_{\alpha_j} = \bigcup_l T_{\alpha_j}^l, \quad \bigcap_l T_{\alpha_j}^l = \emptyset.$$

А для каждой подобласти T_j^h , $h = \overline{1, H_j^{(k)}}$

жесткого ограничения $j = \overline{m+1, m+q}$ решить задачу номинальной оптимизации

$$\max_{\theta \in T_j^h} g_j(d^{(k, p)}, b^{(k, p)}, \theta), \quad (3)$$

$$j = \overline{m+1, m+q}, \quad h = \overline{1, H_j^{(k)}},$$

$$\text{где} \quad T_j^h = \{\theta_i : \theta_i^{L, j, h} \leq \theta_i \leq \theta_i^{U, j, h}, i = \overline{1, n_\theta}\},$$

$$T = \bigcup_h T_j^h, \quad \bigcap_h T_j^h = \emptyset, \quad \text{для каждого} \quad j = \overline{m+1, m+q}.$$

Таким образом, будет решено $m \cdot N_j^{(k)} + q \cdot H_j^{(k)}$ задач номинальной оптимизации. Пусть для каждой решенной задачи (2) и (3) найдено некоторое решение $\theta_i^*, i = \overline{1, n_\theta}$, $j = \overline{1, m}$. Эти точки составляют множества точек ${}^SQ_j^{l, (k, p)}$, $j = \overline{1, m}$, $l = \overline{1, N_j^{(k)}}$ – для мягких ограничений, и ${}^HQ_j^{h, (k, p)}$, $j = \overline{m+1, m+q}$, $h = \overline{1, H_j^{(k)}}$ – для жестких ограничений.

Шаг 11. Для всех найденных на предыдущем шаге точек θ_i^* , $i = \overline{1, n_\theta}$ проверить условия

$$g_j(d^{(k, p)}, b^{(k, p)}, \theta^*) \leq 0, \quad j = \overline{1, m}, \quad (4)$$

где $\theta^* \in {}^SQ_j^{l, (k, p)} \cup {}^HQ_j^{h, (k, p)}$. Если условия выполняются, то цикл метода внешней аппроксимации можно считать завершенным. Переход на шаг 7.

Шаг 12. Заполнить множество ${}^{CP}Q^{(k, p)}$ точками θ^* множеств ${}^SQ_j^{l, (k, p)}$ и ${}^HQ_j^{h, (k, p)}$, в которых условия (4) нарушаются:

$${}^{CP}Q^{(k, p)} = \{\theta^* : g_j(d^{(k, p)}, b^{(k, p)}, \theta^*) > 0,$$

$$\theta^* \in {}^SQ_j^{l, (k, p)} \cup {}^HQ_j^{h, (k, p)}\}.$$

Шаг 13. Положить $p = p + 1$ и перейти к шагу 2.

Шаг 14. Проверка используемого условия завершения алгоритма. Можно использовать разные условия, которые будут служить индикатором нахождения решения достаточно близкого к оптимальному, например, относительно малое изменение критерия решаемой задачи оптимизации, максимальное количество итераций и др. В случае выполнения одного или нескольких условий завершения алгоритма – решение $(d_{i_d}, b_{i_z, j_b}, \theta^{L, j, l}, \theta^{U, j, l})^*$, где $i_d = \overline{1, n_d}$, $i_z = \overline{1, n_z}$, $j_b = \overline{0, n_\theta}$; $j = \overline{1, m}$, $l = \overline{1, N_j^{(k)}}$, найдено, в противном осуществляется переход к следующему шагу.

Шаг 15. Дробление подобластей неопределенности по критерию T^q , $q = \overline{1, M^{(k)}}$, в зависимости от используемого критерия выбора дробимых подобластей. Например, можно дробить все имеющиеся подобласти по критерию.

Для каждой подобласти T^{q^*} из всех подобластей

$T^q = \{\theta_i : \theta_i^{L, q} \leq \theta_i \leq \theta_i^{U, q}, i = \overline{1, n_\theta}\}$, $q = \overline{1, M^{(k)}}$, которые было решено дробить, произвести следующие действия:

- найти середину дробимого ребра i^{q^*} многомерного прямоугольника T^{q^*} : $\theta_{i^{q^*}}^{M, q^*} = (\theta_{i^{q^*}}^{L, q^*} + \theta_{i^{q^*}}^{U, q^*}) / 2$;
- создать копию $T^{M^{(k)}+1}$ дробимой подобласти $T^{q^*} = \{\theta_i : \theta_i^{L, q^*} \leq \theta_i \leq \theta_i^{U, q^*}\}$, $M^{(k)} = M^{(k)} + 1$;
- для ребра i^{q^*} подобластей T^{q^*} и $T^{M^{(k)}+1}$ положить, $\theta_{i^{q^*}}^{U, q^*} = \theta_{i^{q^*}}^{M, q^*}$ и $\theta_{i^{q^*}}^{L, q^*} = \theta_{i^{q^*}}^{M, q^*}$;
- если $i^{q^*} < n_\theta$, увеличить i^{q^*} на единицу: $i^{q^*} = i^{q^*} + 1$; иначе – положить $i^{q^*} = 1$.

Таким образом, объединение $T^{q^*} \cup T^{M^{(k)}+1}$ является областью, дробление которой было произведено, а $T^{q^*} \cap T^{M^{(k)}+1} = \emptyset$.

Шаг 16. Дробление подобластей неопределенности по ограничениям $T_{\alpha_j}^l$,

$j = \overline{1, m}$, $l = \overline{1, N_j^{(k)}}$, и T_j^h , $j = \overline{m+1, m+q}$, $h = \overline{1, H_j^{(k)}}$. Мы будем производить дробление *активных* подобластей [8]. Кроме того, для решения проблемы синхронизации дроблений разных видов, будут производиться дробления тех *подобластей по ограничениям*, которым соответствуют дробления *по критерию*, произведенным на предыдущем шаге. В случае, когда для одной и той же *подобласти по ограничению* необходимо произвести одновременно и дробление, соответствующее *дроблению по критерию*, и дробление по активности, будем производить только одно дробление.

Для каждой подобласти $T_{\alpha_j}^{l^*}$ из всех подобластей

$$T_{\alpha_j}^l = \{\theta_i : \theta_i^{L, j, l} \leq \theta_i \leq \theta_i^{U, j, l}, i = \overline{1, n_\theta}\}, \quad l = \overline{1, N_j^{(k)}},$$

мягких ограничений $j = \overline{1, m}$, которые необходимо раздробить хотя бы по одной из выше описанных причин, произвести следующие действия:

- найти середину дробимого ребра $i_{j^*}^{l^*}$ многомерного прямоугольника $R_{j^*}^{l^*}$, соответствующего мягкой области $T_{\alpha_j}^{l^*}$:
 $\theta_{j^*}^{M, l^*} = (\theta_{j^*}^{L, l^*} + \theta_{j^*}^{U, l^*}) / 2$;
- создать копию $T_{\alpha_{j^*}}^{N_j^{(k)+1}}$ дробимой подобласти
 $T_{\alpha_{j^*}}^{l^*} = \{\theta_i : \theta_i^{L, j^*, l^*} \leq \theta_i \leq \theta_i^{U, j^*, l^*}\},$
 $N_{j^*}^{(k)} = N_{j^*}^{(k)} + 1$;
- для ребра $i_{j^*}^{l^*}$ подобластей $T_{\alpha_{j^*}}^{l^*}$ и $T_{\alpha_{j^*}}^{N_j^{(k)+1}}$ положить,
 $\theta_{j^*}^{U, l^*} = \min(\theta_{j^*}^{M, l^*}, \theta_{j^*}^{U, l^*})$ и
 $\theta_{j^*}^{L, l^*} = \max(\theta_{j^*}^{M, l^*}, \theta_{j^*}^{L, l^*})$;
- распределить критические точки множества ${}^{CP}Q_{j^*, l^*}$: для этого критические точки этого множества перенести во временное множество ${}^{CP}Q_{j^*, l^*}^*$, множество ${}^{CP}Q_{j^*, l^*}$ очистить и заполнить точками множества ${}^{CP}Q_{j^*, l^*}^*$, которые принадлежат множеству $T_{\alpha_{j^*}}^{l^*}$; создать множество критических точек ${}^{CP}Q_{j^*, N_j^{(k)+1}}$ и заполнить его точками множества ${}^{CP}Q_{j^*, l^*}^*$, которые принадлежат множеству $T_{\alpha_{j^*}}^{N_j^{(k)+1}}$.
- если $i_{j^*}^{l^*} < n_\theta$, увеличить $i_{j^*}^{l^*}$ на единицу:
 $i_{j^*}^{l^*} = i_{j^*}^{l^*} + 1$; иначе – положить $i_{j^*}^{l^*} = 1$.

Таким образом, объединение $T_{j^*}^{l^*} \cup T_{j^*}^{N_j^{(k)+1}}$ является областью, дробление которой было произведено, а $T_{j^*}^{l^*} \cap T_{j^*}^{N_j^{(k)+1}} = \emptyset$.

Для каждой подобласти $T_j^{h^*}$ из всех подобластей

$$T_j^h = \{\theta_i : \theta_i^{L, j, h} \leq \theta_i \leq \theta_i^{U, j, h}, i = \overline{1, n_\theta}\},$$

$h = \overline{1, H_j^{(k)}}$, жестких ограничений $j = \overline{m+1, m+q}$, которые необходимо раздробить хотя бы по одной из выше описанных причин, произвести следующие действия:

- найти середину дробимого ребра $i_{j^*}^{h^*}$ многомерного прямоугольника $T_{j^*}^{h^*}$:
 $\theta_{j^*}^{M, h^*} = (\theta_{j^*}^{L, h^*} + \theta_{j^*}^{U, h^*}) / 2$;
- создать копию $T_{j^*}^{N_j^{(k)+1}}$ дробимой подобласти
 $T_{j^*}^{h^*} = \{\theta_i : \theta_i^{L, j^*, h^*} \leq \theta_i \leq \theta_i^{U, j^*, h^*}\},$
 $N_{j^*}^{(k)} = N_{j^*}^{(k)} + 1$;
- для ребра $i_{j^*}^{h^*}$ подобластей $T_{j^*}^{h^*}$ и $T_{j^*}^{N_j^{(k)+1}}$ положить, $\theta_{j^*}^{U, h^*} = \theta_{j^*}^{M, h^*}$ и $\theta_{j^*}^{L, h^*} = \theta_{j^*}^{M, h^*}$;
- распределить критические точки множества ${}^{CP}Q_{j^*, h^*}$: для этого критические точки этого множества перенести во временное множество ${}^{CP}Q_{j^*, h^*}^*$, множество ${}^{CP}Q_{j^*, h^*}$ очистить и заполнить точками множества ${}^{CP}Q_{j^*, h^*}^*$, которые принадлежат множеству $T_{j^*}^{h^*}$; создать множество критических точек ${}^{CP}Q_{j^*, N_j^{(k)+1}}$ и заполнить его точками множества ${}^{CP}Q_{j^*, h^*}^*$, которые принадлежат множеству $T_{j^*}^{N_j^{(k)+1}}$.
- для каждого $j = \overline{m+1, m+q}$, если $i_{j^*}^{h^*} < n_\theta$, увеличить $i_{j^*}^{h^*}$ на единицу:
 $i_{j^*}^{h^*} = i_{j^*}^{h^*} + 1$; иначе – положить $i_{j^*}^{h^*} = 1$.

Таким образом, объединение $T_{j^*}^{h^*} \cup T_{j^*}^{N_j^{(k)+1}}$ является областью, дробление которой было произведено, а $T_{j^*}^{h^*} \cap T_{j^*}^{N_j^{(k)+1}} = \emptyset$.

Шаг 17. Переход к новому циклу алгоритма решения задачи двухэтапного проектирования оптимальных систем. Положить $k = k + 1$ и перейти к шагу 1.

Вычислительный эксперимент

С помощью разработанного алгоритма была решена задача оптимизации технологической системы. Технологическая система состоит из реактора и теплообменника с рециклом (Рис. 1) [9]. В реакторе объема V протекает экзотермическая реакция первого порядка вида $A \xrightarrow{k_R} B$. Рецикл (с расходом F_1) используется для управления температурой T_1 , в реакторе. Противоточный теплообменник служит для охлаждения рециклического потока F_1 , используя холодную воду с расходом F_w , кг*моль/ч. Процесс служит для получения целевого продукта B . Неопределенными параметрами задачи являются F_0 , T_0 (K), T_{w1} (K), k_R (м³/кг*моль*ч), U (кДж/м²). Область неопределенности T характеризуется отклонениями δ от номинальных значений неопределенных параметров (см. табл. 1). В качестве критерия оптимальности использованы приведенные затраты $f = 691,2 \cdot V^{0,7} + 873 \cdot A_t^{0,6} + 1,76 \cdot F_w + 7,056 \cdot F_1$, (5) где A_t - площадь теплообменника.

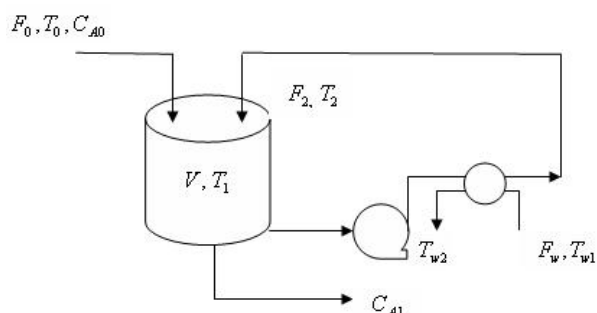


Рис. 1 – Технологическая схема примера 2

Математические модели реактора и теплообменника имеют вид:

$$\frac{F_0(C_{A0} - C_{A1})}{C_{A0}} = vk_R \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) C_{A1}$$

$$\frac{(-\Delta H)F_0(C_{A0} - C_{A1})}{C_{A0}} = F_0 c_p (T_1 - T_0) + Q_{HE}$$

$$Q_{HE} = F_1 c_p (T_1 - T_0) = F_w c_{pw} (T_{w2} - T_{w1})$$

$$Q_{HE} = A_t U (\Delta T)_m = A_t U \frac{(T_1 - T_{w2}) - (T_2 - T_{w1})}{\ln\left\{\frac{T_1 - T_{w2}}{T_2 - T_{w1}}\right\}}$$

Конструктивные переменные: V , A_t .

Управляющие переменные: T_1 , T_{w2} .

Таблица 1 - Отклонение неопределенных параметров от номинального значения

Параметр	F_0	T_0	T_{w1}	k_R	U
Номинал	45.36	393	300	9.81	1635.34
δ	0.1	0.02	0.03	0.1	0.1

Величины в таблице 1 имеют следующие размерности: F_0 - кг*моль/ч, T_0 - K, T_{w1} - K, k_R - м³/кг*моль*ч, U - кДж/м². Область неопределенности имеет вид 5-мерного параллелепипеда, в котором каждый параметр θ находится в пределах отрезка $[\theta^L; \theta^U]$, где $\theta^L = \theta^N(1 - \delta)$, $\theta^U = \theta^N(1 + \delta)$, θ^N - номинальное значение.

Ограничения в задаче имеют вид:

1. $V \geq 0$
2. $A \geq 0$
3. $0.9 \leq (C_{A0} - C_{A1}) / C_{A0} \leq 1$
4. $T_2 - T_1 \leq 0$
5. $T_{w1} - T_{w2} \leq 0$
6. $T_{w1} - T_2 + 11.1 \leq 0$
7. $T_{w2} - T_1 + 11.1 \leq 0$
8. $311 \leq T_1 \leq 389$
9. $311 \leq T_2 \leq 389$
10. $301 \leq T_{w2} \leq 355$

Таблица 2 – Результаты решения двухэтапной задачи с использованием разработанного алгоритма

α	it	f	V	A_t	t
0,5	0	9860	5,64	7,24	4
	1	9837	5,57	7,27	20
	2	9847	5,57	7,33	41
	3	9861	5,57	7,37	117
	4	9865	5,57	7,39	314
0,75	0	9940	5,8	7,28	3
	1	9913	5,73	7,31	8
	2	9928	5,73	7,39	43
	3	9967	5,73	7,45	412

В таблице: α – заданная вероятность выполнения ограничений, it – номер итерации.

Результаты применения предложенного алгоритма представлены в таблице 2. Для каждой итерации приводятся f – оптимальное значение целевой функции задачи (5), оптимальные значения конструктивных параметров: объема реактора V и поверхности теплообмена в теплообменнике A_t , t – кумулятивное по итерациям время решения задачи, сек.

Литература

1. U.M. Diwaker, J.R. Kalagnanam, AIChE J, 43, 440-449 (1997);
2. Т.В. Лаптева, Н.Н. Зиятдинов, Д.Д. Первухин, Вестник Казан. технол. ун-та, 7, 218-224 (2011);
3. Т.В. Лаптева, Н.Н. Зиятдинов, Г.М. Островский, Д.Д. Первухин, ТОХТ, 44, 5, 507-515 (2010);
4. K.P. Halemane, I.E. Grossmann, AIChE J, V. 29, 425-433 (1983);

5. Г.М. Островский, Н.Н. Зиятдинов, Т.В. Лаптева, И.Д. Первухин, Вестник Казан. технол. ун-та, 6, 199-206 (2011);
6. Н.Н. Зиятдинов, Г.М. Островский, И.В. Зайцев, Т.В. Лаптева, Вестник Казан. технол. ун-та, Т. 14, № 10, 223-231 (2011);
7. Н.Н. Зиятдинов, И.В. Зайцев, Т.В. Лаптева, Вестник Казан. технол. ун-та, Т. 15, № 16, 247–250 (2012);

8. Г.М. Островский, Н.Н. Зиятдинов, Т.В. Лаптева, Оптимизация технических систем, – М. : КНОРУС, 2012. – 432 с.;
9. K.P. Halemane, I.E. Grossmann, AIChE J, 29, 425–433 (1983).

© **И. В. Зайцев** – асс. каф. системотехники КНИТУ; **Т. В. Лаптева** - к.т.н., доцент каф. системотехники КНИТУ, tanlapteva@yandex.ru; **Н. Н. Зиятдинов** - д.т.н., проф., зав. каф. системотехники КНИТУ, nnziat@yandex.ru.