

Н. Х. Зиннатуллин, А. А. Булатов, Р. Г. Галимуллин,  
А. И. Хайбуллина

### ТЕПЛО- И МАССОБМЕН В ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ЖИДКОЙ ПЛЕНКЕ

Ключевые слова: жидкая пленка, центробежное растекание, равновесная температура, испарение, радиус высыхания.

Определены параметры растекания центробежной испаряющейся жидкой пленки.

Keywords: Keywords: liquid film, centrifugal spreading, the equilibrium temperature, evaporation, the radius of the drying

Defined parameters of centrifugal liquid films evaporated from bleeding.

В работе [1] приводились результаты анализа процесса нанесения покрытия на подложку в центробежном поле. Рассматривалась задача растекания капли аномально-вязкой жидкости, реологическое уравнение состояния которой представляет собой степенное соотношение, в криволинейной системе координат  $(l, \varphi, z)$ , вращающейся вместе с подложкой:

$$\frac{w_\ell}{t} = F_\ell - \frac{1}{\rho} \frac{p}{\ell} + \frac{\mu}{z} \left( \frac{w_\ell}{\rho z} \right), \quad (1)$$

$$\frac{w_\varphi}{t} = F_\varphi + \frac{\mu}{z} \left( \frac{w_\ell}{\rho z} \right), \quad (2)$$

$$\frac{w_z}{t} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{p}{z}. \quad (3)$$

Здесь  $F_{\ell, \varphi, z}$  - проекции единичных массовых сил по осям,  $w_{\ell, \varphi, z}$  - проекции скоростей по осям,  $p$  - давление,  $\rho$  - плотность жидкости,  $\mu$  - вязкость жидкой среды,  $t$  - время.

После принятия ряда упрощающих допущений и перехода к плоской подложке, которая чаще используется на практике, получены уравнения для определения толщины слоя жидкости на подложке  $\delta_0$  и радиуса смоченного пятна  $r_0$ :

$$\delta_0 = \left[ \left( \frac{2n+1}{3n+1} \right)^n \cdot \frac{K \cdot r_0^{n-1}}{\rho \cdot \omega^2 t^n} \right]^{1/(n+1)}; \quad (4)$$

$$r_0 = \left[ \frac{(3n+1)^{n+2}}{(2n+1)^n (n+1)^{n+1}} \cdot \frac{\rho \omega^2}{K} \left( \frac{V}{2\pi} \right)^{n+1} \cdot t^n \right]^{1/(3n+1)}. \quad (5)$$

Здесь  $K$  и  $n$  - реологические константы жидкости,  $V$  - объем капли.

Далее в работе [1] был рассмотрен и альтернативный подход по определению  $\delta_0$  и  $r_0$ .

Было принято, что размеры подложки достаточно велики, растекание капли быстро прекращается, приобретая равновесную форму. С учетом условий равновесия - условия потенциальности силового поля Эйлера, условия Лапласа по перепаду давления на поверхности раздела жидкость-газ и условия Дюпре-Юнга на линии контакта трех фаз, - было получено уравнение:

$$\frac{1}{r} \left( \frac{r \delta_0'}{\left(1 + \delta_0'^2\right)^{1/2}} \right)' = \frac{\rho g}{\sigma} A - \frac{\rho \omega^2}{z \sigma} \left( r^2 - \frac{r_0^2}{2} \right) - \frac{\sin 2\theta}{r_0}, \quad (6)$$

$$\text{где } A = \left( \delta_0 - \frac{V}{\pi r_0^2} \right).$$

Здесь  $\theta$  - краевой угол смачивания,  $\sigma$  - коэффициент поверхностного натяжения, " $'$ " =  $d/dr$ .

Наибольшая однородность покрытия обеспечивается в случае, если при  $r=0$  кривизна свободной поверхности пленки равна нулю. Для этого случая задача сведена к алгебраическим уравнениям:

$$\delta_0 = \frac{V}{\pi r_0^2} + \frac{\sigma \cdot \sin 2\theta}{\rho g \cdot r_0} - \frac{\omega^2 r_0^2}{4g}; \quad (7)$$

$$\frac{\rho g}{\sigma} \cdot r_0^6 - 3 \left( \frac{\rho g}{2\sigma} r_0^2 - \frac{2tg\theta}{r} \right) r_0^4 = \frac{24V}{\pi}, \quad (8)$$

с помощью которых определяется толщина равновесной пленки  $\delta_0$  и радиус смоченного пятна  $r_0$ .

Однако, на практике процесс растекания сопровождается и другими физико-химическими процессами, например испарением растворителя, адсорбцией молекул жидкости поверхностью подложки и т.д., которые в работе [1] не учитывались.

Между тем при испарении растворителя происходит тепло- и массообмен между пленкой жидкости и окружающим воздухом, что приводит к возникновению градиентов температуры и концентрации в пленке жидкости; меняются объем и физические свойства жидкости, которые влияют на процесс растекания и на параметры пленки, соответствующие равновесному состоянию. Остановимся на процессах, сопровождающих процесс испарения растворителя.

Пусть  $X_0$  - начальная объемная концентрация растворителя в капле жидкости;  $X$  - концентрация в произвольном сечении пленки, отстоящем от оси вращения на расстоянии  $r$ ;  $\dot{V}_0$  - объемный расход жидкости через начальное сечение растекающейся капли;  $\dot{V}$  - объемный расход

жидкости через сечение, находящееся на расстоянии  $r$ , следовательно,  $\dot{V}_0 \cdot X_0$  - количество растворителя, проходящего через начальное сечение,  $\dot{V} \cdot X$  - количество растворителя, проходящего через произвольное сечение.

Тогда изменение расхода растворителя на бесконечно малом расстоянии  $dr$  от произвольного сечения можно записать двумя равенствами (способами):

$$\dot{V} \cdot X - \left( \dot{V} - d\dot{V} \right) (X - dX) = d\dot{V}, \quad (9)$$

$$-d\dot{V} \rho_n = \beta \cdot 2\pi r dr, \quad (10)$$

где  $\beta$  - коэффициент массоотдачи газовой фазы,  $\rho_n$  - плотность легколетучего растворителя. Знак минус в уравнении (10) связан с уменьшением расхода жидкости по  $r$  из-за испарения.

Приняв  $\beta = \text{const}$  и опустив в уравнении (9)

из-за малости слагаемое  $d\dot{V} \cdot dX$ , интегрируя уравнение (9) в пределах от  $\dot{V}_0$  до  $\dot{V}$  и от  $X_0$  до  $X$ , а уравнение (10) в пределах от  $\dot{V}_0$  до  $\dot{V}$  и от  $0$  до  $r$ , и получим зависимости:

$$\dot{V} = \dot{V}_0 \cdot \frac{1 - X_0}{1 - X}, \quad (11)$$

$$\dot{V} = \dot{V}_0 - \frac{\beta \cdot \pi r^2}{\rho_n}, \quad (12)$$

позволяющие при известных начальных условиях ( $\dot{V}_0$ ,  $X_0$ ), коэффициента массоотдачи  $\beta$  определить

объемный расход жидкости  $\dot{V}$  и концентрацию  $X$  через произвольное сечение пленки.

Выполним анализ по определению радиуса  $r_k$ , на котором достигается полное испарение легколетучего растворителя, т.е.  $X = 0$ .

Запишем уравнение массоотдачи (испарение растворителя) через свободную поверхность пленки жидкости. Молекулярный поток массы  $\vec{j}$  имеет вид:

$$\vec{j} = \frac{dM}{dFdt} = \beta(C_r - C_\infty), \quad (13)$$

где  $C_r$  и  $C_\infty$  - концентрация паров растворителя в газовой фазе на границе раздела фаз и на большом удалении от пленки. В результате испарения растворителя происходит охлаждение пленки. Соответствующая плотность теплового потока к окружающему воздуху имеет вид:

$$q_1 = \frac{dQ_1}{dFdt} = \beta \cdot r_n \cdot (C_r - C_\infty), \quad (14)$$

где  $r_n$  - удельная теплота испарения легколетучего компонента.

Поскольку при испарении растворителя пленка жидкости охлаждается, возникает встречный поток тепла от воздуха к охлаждаемой жидкости:

$$q_2 = \alpha(T_r - T_\infty), \quad (15)$$

где  $T_r$  и  $T_\infty$  - температура на свободной поверхности пленки и температура воздуха на большом удалении от поверхности пленки;  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи в газовой фазе.

Так как тепловой поток  $q_2$  вызван тепловым потоком  $q_1$ , очевидно, всегда выполняется условие:

$$|q_2| \leq |q_1| \quad (16)$$

Под воздействием этих тепловых потоков будут развиваться в пленке диффузионный и тепловой пограничные слои, имеющие начальные участки; область диффузионной и термической стабилизации; область стабилизированного массообмена, где градиент концентрации сохраняет постоянное значение по толщине пленки и зависит только от температуры поверхности пленки; область термической стабилизации, в которой  $q_1 = q_2$  и процессы тепло-, и массообмена протекают при постоянной температуре.

Уравнения диффузионный и тепловой пограничных слоев имеют аналогичный вид:

$$w_r \frac{\partial C}{\partial r} + w_z \frac{\partial C}{\partial z} = D \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}, \quad (17)$$

$$w_r \frac{\partial T}{\partial r} + w_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (18)$$

где  $D$  и  $a$  - коэффициенты диффузии и температуропроводности.

Граничные условия в каждой из названных областей нетрудно определить и тогда задачу можно решать численными методами.

С целью упрощения задачи примем, что температура на поверхности пленки жидкости мгновенно принимает равновесное значение  $T_r^*$ , при котором суммарный тепловой поток через границу раздела фаз становится равным нулю:

$$q_1 + q_2 = 0 \quad (19)$$

Зависимость (19) отражает условие адиабатического испарения [2].

При подстановке в (19) тепловых потоков, определяемых соотношениями (15) и (14) получим:

$$T_r^* = T_\infty - \frac{\beta}{\alpha} r_n (C_r^* - C_\infty) \quad (20)$$

Так как в нашем случае подложка вращается в открытом воздухе, можно принять  $C_\infty = 0$ .

Здесь  $C_r^*$  - равновесная концентрация (концентрация насыщенного пара легколетучего компонента), соответствующая температуре  $T_r^*$ .

Для определения функции  $C_r^*(T_r^*)$  было использовано уравнение состояния, в котором парциальное давление легколетучего компонента определялось с использованием эмпирического уравнения Антуана. Тогда уравнение (20) примет вид [3,4].

$$T_r^* = T_\infty - \frac{\beta}{\alpha} \frac{r_n}{RT_r^*} \cdot \exp\left(A - \frac{B}{T_r^* + C}\right), \quad (21)$$

где  $R$  - газовая постоянная; константы  $A, B, C$ , входящие в уравнение Антуана протабулированы для широкого класса жидкостей.

Для процесса испарения отношение коэффициентов тепло- и массоотдачи является функцией числа Льюиса. Так, по Касту-Кришеру [5]:

$$\frac{\alpha}{\beta} = C_{PR} \cdot \rho_r \left( \frac{a_r}{D_r} \right)^{1-n}, \quad (22)$$

где  $a_r$  и  $D_r$  - коэффициент температуропроводности и молекулярной диффузии в газовой фазе;  $C_{PR} \cdot \rho_r$  - среднее значение произведения удельной теплоемкости на плотность в газовой фазе;  $n = 0$  - в покоящейся среде;  $n = 0,333$  при ламинарном и  $n = 0,44$  при турбулентном пограничном слоях в газе.

В большинстве случаев  $\frac{a_r}{D_r}$  близко к 1.

Подставляя (22) в (21), для равновесной температуры  $T_r^*$  поверхности пленки получим выражение:

$$T_r^* = T_\infty - C_{PR} \cdot \rho_r \left( \frac{a_r}{D_r} \right)^{1-n} \cdot \frac{r_n}{RT_r^*} \cdot \exp \left( A - \frac{B}{T_r^* + C} \right) \quad (23)$$

В.Ф. Дунский с соавторами [6], базируясь на формуле В.Г. Левича по испарению чистой (однокомпонентной) жидкости на вращающемся диске

$$\vec{j} = 1,9 \cdot D_r^{2/3} \nu_r^{-1/6} \omega^{1/2} r^2 (C_\infty - C_\infty), \quad (24)$$

проводив опыты по испарению этилового спирта, ацетона, бензола, считая процесс испарения изотермичным, происходящем при температуре окружающего воздуха, получили выражение для определения радиуса  $r_\infty$ , на котором достигается полное испарение (высыхание) жидкости на подложке:

$$r_\infty = 0,73 \left( \frac{G}{C_\infty - C_\infty} \right)^{1,2} \frac{\nu_r^{1/12}}{\omega^{1/4} \cdot D_r^{1/3}} \quad (25)$$

Концентрация паров  $C_\infty$  вычислялась при температуре окружающего воздуха.

Радиус высыхания  $r_\infty$  рассчитывался нами по формуле (25), но с учетом, что поверхность пленки при испарении охлаждается до равновесной температуры  $T_\infty^*$ . Вычислив  $T_\infty^*$  по уравнению (23), для каждого растворителя находили концентрацию

паров  $C_\infty^*$  и, подставив ее вместо  $C_\infty$  в уравнение (25), получили радиус высыхания  $r_\infty$ .

Температура  $T_\infty^*$  для всех рассматриваемых жидкостей была значительно ниже температуры воздуха и находилась в области отрицательных значений по шкале Цельсия.

Отношение экспериментальных и расчетных радиусов высыхания по работе [6] составляло 0,58, а в нашем случае 1,075. Небольшое отклонение их в нашем случае объясняется тем, что температура  $T_\infty^*$  устанавливается не сразу и более точным был бы расчет, учитывающий тепловые и диффузионные пограничные слои в жидкой пленке. Однако, как видно, этим отличием можно пренебречь.

Когда процесс испарения рассматривается применительно к капле, принявшей равновесную форму, целью анализа становится определение времени, в течении которого растворитель испарится из капли. Для этого, используя уравнение (24), получим следующее выражение для определения времени испарения:

$$t = 0,53 \cdot V \cdot X_0 \cdot \nu_r^{1/6} / (D_r^{2/3} \cdot \omega^{1/2} R^2 C_\infty^*) \quad (26)$$

Полученные расчетные соотношения могут быть использованы при расчете центробежных пленочных теплообменников аппаратов.

Центробежная сила может быть использована для интенсификации разнообразных технологических процессов, например [8-10].

### Литература

1. Н.Х. Зиннатуллин, А.А. Булатов, С.Г. Николаева, Г.Н. Зиннатуллина, Вестник КТУ, 15, 1, 125-128 (2012).
2. Ю.И. Дытнерский. Процессы и аппараты химической технологии. М.Химия, 1995, т.1, 400 с.
3. Р. Рид, Юж. Праусниц, Т. Шервуд. Свойства газов и жидкостей. М. Химия, 1982, 592 с.
4. Юж. Перри. Справочник инженера химика. М. Химия, 1969, т.1, 640 с.
5. К.О. Беннетт, Юж. Е. Майерс. Гидродинамика, теплообмен и массообмен. М., Недра, 1966, 726 с.
6. В.Ф. Дунский, Н.В. Никитин, Г.А. Шульгинова. ИФЖ, 37, 3, 465-471 (1979).
7. В.Г. Левич. Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз., 1959, 699 с.
8. Н.Х. Зиннатуллин, А.А. Булатов, В.Г. Кузнецов, И.М. Нафиков, Г.Н. Зиннатуллина, Вестник КТУ, 15, 4, 107-110 (2012).
9. Ф.М. Гимранов, Г.Н. Зиннатуллина, С.А. Конев, Н.Х. Зиннатуллин, Вестник КТУ, 15, 8, 25-29 (2012).
10. А.В. Давыдов, В.В. Бронская, Н.Х. Зиннатуллин, Вестник КТУ, 15, 23, 145-147 (2012).

© Н. Х. Зиннатуллин – д-р техн. наук, профессор кафедры «Процессы и аппараты химической технологии» КНИТУ; А. А. Булатов – канд. техн. наук, гл. инженер ООО «Апарт»; Р. Г. Галимуллин – канд. техн. наук, доцент кафедры «Процессы и аппараты химической технологии» КНИТУ; А. И. Хайбуллина – асп. каф. «Энергообеспечение предприятий и энергоресурсосберегающих технологий» КГЭУ, haybullina.87@mail.ru.