УДК 378.662:006:51

Л.В. Бакеева

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДИСЦИПЛИНЫ В АСПЕКТЕ МНОГОМЕРНЫХ СВЯЗЕЙ

Ключевые слова: компетентностный подход, междисциплинарные связи, многомерная математическая подготовка, компетенции

В статье рассмотрен подход к формированию профессиональных компетенций в контексте многомерных связей понятийного аппарата и инструментария математических дисциплин с дисциплинами профессионального цикла.

Keywords: competence approach, interdisciplinary relations, multidimensional mathematical training, competence.

The article describes the approach to the formation of professional competencies in the context of multidimensional relations of the conceptual apparatus and tools mathematical disciplines with the disciplines of professional cycle.

В контексте компетентностного подхода, лежащего в основе образовательных стандартов последнего поколения, приходится пересматривать преподавание дисциплин математического цикла (алгебра и геометрия, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика, дискретная математика и др). Если ранее внимание уделялось формированию знаний, умений и навыков в рамках общеобразовательных и общекультурных компетенций, то стандартами третьего поколения устанавливаются требования к формированию профессиональных компетенций. Это означает, что в процессе преподавания одной дисциплины, одного раздела или одной темы необходимо обращать внимание на практическое применение изученного инструментария при решении прикладных задач, как связанных с выбранным обучающимися направлением подготовки, так и в других областях. Такой подход позволяет говорить о многомерности дисциплин в смысле применения полученных знаний при изучении других разделов, как внутри самой дисциплины, так и других дисциплин, и в различных сферах деятельности. В профессиональных компетенциях проявляются свойства, характеризуемые понятиями «междисциплинарность» и «многомерность». В словарях понятие «многомерность» имеет переносное значение, т.е. рассматриваемый, оцениваемый с нескольких сторон.

Что касается многомерности внутри самой математики, то каждому значению размерности, воспринимаемой человеческим разумом, соотносится математическое свойство. Например, в [1] рассматриваются алгебраические уравнения в соответствии с размерностью человеческого разума: 1) алгебраическому уравнению первой степени $ax+b=0$ $(a\neq 0)$ поставлены в соответствии нульмерный и одномерный разумы; 2) алгебраическому уравнению второй степени $ax^2+bx+c=0$ поставлены в соответствие одномерный и двумерный разумы; 3) уравнению третьей степени $ax^3+bx^2+cx+d=0$ $(a\neq 0)$ – двумерный и трёхмерный разумы, так как оно в координатном пространстве (xyz) изображает плоскости $x=x_1$, $x=x_2$ и $x=x_3$, где x_1, x_2, x_3 – корни уравнения.

Функцию $y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+c$ $(a\neq 0)$ автор представляет в виде суммы функции $y=ax^4+cx^2+c$ и $y=bx^3+dx$. Первая сводима к функции вида $y=az^2+cz+c$. (одномерный и двумерный разумы), а второй функции $y=bx^3+dx$ соответствуют двумерный и трёхмерный разумы. Следовательно, алгебраическому уравнению четвертой степени $ax^4+bx^3+cx^2+dx+c=0$ можно поставить в соответствие одномерный, двумерный и трёхмерный разумы.

Функцию $y=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$ $(a\neq 0)$ невозможно представить посредством суммы многочленов не более третьей степени. Следовательно, алгебраическому уравнению пятой степени $ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f=0$ невозможно сопоставить разумы, все размерности которых были бы меньше или равны трём. То же самое можно сказать об общих алгебраических уравнениях высших степеней. По мнению автора, существует какая-то неявная связь между человеческим разумом и теорией Галуа о неразрешимости в радикалах алгебраических уравнений пятой и высших степеней. Проблему алгебраических уравнений высших степеней Лагранж назвал «вызовом человеческому разуму», которую решили «избранники богов» француз Галуа и норвежец Абель (оба гениальные, оба гонимые, оба рано ушедшие…) [1]. Но это отступление о размерности внутри математики и восприятии этой размерности человеком, т.е. о «внутренней размерности». Что же касается рассмотрения применения математики и ее инструментария в других научных сферах и сферах человеческой деятельности, то воспользуемся ее «внешней размерностью» или многомерностью, которая отражается в профессиональных компетенциях, сформулированных в ФГОС, и должна проявляться в подготовке бакалавров.

Вопросы многомерной математической подготовки бакалавров и ее теоретические основы рассматриваются в работе А.В. Дорофеева [2]. Категория «многомерность» и ее методологические аспекты, отмечает ученый, разрабатываются в философии, психологии и информатике. В философии и психологии многомерность связана с методологическими проблемами познания: способ интерпретации мышления; характеристика измерения множественности состояний виртуального пространства; свойство ментальных структур к выстраиванию и видоизменению в опыте субъекта при его взаимодействии с предметным миром [2]. Концепция многомерной математической подготовки, базирующаяся на принципах реализации компетентностного подхода, предусматривает комплексное обучение. Такое обучение обеспечивает междисциплинарные связи математических дисциплин, имеет прикладную направленность знаково-символической деятельности в процессе решения профессиональных задач и способствует формированию профессиональных компетенций и компетенций самостоятельной познавательной деятельности. Следовательно, процесс формирования этих компонент должен проектироваться с позиции многомерности отдельно взятой дисциплины или ее инструментария, предполагающих соразмерные индивидуальные отношения и изменения между компонентами педагогической системы для «обогащения» ее новым качеством [2, 3, 4]. Реализация многомерности возможна через наполнение учебной дисциплины профессиональным содержанием и соответствующими видами деятельности для формирования у бакалавра информационно-методологической и управленческой культуры, а также готовности к изменению характера и содержания профессиональной деятельности [2]. Основной вклад дисциплин математического цикла заключается в использовании полученных математических знаний, умений и навыков в качестве приложений через моделирование, схематизацию, приближенные вычисления и обработку экспериментальных данных.

Изучение содержания курса математики будем рассматривать через использование моделей в качестве «внешних опор» для мыслительной деятельности профессионального плана, опираясь, при этом, на принципы универсальности (выражение всеобщности методов, применяемых в разных областях человеческой деятельности), междисциплинарности (комплексный подход к обучению, воспитанию и развитию творческой активности студента) математики, а также учитывая принцип единства математического и профессионального мышления (оперирование мыслительными операциями с учетом специфики будущей профессии) [2, 4, 5]. Такой подход способствует развитию навыков математического моделирования разнообразных явлений и ситуаций и реализует многомерность математической подготовки.

В качестве примера многомерности применения математического инструментария рассмотрим матрицу и алгебру матриц, так как этот раздел изучается бакалаврами и гуманитарных, и технических направлений подготовки. Отметим, что в этой статье мы только проанализируем многообразие существующих задач, решение которых основано на матричных моделях и применении аппарата алгебры матриц к их решению без учета направления и профиля подготовки.

Понятие матрицы и матричная алгебра имеют важное значение во всех научных областях в прямом значении как математическая модель (экономика, биология, планирование, управление и т.п.), так и в переносном, как заимствованный термин (социология, психология, педагогика и т.п.) Объясняется это тем, что значительную часть взаимосвязей или отношений между объектами различной природы удобно описывать с помощью матриц. Отношение – математическое понятие и одним из способов его задания является матрица. Кроме того, матрицы позволяют с минимальными затратами труда и времени обрабатывать огромный и разнообразный статистический материал, различные исходные данные, характеризующие уровень, структуру, особенности рассматриваемых объектов, процессов и явлений различной природы.

Теория матриц начала своё существование в середине XIX века в работах Уильяма Гамильтона и Артура Кэли, хотя первые упоминания о матрицах – «волшебных квадратах» – относятся к древнему Китаю и арабским математикам. Фундаментальные результаты в теории матриц принадлежат Вейерштрассу, Жордану, Фробениусу. Матрица – математический объект, представляющий собой совокупность строк и столбцов, на пересечении которых находятся её элементы. Поэтому любые данные, организованные в виде прямоугольной таблицы, могут рассматриваться как матрица. Многомерность понятий «матрица» и «алгебра матриц» проиллюстрируем примерами.

Пример 1. Матрица влияния оплаты на взаимоотношения в группе (таблица 1) [6]

Таблица 1.

Дифференциация в оплате	Взаимосвязь действий членов группы: Низкая	Взаимосвязь действий членов группы: Высокая
Высокая	Способствует успешному функционирования группы и развитию благоприятных отношений между членами группы	Порождает много проблем в отношениях между членами группы
Низкая	Порождает много проблем в отношениях между членами группы	Способствует успешному функционирования группы и развитию благоприятных отношений между членами группы

В этом примере матрицей названа таблица, используемая для компактного представления характеристик объектов.

Пример 2. Определить общую стоимость сырья, если предприятие выпускает продукцию трех видов: P_1, P_2, P_3 и использует сырье двух типов: S_1 и S_2. Нормы расхода сырья характеризуются матрицей: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, где каждый элемент a_{ij} показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида; план выпуска продукции задан матрицей-строкой $C = \begin{pmatrix} 100 & 80 & 130 \end{pmatrix}$; стоимость единицы каждого типа сырья – матрицей-столбцом $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 50 \end{pmatrix}$.

Для решения этой задачи используется операция умножения матриц: общая стоимость сырья вычисляется формулой $Q = C \cdot (A \cdot B)$.

Пример 3. Завод по изготовлению телевизоров, находясь в состоянии 1, может увеличить спрос путем организации рекламы. Это требует добавочных затрат и уменьшает доход. В состоянии 2 завод может увеличить вероятность перехода в состояние 1 путем увеличения затрат на исследования.

Приведенная задача является задачей управления, а описанная ситуация – дискретным случайным процессом или, по другому, управляемой цепью Маркова (Марковским процессом), задаваемой матрицей переходов. При решении задачи возможны две стратегии. Первая состоит в отказе от затрат на рекламу и исследования, а вторая - в согласии на них. Матрицы переходных вероятностей (P_1, P_2) и матрицы доходов (R_1, R_2) для данных стратегий будут иметь вид:

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}4 & 0{,}6 \end{pmatrix},\ R_1 = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}7 & 0{,}3 \end{pmatrix},\ R_2 = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 1 & -19 \end{pmatrix}$$

Выбор стратегии позволяет оптимизировать управления процессами [7].

Отметим что, Марковский процесс служит моделью для многих процессов в теории массового обслуживания, в физике (распад радиоактивного вещества), в биологии (распределение эпидемий, рост популяции). Для описания состояния процесса используется матрица перехода, n-я степень которой описывает состояние системы за n шагов.

Пример 4. Рассмотрим простейшую модель прохождения молекулы фосфора через экосистему «Пастбище». Для простоты примем во внимание четыре возможных состояния молекулы (рис. 1).

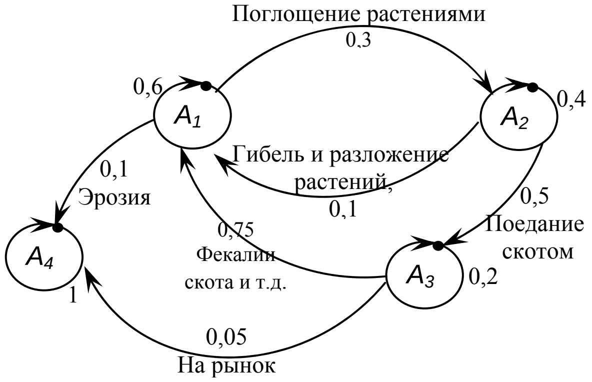

Рис. 1. Экосистема «Пастбище». Состояния: A_1 – почва, A_2 - травяной покров, A_3 – скот, A_4 – внешнее окружение экосистемы «Пастбище».

Экосистема представлена графом, а матрицы являются их способами хранения. Матричная форма задания графов обладает достаточной наглядностью при любой степени сложности графа и позволяет автоматизировать процесс обработки информации. Матрица, соответствующая экосистеме «Пастбище», имеет вид

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}6 & 0{,}3 & 0 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}4 & 0{,}5 & 0 \\ 0{,}75 & 0 & 0{,}2 & 0{,}05 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Если продолжительность шага равна одному дню, то n-ая степень матрицы P системы позволяет найти среднее число дней до выхода фосфора, при условии, что в начальном состоянии он находился в почве (вероятность выхода молекулы из системы по происшествии n дней определяется элементом p_{14}) [8].

Практика часто сталкивается с задачами, в которых необходимо принимать решения в условиях неопределенности. Такие ситуации относятся к конфликтным. Совокупность математических методов анализа и оценки конфликтных ситуаций объединены теорией игр, моделями которой можно описать экономические, правовые, классовые, военные конфликты, взаимодействие человека с природой. Любая игра (конфликт) определяется заданием матрицы игры или платежной матрицы.

Пример 5. Найти стратегии игроков A, B и цену игры, заданной матрицей $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

Для решения задачи определяются верхняя и нижняя границы игры, затем решением системы уравнений, составленной по определенным правилам, определяются стратегии игроков и цена игры.

Таким образом, для формирования профессиональных компетенций необходимо не только установление междисциплинарных связей, но и связей между понятиями и инструментарием одной дисциплины с другими, их заимствование и многообразие их применения. В этом смысле матричные методы многомерны по отношению к области их применения и очень удобны – именно этим объясняется их распространенность. Однако использование только матричных методов не является достаточным, так как матрицы не показывают полной картины процесса или явления, но в соединении с остальными методами дает возможность наглядно увидеть закономерности, происходящие в процессах, и сделать правильные выводы.

Литература

1. Ваганян, В.О. Математика с параметром времени: основания и философия / В.О. Ваганян. – М.: РУДН, 2010. – 318 с.
2. Дорофеев, А. В. Многомерная математическая подготовка будущего педагога, Дисс. докт. пед. Наук, Ин-т педагогики и психологии профессионального обр. РАН, Казань, 2011. 394 с.
3. . *Т.Г. Макусева*, Модель индивидуально-ориентированного обучения, Вестник Казан. технол. ун-та, 12, 327–331 (2012).

4. *А.А. Ибрагимов,* Проблема формирования профессионально-педагогической компетенции у студентов военных кафедр в условиях реформирования Вооруженных Сил РФ, Вестник Казан. технол. ун-та, 2, 211–212, (2012).
5. *Л.Б. Исаева,* Некоторые аспекты процесса формирования профессиональной компетентности иностранных студентов российских технических вузов, Вестник Казан. технол. ун-та, 8, 322–327, (2011).
6. *Г.О. Логинов, Е.В. Попов,* Матричные методы стратегического планирования деятельности компании, Маркетинг в России и за рубежом, 8, 85–94, (2004)
7. *Бархатова М.Д., Азеева Н.С., Яхно Г.Н.* Применение цепей Маркова в экономике, Всероссийская научно-практическая конференция: Молодые ученые в решении актуальных проблем науки (Красноярск, 2009), Том 3, С. 106–108.
8. Р.Т Вольвачёв, Приложение цепей Маркова к биологическим задачам, (http://elib.bsu.by/bitstream/123456789/13479/1/Цепи%20 Маркова.pdf).

© **Л.В. Бакеева** – кан. пед. наук, доцент кафедры математики НХТИ ФГБОУ ВПО «КНИТУ», bakeeva@mail333.com