УДК 539.3

Х. С. Гумерова

УСТОЙЧИВОСТЬ ОРТОТРОПНОЙ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ В ПЕРЕМЕННОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ

Ключевые слова: устойчивость, эллипсоидальная оболочка, ортотропность, температурное поле.

Рассматривается задача устойчивости тонкой ортотропной эллипсоидальной оболочки вращения с двумя симметричными полюсными отверстиями, находящейся под действием равномерного внешнего давления и температуры, которая по толщине оболочки меняется по линейному закону. Модули упругости и сдвига, коэффициенты линейного температурного расширения аппроксимированы линейными функциями температуры. Исследовано влияние температурного градиента на значение критического внешнего давления.

Key words: sustainability, ellipsoidal shell, orthotropy, temperature field.

The problem of stability of thin orthotropic ellipsoidal shell of rotation with two symmetrical pole holes, being under the action of uniform external pressure and temperature, which in the thickness of the shell varies linearly is considered. Modules of elasticity and shift, coefficients of linear thermal expansion are approximated by linear functions of temperature. Influence of temperature gradient on the critical external pressure value has been investigated.

Температурные напряжения возникают в результате теплового расширения элементов оболочки и зависят от деформаций в момент потери устойчивости. Возникновение этих деформаций должно приводить к снижению температурных усилий. В процессе деформации меняется температура . В оболочке имеет место перетекания тепла от сжатых элементов к растянутым. При неравномерном нагреве из-за градиентов температур возникают дополнительные внутренние тепловые потоки, что сказывается на критических нагрузках [1].

В работе исследуется неосесимметричная форма потери устойчивости ортотропной эллипсоидальной оболочки вращения, находящейся под действием равномерного внешнего давления и температуры, линейно изменяющейся по толщине [2]:

$$T = T_0 + T_1 \cdot \frac{z}{h} \,, \qquad (1)$$

где T – температура произвольной точки оболочки, T_0 – температура точек срединной поверхности, T_1 – температурный градиент по толщине оболочки, z – координата, направленная вдоль внешней нормали.

Модуль упругости, модуль сдвига и коэффициенты линейного температурного расширения аппроксимированы линейными функциями температуры, а коэффициенты Пуассона считаются постоянными [2].

Основные соотношения соответствуют приятым в работе [3].

$$E_i = E_i^0(1-\lambda_t T)\,, \quad i = 1{,}2;$$
$$G_{ij} = G_{ij}^0(1-\lambda_t T)\,, \quad i = 1{,}2; \quad j = 2{,}3; \qquad (2)$$

$\alpha_{ii} = \alpha_{ii}^0 + \beta_{ii} T$, где α_{ii}, β_{ii} – константы, определяющие зависимости механических и теплофизических характеристик материала оболочки от температуры. При заданном законе распределения температуры (1) соотношения (2) можно представить в виде:

$$E_i = E_i' + E_i''\frac{z}{h}\,, \quad G_{ij} = G_{ij}' + E_{ij}''\frac{z}{h}\,, \quad \alpha_{ii} = \alpha_{ii}' + \alpha_{ii}''\frac{z}{h}\,,$$

где

$$E_i' = E_i^0(1-\lambda_t T_0)\,, \qquad E_i'' = -E_i^0\lambda_t T_1\,,$$
$$G_{ij}' = G_{ij}^0(1-\lambda_t T_0)\,, \quad G_{ij}' = -G_{ij}^0\lambda_t T_1\,,$$
$$\alpha_{ii}' = \beta_i T_0 + \alpha_{ii}^0\,, \qquad \alpha_{ii}'' = \beta_{ii} T_1\,.$$

Упругие постоянные материала, входящие в обобщенный закон Гука [1], также представляются в виде суммы

$$B_{ij} = B_{ij}' + B_{ij}''\,, \quad i,j = \overline{1{,}6}\,; \quad i = j\,;$$
$$B_{ij}' = E_i'(1-\nu_1\nu_2)^{-1}; \quad B_{ij}'' = E_i''(1-\nu_1\nu_2)^{-1};$$
$$B_{ij}' = \nu_j B_{ii}' + \nu_i B_{jj}'\,, \quad i,j = 1{,}2\,; \quad i \neq j\,.$$
$$B_{ij}'' = \nu_j B_{ii}'' = \nu_i B_{jj}''\,, \quad B_{44}' = G_{23}'\,, \quad B_{55}' = G_{13}'\,,$$
$$B_{44}'' = G_{23}''\,, \quad B_{55}'' = G_{13}''\,, \quad B_{66}' = G_{12}'\,, \quad B_{66}'' = G_{12}''\,.$$

Усилия и моменты, записанные в компонентах перемещения имеют вид:

$$T_{11} = 2hB_{11}'(u_{,1} + R_1^{-1}W) + 2hB_{12}'(B^{-1}\nu_{,2} + R_2^{-1}W) +$$
$$+ k_{11}\psi_{1,1} + k_{12}\psi_{2,2}B^{-1} + Q_{1T}\,,$$
$$T_{22} = 2hB_{12}'(u_{,1} + R_1^{-1}W) + 2hB_{22}'(B^{-1}\nu_{,2} + R_2^{-1}W) +$$
$$+ k_{12}\psi_{1,1} + k_{22}\psi_{2,2}B^{-1} + Q_{2T}\,,$$
$$T_{12} = 2hB_{66}'(\nu_{,1} + B^{-1}u_{12}) + k_{66}(\psi_{2,1} + B^{-1}\psi_{1,2})\,,$$
$$T_{13} = \frac{hB_{55}'}{0{,}6}(\psi_1 + W_{,1})\,, \quad T_{23} = \frac{hB_{44}'}{0{,}6}(\psi_2 + B^{-1}W_{,2})\,,$$
$$M_{11} = k_{11}(u_{,1} + R_1^{-1}W) + k_{12}(B^{-1}\nu_{,2} + R_2^{-1}W) +$$
$$+ D_{11}\psi_{1,1} + D_{12}\psi_{2,2}B^{-1} + M_{1T}\,,$$
$$M_{22} = k_{12}(u_{,1} + R_1^{-1}W) + k_{22}(B^{-1}\nu_{,2} + R_2^{-1}W) +$$
$$+ D_{12}\psi_{1,1} + D_{22}\psi_{2,2}B^{-1} + M_{2T}\,, \qquad (3)$$
$$M_{12} = k_{66}(\nu_{,1} + B^{-1}u_{,2}) + D_{66}(B^{-1}\psi_{1,2} + \psi_{2,1})\,.$$

Докритическое осесимметричное напряженное состояние разделяется на безмоментное и напряженное состояние типа краевого эффекта, корректирующего его в зоне неподвижного шарнирного закрепления оболочки, каждое из которых описывается соответствующими уравнениями [4].

Уравнения нейтрального равновесия оболочки и граничные условия, записанные в компонентах перемещения и сдвига, после преобразований решаются численным методом [5], [6]. Решение определителя системы разностных уравнений позволяет вычислить значение критического внешнего давления и температуру, при которой оболочка вращения теряет устойчивость первоначальной равновесной формы.

Расчет показал, что влияние температуры градиента и температурных напряжений на критическую нагрузку незначительно. Учет зависимости механических характеристик материала от температуры ведет к уменьшению внешнего критического давления на 21%. Учет деформации поперечного сдвига снижает величину критической нагрузки с ростом отношений $\frac{E_1^0}{G_{13}^0}$, что следует учитывать в практических расчетах.

Литература

1. *Григолюк Э.И., Кабанов В.В.* Устойчивость оболочек. М: Наука, 1978. – 359 с.
2. *Амбарцумян С.А.* Теория анизотропных оболочек. М: Наука, 1974. – 446 с.
3. *Гумерова Х.С.* Устойчивость ортотропных оболочек вращения с учетом зависимости механических характеристик материала от температуры / Х.С.Гумерова // Расчет пластин и оболочек в химическом машиностроении. Межвуз. темат. сб. научных трудов. КХТИ, Казань. 1990. С. 32 - 38.
4. *Муштари Х.М., Галимов К.З.* Нелинейная теория упругих оболочек. – Казань: Таткнигоиздат, 1951, 431 с.
5. *Серазутдинов М.Н.* Вариационные соотношения теории тонкостенных стержней открытого профиля. / М.Н.Серазутдинов // Вестник Казанского технологического университета. 2013, Т.16, № 5, С.216-223.
6. *Сагдатуллин М.К.* Постановка задачи численного моделировании конечных деформаций МКЭ. /М.К.Сагдатуллин // Вестник Казанского технологического университета. 2013, Т.16, № 5, С.210-216.

© Х. С. Гумерова - канд. физ.-мат. наук, доц. каф. теоретической механики и сопротивления материалов КНИТУ, tmsm@kstu.ru.