

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОЙ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ

Ключевые слова: устойчивость, термочувствительность, эллипсоидальная оболочка, ортотропность.

Рассматривается задача устойчивости тонкой ортотропной эллипсоидальной оболочки вращения с двумя симметричными полюсными отверстиями, находящейся под действием равномерного внешнего давления и постоянной температуры при неподвижном шарнирном закреплении. Уравнения нейтрального равновесия, записанные в компонентах перемещения, решаются методом конечных разностей в сочетании с методом матричной прогонки. Получены значения критического внешнего давления при действии постоянного температурного поля.

Key words: stability, temperature sensitivity, ellipsoidal shell, orthotropy.

The problem of stability of thin orthotropic ellipsoidal shell of rotation, with two symmetrical pole holes, being under the action of uniform external pressure and constant temperature at a fixed hinge support is considered. The equations of neutral equilibrium recorded in the components of displacement, are solved by the finite difference method combined with matrix factorization. The values of the critical external pressure by the action of a constant temperature field have been obtained.

Вопросы исследования устойчивости тонкостенных ортотропных оболочек из композиционных материалов являются весьма актуальными, эти материалы все шире применяются в промышленности. Оценка устойчивости эллипсоидальной оболочки, находящейся в постоянном температурном поле, имеет практическое значение, так как оболочки такой формы широко применяются в судостроительных конструкциях, в ракетостроении.

Рассматривается устойчивость ортотропных эллипсоидальных оболочек, образованных вращением эллипса с полуосями a , b (b - полуось вдоль вращения), находящихся под действием равномерного внешнего давления и постоянной температуры. Тонкая оболочка имеет переменные механические характеристики [1].

За криволинейные координаты приняты длина дуги меридиана s и угол β , определяющий положение соответствующего меридиана ($s_0 \leq s \leq s_N$, $0 \leq \beta \leq 2\pi$); координата z направлена по внешней нормали к срединной поверхности. Основные обозначения соответствуют принятым в работе [2]. Главные радиусы эллипсоидальной оболочки вращения определяются соотношениями:

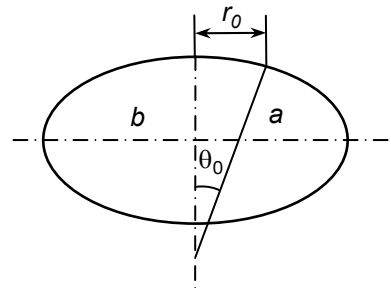
$$R_1 = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta)^{\frac{3}{2}}},$$

$$R_2 = \frac{a^2}{(a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta)^{\frac{1}{2}}}.$$

Здесь введены обозначения: θ – угол, заключенный между осью вращения и нормалью к срединной поверхности; r_0 – радиус полюсного отверстия; $\theta_0 = \arcsin(r_0 / R_2)$.

Предполагается, что материал оболочки подчиняется обобщенному закону Гука с учетом гипотезы Дюгамеля-Неймана [3].

Коэффициенты Пуассона и коэффициенты линейного температурного расширения приняты



постоянными, а модули упругости и сдвига линейно зависят от температуры [4]:

$$E_i = E_i^0 (1 - \lambda_i T); \quad G_{ij} = G_{ij}^0 (1 - \lambda_i T);$$

$$i = 1, 2; \quad j = 2, 3; \quad i \neq j. \quad (1)$$

Меридиональное и окружное усилия, прогиб, изменение кривизны докритического напряженно-деформированного состояния, определяемые из решения уравнений безмоментного состояния и уравнения краевого эффекта, в случае неподвижного шарнирного закрепления полюсных отверстий имеют вид []:

$$T_{11}^0 = -\frac{PR_2}{2} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) + \frac{\bar{C}}{B \sin \theta};$$

$$T_{22}^0 = -\frac{PR_2}{2} \left[2 - \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right] - \frac{\bar{C}}{B \sin \theta} +$$

$$+ \frac{2hE_2}{R_2} [C_1 \cos \beta_2 (\theta - \theta_0) + C_2 \sin \beta_2 (\theta - \theta_0)]; \quad (2)$$

$$w^0 = -\frac{PR_2^2}{4hE_2} \left[-\left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) (v_2 + 1) + 2 - \lambda_1 \cos \theta \right] -$$

$$- \frac{C}{2hE_2} \left[\frac{v_2 + 1}{\sin^2 \theta} + d \cos \theta \right] - \frac{TR_2}{E_2} \left[Q^* \ln \left(\frac{Q}{2} \right) \cos \theta + \right.$$

$$\left. + Q^{**} \right] + e^{-\beta_1 (\theta - \theta_0)} [C_1 \cos \beta_2 (\theta - \theta_0) + C_2 \sin \beta_2 (\theta - \theta_0)];$$

$$\chi_{11}^0 = -w_{,11}^0; \quad \delta = R_2 R_{-1}^1.$$

Постоянные интегрирования $\tilde{C}$, C_1 , C_2 находятся из граничных условий шарнирного закрепления: при $s = s_0$ $u^0 = w^0 = M_{11}^0 = 0$.

$$\tilde{C} = \left[\frac{PR_2^2}{2} \lambda_1 - 2hTRQ^* \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \right) \right] / d,$$

$$C_1 = \frac{\tilde{C}(1 + \nu_2)}{2hE_2 \sin^2 \theta_0} + \frac{PR_2^2}{2hE_2} + \frac{TQ^* R_2}{E_2}, \quad C_2 = \beta^* C_1,$$

где r_0 – радиус полюсного отверстия, $B = r = R_2 \sin \theta$;

$$\lambda_1 = a_1 \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \right) - \sin^2 \theta_0 \left[-\frac{\cos \theta_0}{2 \sin^2 \theta_0} + \frac{1}{2} \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \right) \right] a_1 -$$

$$- 2b_1 \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2} \right) + \left\{ \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2} \right) - \sin^2 \theta_0 \left[-\frac{\cos \theta_0}{2 \sin^2 \theta_0} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{2} \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \right) \right] \right\} b_1;$$

$$a_1 = \nu_2 + E_2 E_1^{-1}; \quad b_1 = 1 + \nu_2; \quad (3)$$

$$d = (a_1 + b_1) \left[-\frac{\cos \theta_0}{2 \sin^2 \theta_0} + \frac{1}{2} \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \right) \right]$$

Величины β_1 , β_2 , β^* зависят от нагрузки, геометрических и механических характеристик оболочки.

Для решения задачи устойчивости применен один из численных методов [5] – конечно-разностный алгоритм, приведенной в [6]. Граничные условия в случае потери устойчивости имеют вид: при $s = s_0$ $u = v = w = M_{11} = \psi_2 = 0$, где $\psi_2 = -B^{-1} w_{,2} + 0,8 \varphi_2$, φ_2 – функция сдвига. В процессе получения численных результатов рассматривалась половина оболочки, а на экваторе ставились условия симметрии: при $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$u = T_{12} = T_{13} = \psi_1 = M_{12} = 0.$$

Численное исследование устойчивости термочувствительной эллипсоидальной оболочки вращения показало, что при реализации граничных условий неподвижного шарнирного закрепления полюсных отверстий наблюдается эффект значительного возрастания величины внешнего давления при температурном воздействии. Так для $T = 200^\circ \text{C}$ (максимальной температуре нагрева в исследуемой задаче и относительной толщине $2h/R = 0,005$ этот рост достигает 23% по

сравнению с аналогичной величиной для ненагретой оболочки). Данный эффект объясняется увеличением радиусов кривизны в докритическом состоянии под действием температуры, что оказывается стабилизирующее влияние на устойчивость оболочки [7]. Влияние термочувствительности материала оболочки ведет к уменьшению критической нагрузки на 18%. Исследования показали, что для данных граничных условий неподвижного шарнирного закрепления полюсных отверстий учет моментности докритического напряженно-деформированного состояния снижает величину критической нагрузки, подсчитанной при безмоментном состоянии до 42%.

Заключение

При практических расчетах на устойчивость эллипсоидальных термочувствительных оболочек вращения, находящихся под действием внешнего равномерного давления и постоянного температурного поля при неподвижном шарнирном закреплении, необходимо учитывать зависимость механических характеристик от температуры, влияние моментности докритического напряженно-деформированного состояния.

Литература

1. Убайдуллоев М.Н. Влияние механических характеристик материала на эффективность усиления нагруженных конструкций / М.Н.Убайдуллоев, М.Н.Серазутдинов // Вестник Казанского технологического университета. 2013, Т.16, № 24, С.160-163.
2. Гумерова Х.С. Устойчивость ортотропных оболочек вращения с учетом зависимости механических характеристик материала /Х.С.Гумерова //Расчет пластин и оболочек в химическом машиностроении от температуры. Межвуз. темат. сб. научных трудов. КХТИ, Казань. 1990. С. 32 - 38.
3. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. - Киев: Наук думка, 1970. – 307 с.
4. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных оболочек. М: Наука, 1974. – 446 с.
5. Сагдатуллин М.К. Универсальный конечный элемент для расчета комбинированных конструкций. /В.Бережной,М.К., Сагдатуллин, А.А.Саченков //Вестник Казанского технологического университета. 2012, Т.15, № 17, С.150-157.
6. Ганиев Н.С. Применение конечно-разностного метода к решению задач устойчивости ортотропных оболочек вращения / Н.С.Ганиев // Казан. хим.-технол. ин-т, Казань, 1980. 11 с. Деп. В ВИНТИ 14.10.1980, №4400-80 Деп.
7. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. М: Наука, 1978. – 359 с.