

И. М. Якимов, А. П. Кирпичников

## ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ ИЗГОТОВЛЕНИЯ И МОНТАЖА ВЕНТИЛЯЦИОННОГО И САНТЕХНИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

*Ключевые слова:* дискретный производственный процесс, имитационное моделирование, доверительная вероятность, регрессионный анализ, оптимизация.

*Предлагается компьютерная технология моделирования и оптимизации дискретных производственных процессов с примером предприятия по изготовлению и монтажу вентиляционного и сантехнического оборудования. Имитационное моделирование проведено в системе GPSS W по стратегическому плану, состоящему из 47 вариантов. Проведена оценка достоверности результатов моделирования. Построена математическая модель производственных процессов, представляющая собой совокупность уравнений регрессии. Проведена оптимизация. Получены формулы для вычисления оптимального количества работников по четырём видам производственных процессов и контрольных операций.*

*Keywords:* discrete manufacturing process, simulation, confidence probability, regression analysis, optimization.

*This article contains computer simulation technology of discrete manufacturing processes with example enterprise for production and installation of ventilation and sanitary equipment. Simulation conducted in GPSS W system using strategic plan. A mathematical model of the production processes was built by way of regression equation set. Optimization conducted. Formulas for calculating of optimal quantity employees were obtained.*

В данной работе проведено исследование функционирования предприятия, выполняющего следующие работы:

- изготовление воздуховодов, комплектующих изделий к ним, калориферов и других вентиляционных и сантехнических изделий и оборудования;
- монтаж и автоматизация систем вентиляции, отопления и кондиционирования воздуха;
- пуско-наладка, обязательным условием которой является испытание вентиляционных систем на эффективность с использованием автоматизации и всех систем сигнализации и оповещения в случае аварийной или чрезвычайной ситуации.

Численность работников предприятия составляет более 200 человек, которые являются высококвалифицированными и профессиональными специалистами.

Для моделирования процессов изготовления и монтажа вентиляционного и сантехнического оборудования, выделим следующие виды работ:

- вентиляционные;
- сантехнические;
- электромонтажные;
- пуско-наладочные.

После всех операций, производится контроль. Замечания, выявленные в результате проверки, должны быть устранены до окончания срока договорных работ. Первыми к работе на объекте приступают вентиляционщики. В их задачу входит изготовление и монтаж систем воздуховодов, установка вентиляционных агрегатов и сетевого вентиляционного оборудования.

Сантехники занимаются системой холода или теплоснабжения. Основная их работа состоит в том, что бы подвести трубы с теплофикационной водой к приточной установке (установке подачи воздуха).

После завершения работ по монтажу систем вентиляции и отопления к работе приступают электромонтажники (автоматчики). Они выполняют ра-

боту по подключению систем вентиляции, отопления и кондиционирования воздуха к системе автоматизации, пожаротушения и систем сигнализации.

Завершение работ по монтажу и автоматизации систем вентиляции отопления и кондиционирования происходит на стадии пуско-наладки. Наладчики настраивают программное обеспечение, которое позволяет без участия человека определять температуру подаваемого в помещение воздуха, автоматически переходить на зимний или летний режим работы оборудования и в случае чрезвычайной ситуации автоматически переходить в аварийный режим. Например, в случае пожара приточная и вытяжная вентиляция автоматически отключаются, а система дымоудаления начинает работать.

Целью исследования является повышение эффективности процессов изготовления и монтажа вентиляционного и сантехнического оборудования за счет:

- сокращения стоимости выполнения работ;
- обеспечения выполнения работ в договорные сроки;
- повышения уровня занятости работников.

Для достижения поставленных целей предложена методика, являющаяся дальнейшим развитием работ [1-4] обеспечивающая корректность получаемых результатов, которая состоит из следующих этапов.

1. Постановка задач.
2. Разработка программной имитационной модели в системе GPSS W.
3. Построение стратегического плана проведения экспериментов и проведение имитационных экспериментов по стратегическому плану.
4. Оценка достоверности результатов.
5. Построение математической модели производственных процессов, состоящей из совокупности уравнений регрессии.

6. Вывод формул для вычисления оптимальных значений количества работников на выделенных операциях производственного процесса.

Далее последовательно рассмотрим все этапы исследования в соответствии с предложенной методикой.

### Математическая постановка задач

Ставится задача разработки математической модели производственных процессов, состоящей из совокупности уравнений регрессии, функционально представляемых в следующем виде:

$$y_j = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) \quad j = \overline{1, k} \quad (1)$$

где  $y_j$  –  $j$ -й результативный показатель эффективности производственного процесса;  $x_i$  –  $i$ -й фактор, влияющий на производственный процесс;  $k$  – количество результативных показателей эффективности.

В качестве результативных показателей эффективности производственных процессов выбраны переменные, приведённые в таблице 1; в качестве оптимизируемых факторов переменные, приведённые в таблице 2; в качестве объективных факторов переменные, приведённые в таблице 3.

Таблица 1

| №  | Код      | Наименование                                                              |
|----|----------|---------------------------------------------------------------------------|
| 1  | $y_1$    | Доход от выполненных работ в тыс. руб.                                    |
| 2  | $y_2$    | Количество договоров, выполненных за три года                             |
| 3  | $y_3$    | Среднее время выполнения работ по договору в рабочих днях                 |
| 4  | $y_4$    | Вероятность выполнения работ в договорные сроки                           |
| 5  | $y_5$    | Среднее время срыва договорных работ в рабочих днях                       |
| 6  | $y_6$    | Коэффициент занятости вентиляционщиков в долях от 1000                    |
| 7  | $y_7$    | Коэффициент занятости сантехников в долях от 1000                         |
| 8  | $y_8$    | Коэффициент занятости электромонтажников в долях от 1000                  |
| 9  | $y_9$    | Коэффициент занятости пуско-наладчиков в долях от 1000                    |
| 10 | $y_{10}$ | Стандартное отклонение времени выполнения договорных работ в рабочих днях |

Таблица 2

| № | Код   | Наименование                  |
|---|-------|-------------------------------|
| 1 | $x_1$ | Количество вентиляционщиков   |
| 2 | $x_2$ | Количество сантехников        |
| 3 | $x_3$ | Количество электромонтажников |
| 4 | $x_4$ | Количество пуско-наладчиков   |
| 5 | $x_5$ | Количество контролеров        |

Таблица 3

| № | Код   | Наименование                                                                           |
|---|-------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | $x_6$ | Среднее время между поступлением заказов на проведение договорных работ в рабочих днях |
| 2 | $x_7$ | Плановое время выполнения работ по договору в рабочих днях                             |

На показатели качества получаемых уравнений регрессии накладываются следующие ограничения [5].

- Количество степеней свободы:

$$n - Q \geq 1, \quad (2)$$

где  $n$  – количество вариантов;  $Q$  – количество переменных в уравнении регрессии.

- Отношение стандартной ошибки к среднему значению должно быть не более 0,10:

$$\frac{S_{cm}}{y} \leq 0,10. \quad (3)$$

- Уровень значимости множественного коэффициента детерминации, показывающий в долях от единицы насколько изменение переменных, вошедших в уравнение регрессии, определяет изменение результативного показателя, не должен превышать 0,05:

$$P_{R^2} \leq 0,05. \quad (4)$$

- Уровень значимости уравнения регрессии по критерию Фишера должен быть не менее 0,05:

$$P_f \leq 0,05. \quad (5)$$

- Все коэффициенты уравнения регрессии должны иметь уровень значимости по критерию Стьюдента не более 0,05.

$$P_{stj} \leq 0,05; j = \overline{1, m}. \quad (6)$$

Кроме того, требуется, чтобы во все уравнения регрессии входили все отобранные факторы, хотя бы в виде каких-либо математических функций от факторов или произведений факторов между собой.

По зависимостям (1) можно произвести оценку степени влияния производственно-экономических факторов на результативные показатели эффективности производственных процессов по их удельным весам и коэффициентам эластичности.

1. По математической модели (1) ставится задача оптимизации.

Целевая максимизируемая функция выбирается из перечня результативных показателей эффективности. Наиболее целесообразно в качестве целевой функции принять доход от производственной деятельности.

$$f_i(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) \rightarrow \max \quad (7)$$

При ограничениях на переменные  $x_{i,j} = 1,5$ .

$$\begin{aligned} 5 \leq x_1 \leq 8; \quad 5 \leq x_2 \leq 12; \quad 4 \leq x_3 \leq 9; \\ 2 \leq x_4 \leq 5; \quad 1 \leq x_5 \leq 3. \end{aligned} \quad (8)$$

Объективные факторы  $x_6$  и  $x_7$  в процессе оптимизации не меняются, им присваиваются значения, которые они принимают в конкретных вариантах реализации производственного процесса.

2. Ставится задача вывода формул для вычисления оптимальных значений оптимизируемых показателей по значениям объективных факторов

$$f_i(x_6, x_7); \quad i = \overline{1,5}. \quad (9)$$

Формулы (9) являются уравнениями регрессии и при их получении учитываются ограничения (2)-(6).

### Разработка программной имитационной модели на языке GPSS

Программная имитационная модель на языке GPSS [5] строго сегментирована по функциональному принципу. Главный сегмент – имитация самого производственного процесса включает в себя четыре модуля по выполнению четырёх производственных и контрольных операций, имитирующих выполнение вентиляционных, сантехнических, электромонтажных и пусконаладочных работ. После выполнения каждой производственной операции производится контроль качества исполнения и в случае обнаружения брака с заданной вероятностью производится возврат на доработку. Возможно, что по каждой операции будет более одного возврата. Контроль качества производится и после полного завершения работ. Отдельные сегменты для каждой категории работников имитируют возможные процессы заболевания работников и их выздоровления.

Для имитации вероятностных процессов используются экспоненциальные, равномерные и треугольные

Общее количество операторов в имитационной модели 221, из них 161 блок и 60 команд.

Календарный период моделирования – три года.

### Построение стратегического плана моделирования

В качестве ядра стратегического плана примем план дробного факторного эксперимента (ДФЭ). В качестве основных факторов возьмем пять оптимизируемых факторов  $x_1 - x_5$  и в качестве дополнительных два объективных фактора  $x_6$  и  $x_7$ . Для построения плана полного факторного эксперимента (ПФЭ) для пяти основных факторов используем вершины пятимерного куба, количество которых равно  $2^5=32$ . Дополнительный фактор  $x_6$  будем менять по закону изменения произведения основных факторов  $x_6 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ , а дополнительный фактор  $x_7 = x_3 \cdot x_4 \cdot x_5$ .

К вершинам куба добавляется центральная точка и  $2 \cdot k=14$  звездных точек. В кодированном виде в звёздных точках один фактор принимает значения: -1 или +1, а остальные факторы значения 0. Таким образом, общее количество вариантов будет:

$$N=1+2^k+2 \cdot k = 1+2^5+2 \cdot 7 = 47.$$

Фрагмент стратегического плана имитационных экспериментов в кодированном виде представлен в таблице 4.

При имитационном моделировании по стратегическому плану в программную модель значения факторов вводятся в натурном виде. Перевод кодированных значений факторов в натуральный вид отображён в таблице 5.

Таблица 4

| №   | $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1   | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     |
| 2   | 1     | -1    | -1    | -1    | -1    | -1    | -1    | -1    |
| 3   | 1     | 1     | -1    | -1    | -1    | -1    | 1     | -1    |
| ... |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 46  | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | -1    |
| 47  | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 1     |

Таблица 5

| Натурный вид<br>Кодированный вид | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ |
|----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -1                               | 5     | 5     | 4     | 2     | 1     | 15    | 60    |
| 0                                | 7     | 9     | 7     | 4     | 2     | 25    | 70    |
| 1                                | 8     | 12    | 9     | 5     | 3     | 35    | 80    |

Фрагмент результатов моделирования приведён в таблице 6.

Таблица 6

| $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ | $y_5$ | $y_6$ | $y_7$ | $y_8$ | $y_9$ | $y_{10}$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| 47484 | 31    | 62,14 | 0,74  | 10,28 | 496   | 403   | 189   | 169   | 14,61    |
| 77130 | 43    | 196,9 | 0,05  | 143,7 | 962   | 948   | 415   | 206   | 82,65    |
| 33790 | 22    | 66,54 | 0,41  | 13,76 | 276   | 478   | 209   | 112   | 10,84    |
| ...   |       |       |       |       |       |       |       |       |          |
| 47404 | 31    | 62,14 | 0,48  | 13,09 | 496   | 403   | 189   | 169   | 14,61    |
| 47534 | 31    | 62,14 | 0,90  | 11,62 | 496   | 403   | 189   | 169   | 14,61    |

### Оценка достоверности результатов имитационного моделирования

Оценка достоверности результатов имитационного моделирования проведена по времени выполнения работ по договору. Принято условие, чтобы доверительная вероятность по каждому из 47 вариантов была не меньше 0.9. Для вычисления доверительной вероятности использована формула, полученная на основании неравенства Чебышева [3].

$$\beta_i = 1 - \frac{y_{10}^2}{Q \cdot (0,05 \cdot y_3)^2}; \quad i = \overline{1,47} \quad (10)$$

где  $Q = 900$  – количество транзактов зарегистрированных в таблице;  $y_3$  – среднее время выполнения работ по одному договору;  $y_{10}$  – стандартное отклонение времени выполнения работ по одному договору.

Фрагмент результатов расчёта доверительной вероятности представлен в табл. 7.

Таблица 7

| №   | $y_3$   | $y_{10}$ | $\beta$  |
|-----|---------|----------|----------|
| 1   | 62,141  | 14,613   | 0,975422 |
| 2   | 196,879 | 82,65    | 0,921674 |
| 3   | 66,546  | 10,837   | 0,988213 |
| ... |         |          |          |
| 46  | 62,141  | 14,613   | 0,975422 |
| 47  | 62,141  | 14,613   | 0,975422 |

По полученным результатам отметим, что доверительная вероятность во всех вариантах превышает принятый уровень 0,9, что вполне приемлемо.

### Построение математической модели производственных процессов, состоящей из совокупности уравнений регрессии

Так как все переменные, отобранные для исследования являются случайными, количественными и непрерывными величинами, то в этом случае наиболее целесообразно применение регрессионного анализа [5], основанного на методе наименьших квадратов (МНК), который требует, чтобы сумма квадратов отклонений экспериментальных значений от вычисленных по аппроксимирующей зависимости была минимальной:

$$\sum_{i=1}^N (y_{ij} - f_j(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}))^2 \rightarrow \min, \dots, j = (1, k) \quad (11)$$

где  $y_{ij}$  – экспериментальное значение  $j$ -го результативного показателя эффективности в  $i$ -ом варианте;

$f_j(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$  – значение  $j$ -го результативного показателя эффективности в  $i$ -ом варианте, вычисленное по аппроксимирующей зависимости;

$N$  – количество вариантов модели по стратегическому плану;

$m$  – количество изменяемых факторов;

$k$  – количество результативных показателей эффективности.

В формуле (11) факторы могут входить в составе некоторых функций от факторов, либо в составе произведений от нескольких факторов.

Уравнения регрессии, связывающие результативные показатели эффективности производственных процессов с влияющими на них факторами, получены с помощью процедуры пошаговой регрессии пакета прикладных программ Statistica 8.0 [6]. Приведем таблицу 8 регрессионного анализа результативного показателя эффективности  $y_1$  – дохода предприятия от производственной деятельности.

По таблице 8 составим полученное уравнение множественной регрессии для переменной  $y_1$ :

$$\begin{aligned} y_1 = & 308969493 - 24017849 \cdot x_1 - 3527922 \cdot x_2 + 13194944 \cdot x_3 + 12711254 \cdot x_4 - 13660204 \cdot x_5 - 7213850 \cdot x_6 - 3303245 \cdot x_7 + \\ & + 2248336 \cdot x_1^2 + 396496 \cdot x_2^2 - 1006031 \cdot x_3^2 - 3335095 \cdot x_4^2 - \\ & - 647249 \cdot x_5^2 + 113127 \cdot x_6^2 + 23027 \cdot x_7^2 - 124552 \cdot x_1 \cdot x_6 - \\ & - 4412 \cdot x_1 \cdot x_7 - 85573 \cdot x_2 \cdot x_6 - 7782 \cdot x_2 \cdot x_7 + 105351 \cdot x_3 \cdot x_6 - \\ & - 6288 \cdot x_3 \cdot x_7 + 18406 \cdot x_4 \cdot x_6 + 136462 \cdot x_4 \cdot x_7 + \\ & + 88093 \cdot x_5 \cdot x_6 + 172593 \cdot x_5 \cdot x_7. \end{aligned} \quad (12)$$

Аналогично получены уравнения регрессии для результативных показателей  $y_2 - y_9$ . Для  $y_{10}$  уравнение регрессии не получено, так как этот показатель имеет вспомогательное значение и использован для оценки достоверности результатов имитационного моделирования.

(Если требуется привести все уравнения регрессии, то их надо отредактировать в стиле (12),

но из-за экономии места в 3 страницы их можно и не приводить).

Приведем полученные уравнения регрессии для показателей эффективности  $y_2 - y_9$ .

$$\begin{aligned} y_2 = & 156,347382 - 11,773815 \cdot x_1 - 1,599865 \cdot x_2 + \\ & + 6,832092 \cdot x_3 + 6,629289 \cdot x_4 - 6,522563 \cdot x_5 - \\ & - 3,623815 \cdot x_6 + 1,683432 \cdot x_7 + 1,124986 \cdot x_1 \cdot x_1 + \\ & + 0,200570 \cdot x_2 \cdot x_2 - 0,502782 \cdot x_3 \cdot x_3 - 1,669131 \cdot x_4 \cdot x_4 - \\ & - 0,328458 \cdot x_5 \cdot x_5 + 0,056715 \cdot x_6 \cdot x_6 + 0,011715 \cdot x_7 \cdot x_7 - \\ & - 0,061650 \cdot x_1 \cdot x_6 - 0,002184 \cdot x_1 \cdot x_7 - 0,042446 \cdot x_2 \cdot x_6 - \\ & - 0,003973 \cdot x_2 \cdot x_7 + 0,052306 \cdot x_3 \cdot x_6 - \\ & - 0,028286 \cdot x_3 \cdot x_7 + 0,009184 \cdot x_4 \cdot x_6 + \\ & + 0,068649 \cdot x_4 \cdot x_7 + 0,043750 \cdot x_5 \cdot x_6 + 0,087500 \cdot x_5 \cdot x_7. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_3 = & 933,267127 - 31,357408 \cdot x_1 - 22,984901 \cdot x_2 + \\ & + 1,303885 \cdot x_3 + 0,761016 \cdot x_4 - 111,995333 \cdot x_5 - \\ & - 12,526209 \cdot x_6 - 9,829594 \cdot x_7 + 1,884579 \cdot x_1 \cdot x_1 + \\ & + 0,446830 \cdot x_2 \cdot x_2 + 0,989381 \cdot x_3 \cdot x_3 + 1,742706 \cdot x_4 \cdot x_4 + \\ & + 4,931001 \cdot x_5 \cdot x_5 + 0,051165 \cdot x_6 \cdot x_6 + 0,077705 \cdot x_7 \cdot x_7 + \\ & + 0,467342 \cdot x_1 \cdot x_6 - 0,142362 \cdot x_1 \cdot x_7 + 0,616418 \cdot x_2 \cdot x_6 - \\ & - 0,116725 \cdot x_2 \cdot x_7 - 0,171440 \cdot x_3 \cdot x_6 - 0,135147 \cdot x_3 \cdot x_7 + \\ & + 0,083008 \cdot x_4 \cdot x_6 - \\ & - 0,210362 \cdot x_4 \cdot x_7 + 0,388847 \cdot x_5 \cdot x_6 + 1,520272 \cdot x_5 \cdot x_7. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_4 = & -8,985075 + 0,172802 \cdot x_1 + 0,325885 \cdot x_2 - \\ & - 0,105957 \cdot x_3 + 0,002527 \cdot x_4 + 0,128251 \cdot x_5 + \\ & + 0,037099 \cdot x_6 + 0,191187 \cdot x_7 - 0,000893 \cdot x_1 \cdot x_1 - \\ & - 0,013033 \cdot x_2 \cdot x_2 - 0,0081947 \cdot x_3 \cdot x_3 - \\ & - 0,001893 \cdot x_4 \cdot x_4 + 0,048743 \cdot x_5 \cdot x_5 - 0,000273 \cdot x_6 \cdot x_6 - \\ & - 0,001203 \cdot x_7 \cdot x_7 - 0,002543 \cdot x_1 \cdot x_6 - 0,000753 \cdot x_1 \cdot x_7 - \\ & - 0,000673 \cdot x_2 \cdot x_6 - \\ & - 0,000673 \cdot x_2 \cdot x_7 + 0,002047 \cdot x_3 \cdot x_6 + 0,000961 \cdot x_3 \cdot x_7 + \\ & + 0,000374 \cdot x_4 \cdot x_6 - 0,000253 \cdot x_4 \cdot x_7 + 0,000722 \cdot x_5 \cdot x_6 - \\ & - 0,005316 \cdot x_5 \cdot x_7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_5 = & 762,195108 - 17,748626 \cdot x_1 - \\ & - 17,663719 \cdot x_2 + 3,289009 \cdot x_3 + 7,381713 \cdot x_4 - \\ & - 148,580510 \cdot x_5 - 10,240173 \cdot x_6 - \\ & 8,320945 \cdot x_7 + 0,639846 \cdot x_1 \cdot x_1 + 0,180803 \cdot x_2 \cdot x_2 + \\ & + 0,772749 \cdot x_3 \cdot x_3 + \\ & + 1,410258 \cdot x_4 \cdot x_4 + 13,582496 \cdot x_5 \cdot x_5 + 0,006975 \cdot x_6 \cdot x_6 + \\ & + 0,061540 \cdot x_7 \cdot x_7 + 0,484828 \cdot x_1 \cdot x_6 - \\ & * x_6 - 0,103395 \cdot x_1 \cdot x_7 + 0,613552 \cdot x_2 \cdot x_6 - \\ & - 0,103564 \cdot x_2 \cdot x_7 - 0,207562 \cdot x_3 \cdot x_6 - 0,108610 \cdot x_3 \cdot x_7 + \\ & + 0,111778 \cdot x_4 \cdot x_6 - 0,287570 \cdot x_4 \cdot x_7 - \\ & - 0,308369 \cdot x_5 \cdot x_6 + 1,509181 \cdot x_5 \cdot x_7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_6 = & 5694,246100 - 461,705695 \cdot x_1 - \\ & - 60,464617 \cdot x_2 + 114,480396 \cdot x_3 + 155,717092 \cdot x_4 - \\ & - 98,578245 \cdot x_5 - 70,836842 \cdot x_6 - \\ & - 77,710823 \cdot x_7 + 29,842120 \cdot x_1 \cdot x_1 + 2,447913 \cdot x_2 \cdot x_2 - \\ & - 4,913588 \cdot x_3 \cdot x_3 - 28,24311 \cdot x_4 \cdot x_4 - \\ & - 10,388004 \cdot x_5 \cdot x_5 + 0,710040 \cdot x_6 \cdot x_6 + 0,570600 \cdot x_7 \cdot x_7 + \\ & + 1,382476 \cdot x_1 \cdot x_6 - \\ & - 0,305047 \cdot x_1 \cdot x_7 + 0,403877 \cdot x_2 \cdot x_6 + 0,057701 \cdot x_2 \cdot x_7 + \\ & + 0,261134 \cdot x_3 \cdot x_6 - \\ & * x_6 - \\ & - 0,801316 \cdot x_3 \cdot x_7 + 0,257280 \cdot x_4 \cdot x_6 + 0,586241 \cdot x_4 \cdot x_7 - \\ & - 0,285578 \cdot x_5 \cdot x_6 + 2,104559 \cdot x_5 \cdot x_7 \end{aligned}$$

Таблица 8

| N=47      | Regression Summary for Dependent Variable: y1 (Spreadsheet5)                                                |                  |                  |               |          |          |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|------------------|---------------|----------|----------|
|           | R= ,99112772 R²= ,98464393 Adjusted R²= ,98061913<br>F(24,22)=8,6964 p<,00000 Std.Error of estimate: 4294E3 |                  |                  |               |          |          |
|           | Beta                                                                                                        | Std.Err. of Beta | B                | Std.Err. of B | t(22)    | p-level  |
| Intercept |                                                                                                             |                  | 308969493,446410 | 287831401     | 1,07344  | 0,294708 |
| x1        | -1,46452                                                                                                    | 2,551466         | -24017849,017928 | 41843583      | -0,57399 | 0,571796 |
| x2        | -0,49580                                                                                                    | 1,351711         | -3527922,843895  | 9618265       | -0,36679 | 0,717277 |
| x3        | 1,32811                                                                                                     | 1,463511         | 13194944,328731  | 14540192      | 0,90748  | 0,373986 |
| x4        | 0,77509                                                                                                     | 1,438224         | 12711254,436665  | 23586609      | 0,53892  | 0,595355 |
| x5        | -0,54696                                                                                                    | 1,129407         | -13660204,320217 | 28206791      | -0,48429 | 0,632968 |
| x6        | -2,88844                                                                                                    | 1,334328         | -7213850,605400  | 3332468       | -2,16472 | 0,041530 |
| x7        | -1,32263                                                                                                    | 3,556306         | -3303245,008336  | 8881830       | -0,37191 | 0,713518 |
| x1*x1     | 1,76835                                                                                                     | 2,485271         | 2248336,278382   | 3159855       | 0,71153  | 0,484232 |
| x2*x2     | 0,94506                                                                                                     | 1,251411         | 396496,756015    | 525023        | 0,75520  | 0,458139 |
| x3*x3     | -1,30920                                                                                                    | 1,367390         | -1006031,698055  | 1050747       | -0,95744 | 0,348747 |
| x4*x4     | -1,40610                                                                                                    | 1,332218         | -3335095,094165  | 3159855       | -1,05546 | 0,302669 |
| x5*x5     | -0,10456                                                                                                    | 1,017036         | -647249,011858   | 6295899       | -0,10280 | 0,919049 |
| x6*x6     | 2,27732                                                                                                     | 1,267400         | 113127,509881    | 62959         | 1,79684  | 0,086104 |
| x7*x7     | 1,29175                                                                                                     | 3,531739         | 23027,509881     | 62959         | 0,36575  | 0,718042 |
| x1*x6     | -0,38391                                                                                                    | 0,347148         | -124552,329726   | 112626        | -1,10589 | 0,280720 |
| x1*x7     | -0,02224                                                                                                    | 0,567567         | -4412,446009     | 112626        | -0,03918 | 0,969102 |
| x2*x6     | -0,43515                                                                                                    | 0,246096         | -85573,387093    | 48396         | -1,76821 | 0,090893 |
| x2*x7     | -0,08173                                                                                                    | 0,508248         | -7782,388042     | 48396         | -0,16081 | 0,873712 |
| x3*x6     | 0,39576                                                                                                     | 0,254381         | 105351,161299    | 67715         | 1,55579  | 0,134027 |
| x3*x7     | -0,42654                                                                                                    | 0,513130         | -56288,480563    | 67715         | -0,83125 | 0,414763 |
| x4*x6     | 0,03974                                                                                                     | 0,243195         | 18406,003607     | 112626        | 0,16343  | 0,871675 |
| x4*x7     | 0,61873                                                                                                     | 0,510651         | 136462,553991    | 112626        | 1,21164  | 0,238503 |
| x5*x6     | 0,11800                                                                                                     | 0,227021         | 88093,750000     | 169485        | 0,51977  | 0,608412 |
| x5*x7     | 0,50755                                                                                                     | 0,498411         | 172593,750000    | 169485        | 1,01834  | 0,319584 |

$Y7=3394,220398-154,345339 \cdot x1-$   
 $-228,157612 \cdot x2+101,711063 \cdot x3+138,162389 \cdot x4-$   
 $-156,265033 \cdot x5-57,231775 \cdot x6-$   
 $25,085644 \cdot x7+15,161139 \cdot x1 \cdot x1+9,427268 \cdot x2 \cdot x2-$   
 $-6,671977 \cdot x3 \cdot x3-$   
 $25,448596 \cdot x4 \cdot x4+0,555572 \cdot x5 \cdot x5+0,568176 \cdot x6 \cdot x6+$   
 $+0,205481 \cdot x7 \cdot$   
 $x7-0,567804 \cdot x1 \cdot x6-$   
 $-0,251042 \cdot x1 \cdot x7+1,307769 \cdot x2 \cdot x6-$   
 $-0,303927 \cdot x2 \cdot x7+0,264413 \cdot x3 \cdot$   
 $x6-$   
 $0,356279 \cdot x3 \cdot x7+0,399183 \cdot x4 \cdot x6+0,476395 \cdot x4 \cdot x7+$   
 $0,796834 \cdot x5 \cdot x6+1,834222 \cdot x5 \cdot x7$

$Y8=2266,007305-42,782574 \cdot x1-24,777844 \cdot x2-$   
 $-43,723830 \cdot x3+25,425024 \cdot x4-$   
 $-59,814855 \cdot x5-23,164248 \cdot x6-$   
 $-35,683193 \cdot x7+4,402784 \cdot x1 \cdot x1+1,928305 \cdot x2 \cdot x2-$   
 $-0,640466 \cdot x3 \cdot x3-$   
 $-8,871883 \cdot x4 \cdot x4+1,248126 \cdot x5 \cdot x5+0,239616 \cdot x6 \cdot x6+$   
 $+0,246001 \cdot x7 \cdot x7-0,662781 \cdot x1 \cdot x6+0,167640 \cdot x1 \cdot x7-$   
 $-0,400214 \cdot x2 \cdot x6+0,088987 \cdot x2 \cdot x7+1,440923 \cdot x3 \cdot x6-$   
 $-0,323429 \cdot x3 \cdot x7+0,038364 \cdot x4 \cdot x6+0,483661 \cdot x4 \cdot x7+$   
 $+0,785634 \cdot x5 \cdot x6+0,43529 \cdot x5 \cdot x7$   
 $Y9=1213,945166-57,625819 \cdot x1-$   
 $-0,247138 \cdot x2+27,096790 \cdot x3+49,419897 \cdot x4-$

$-25,799627 \cdot x5-13,522394 \cdot x6-$   
 $-23,825768 \cdot x7+5,103495 \cdot x1 \cdot x1+0,673893 \cdot x2 \cdot x2-$   
 $-1,915651 \cdot x3 \cdot x3-11,269358 \cdot x4 \cdot x4-$   
 $-2,580098 \cdot x5 \cdot x5+0,198039 \cdot x6 \cdot x6+0,167539 \cdot x7 \cdot x7-$   
 $-0,304913 \cdot x1 \cdot x6+0,062349 \cdot x1 \cdot x7-0,198104 \cdot x2 \cdot x6-$   
 $-0,046669 \cdot x2 \cdot x7+0,262540 \cdot x3 \cdot x6-$   
 $-0,162064 \cdot x3 \cdot x7+0,030474 \cdot x4 \cdot x6+0,408936 \cdot x4 \cdot x7+$   
 $+0,134303 \cdot x5 \cdot x6+0,399522 \cdot x5 \cdot x7$

Показатели качества проведённого регрессионного анализа для результативных показателей приведены в таблице 9.

По анализу таблицы 9 можно сделать выводы о корректности построенных уравнений регрессии для  $y_1 - y_9$ , так как они удовлетворяют требованиям (2) – (6). Вычисленные значения коэффициентов множественной детерминации имеют высокий уровень и показывают, что более 99 % изменения  $y_j$ ;  $j = \overline{1, k}$  удалось объяснить полученными математическими зависимостями.

По уравнениям регрессии произведем анализ влияния каждого фактора на результативные показатели по их удельным весам и коэффициентам эластичности. Коэффициент эластичности  $i$ -го фактора показывает, на сколько процентов изменится результативный показатель эффективности при изменении  $i$ -го

фактора на один процент. В качественном плане знак плюс говорит о положительном влиянии фактора, то есть увеличение фактора приводит к увеличению результирующего показателя, а знак минус указывает на отрицательное влияние фактора, то есть при увеличении фактора уменьшается результирующий показатель. Вычисленные значения удельных весов и коэффициентов эластичности факторов результирующего показателя  $y_1$  приведены в табл. 10.

Таблица 9

| Код   | Среднее  | Ошибка   | Среднее/ошибка | F      | R        |
|-------|----------|----------|----------------|--------|----------|
| $y_1$ | 52046340 | 4294000  | 0,082503       | 8,6964 | 0,991128 |
| $y_2$ | 32,95745 | 2,807    | 0,085170       | 8,7268 | 0,991285 |
| $y_3$ | 85,8218  | 6,263    | 0,072977       | 5,0188 | 0,999544 |
| $y_4$ | 0,583404 | 0,054125 | 0,092774       | 8,2818 | 0,998865 |
| $y_5$ | 33,0304  | 3,154    | 0,095488       | 4,5860 | 0,993915 |
| $y_6$ | 552,2866 | 43,726   | 0,079173       | 14,412 | 0,996382 |
| $y_7$ | 495,1332 | 42,253   | 0,085337       | 28,263 | 0,994167 |
| $y_8$ | 219,8709 | 15,373   | 0,069918       | 21,537 | 0,997375 |
| $y_9$ | 164,1584 | 16,123   | 0,098216       | 7,6141 | 0,994747 |

Таблица 10

| Коды факторов | Удельные веса | Коэффициенты эластичности |
|---------------|---------------|---------------------------|
| $x_1$         | 0,045958804   | -0,091120617              |
| $x_2$         | 0,091120617   | -0,132126489              |
| $x_3$         | 0,146559258   | 0,546031383               |
| $x_4$         | 0,132126489   | 0,396827067               |
| $x_5$         | 0,156031383   | 0,446559258               |
| $x_6$         | 0,589933360   | -0,889933360              |
| $x_7$         | 0,406827067   | 0,723762758               |

По вычисленным значениям удельных весов влияния факторов на изменение результирующего показателя эффективности  $y_1$ , построена круговая диаграмма, представленная для на рис.1.

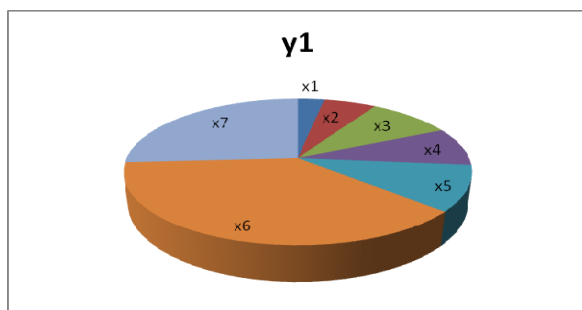


Рис. 1 - Диаграмма влияния факторов на изменение результирующего показателя эффективности  $y_1$ , построенная по значениям удельных весов

Оценка степени влияния факторов на результирующий показатель эффективности по коэф-

фициентам эластичности, представлена в виде гистограммы на рисунке 2.

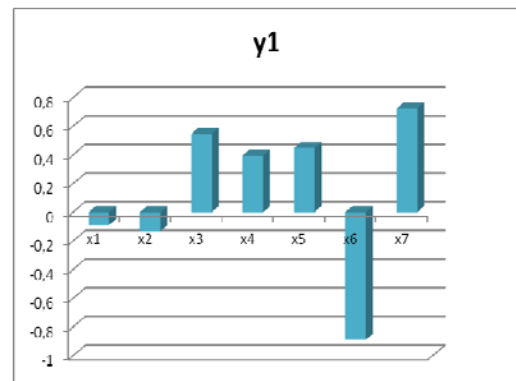


Рис. 2 - Гистограмма влияния факторов на изменение результирующего показателя эффективности  $y_1$ , построенная по коэффициентам эластичности

Полученная диаграммы (рис.2) позволяет сделать вывод, что сильное отрицательное влияние на доход предприятия оказывает  $x_6$  – время между поступлением заказов. Чем меньше время между поступлением заказов, тем больше доход предприятия и это не противоречит здравому смыслу. Положительное влияние оказывают факторы  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$  и  $x_7$ . Чем больше плановое время выполнения работ ( $x_7$ ), тем больше доход, так как затраты на штрафы за просрочку работу сводятся к минимуму. Чем больше количество рабочих  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$  тем больше доход предприятия. Количество рабочих на вентиляционных и сантехнических работах  $x_1$  и  $x_2$  можно на немного уменьшить, так как их влияние на прибыль - отрицательное.

## 6. Вывод формул для вычисления оптимальных значений количества работников на операциях производственного процесса

Решим задачу оптимизации (7), (8) как задачу нахождения максимального значения результирующего показателя эффективности  $y_1$  - дохода предприятия от производственного процесса, за вычетом расходов на покрытие штрафов за несвоевременно выполненные работы и на заработную плату работников в рублях, за счет выбора оптимального количества рабочих на производственных операциях и контролёров  $x_i$ ,  $i = \overline{1, 5}$  при ограничениях на другие результирующие показатели эффективности и факторы. Ограничения на показатели эффективности заданы так, что фактически не превышают лучшие результаты, достигнутые предприятием за последнее время, и представляют собой минимальные и максимальные из ранее достигнутых значений.

Для оптимизации выбран метод касательных и использована имеющаяся в ППП Excel соответствующая стандартная процедура оптимизации [2]. Фрагмент полученных оптимальных значений пяти факторов и результирующего показателей эффективности  $y_1$  представлен в таблице 11.

Таблица 11

| №   | Исх.<br>$x_1$ | Опт.<br>$x_1$ | Исх.<br>$x_2$ | Опт.<br>$x_2$ | Исх.<br>$x_3$ | Опт.<br>$x_3$ | Исх.<br>$x_4$ | Опт.<br>$x_4$ | Исх.<br>$x_5$ | Опт.<br>$x_5$ |
|-----|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1   | 7             | 8             | 9             | 12            | 7             | 6             | 4             | 3             | 2             | 1             |
| 2   | 5             | 5             | 5             | 5             | 4             | 6             | 2             | 3             | 1             | 1             |
| 3   | 8             | 8             | 5             | 5             | 4             | 6             | 2             | 3             | 1             | 1             |
| ... |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |
| 46  | 7             | 8             | 9             | 12            | 7             | 6             | 4             | 3             | 2             | 1             |
| 47  | 7             | 8             | 9             | 12            | 7             | 6             | 4             | 3             | 2             | 1             |

Оптимизируемый фактор  $x_5$  (количество контролеров) получился, равен 1. Это можно объяснить тем, что у контролеров сравнительно мало операций и на производстве вполне хватает и одного человека.

По результатам оптимизации проведем регрессионный анализ с помощью стандартной проце-

дуры программы Statistica 8.0 [6] и выведем формулы для вычисления значений оптимизируемых факторов по объективным факторам. Для примера приведем таблицу 12 регрессионного анализа оптимизируемого фактора  $x_1$ .

Таблица 12

| Regression Summary for Dependent Variable: x1opt (таблица)                                                |          |                  |            |               |           |          |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|------------------|------------|---------------|-----------|----------|
| R= ,98767305 R²= ,95029039 Adjusted R²= ,86936567<br>F(4,42)=1,8572 p<,13595 Std.Error of estimate: ,6028 |          |                  |            |               |           |          |
| N=47                                                                                                      | Beta     | Std.Err. of Beta | B          | Std.Err. of B | t(42)     | p-level  |
| Intercept                                                                                                 |          |                  | -28,636076 | 32,80392      | -0,872947 | 0,387656 |
| x6                                                                                                        | 1,94938  | 2,197931         | 0,330380   | 0,37250       | 0,886914  | 0,380176 |
| x7                                                                                                        | 5,45825  | 6,142952         | 0,925063   | 1,04111       | 0,888539  | 0,379312 |
| x6*x6                                                                                                     | -1,96013 | 2,205423         | -0,006608  | 0,00743       | -0,888777 | 0,379185 |
| x7*x7                                                                                                     | -5,46210 | 6,145637         | -0,006608  | 0,00743       | -0,888777 | 0,379185 |

В результате регрессионного анализа было получено следующее уравнение для вычисления  $x_{1opt}$ :

$$x_{1opt} = -28,636076 + 0,33038 \cdot x_6 + 0,925063 \cdot x_7 - 0,006608 \cdot x_6^2 - 0,006608 \cdot x_7^2. \quad (13)$$

Аналогично  $x_{1opt}$  получены расчётные формулы для вычисления оптимальных значений других оптимизируемых факторов.

$$x_{2opt} = -73,484177 + 0,770886 \cdot x_6 + 2,158481 \cdot x_7 - 0,015418 \cdot x_6^2 - 0,015418 \cdot x_7^2. \quad (14)$$

$$x_{3opt} = 5,664757849 + 0,000000271 \cdot x_6 + 0,000000686 \cdot x_7 - 0,000000005 \cdot x_6^2 - 0,000000005 \cdot x_7^2. \quad (15)$$

$$x_{4opt} = 3,174577187 + 0,000000061 \cdot x_6 + 0,00000021 \cdot x_7 - 0,000000001 \cdot x_6^2 - 0,000000001 \cdot x_7^2. \quad (16)$$

$$x_{5opt} = -26,274293 - 0,188831 \cdot x_6 + 0,860097 \cdot x_7 + 0,003835 \cdot x_6^2 - 0,006165 \cdot x_7^2. \quad (17)$$

Полученные формулы (13) – (17) пригодны для вычисления конкретного количества работников в зависимости от значений объективных факторов. Вычислим оптимальные значения для трёх различных сценариев.

Для наименее загруженного режима:  $x_1=5$ ;  $x_2=5$ ;  $x_3=6$ ;  $x_4=4$ ;  $x_5=1$ ;  $x_6=35$  дней;  $x_7=60$  дней;  $y_1=51199865$  руб.

Для режима со средней нагрузкой:  $x_1=6$ ;  $x_2=10$ ;  $x_3=6$ ;  $x_4=4$ ;  $x_5=1$ ;  $x_6=25$  дней;  $x_7=70$  дней;  $y_1=56298777$  руб.

Для режима с максимальной нагрузкой:  $x_1=8$ ;  $x_2=12$ ;  $x_3=6$ ;  $x_4=5$ ;  $x_5=1$ ;  $x_6=15$  дней;  $x_7=80$  дней;  $y_1=102624160$  руб.

## Заключение

В данной работе проведено исследование производственных процессов изготовления и монтажа вентиляционного и сантехнического оборудования. Используя построенную математическую модель, мы максимизировали прибыль за счет определения такого количества рабочих, которое является оптимальным и позволяет выполнять работы в установленные сроки, с учетом объема и сложности работ.

Внедрение разработанной модели повысит эффективность функционирования предприятия за счет выработки оптимальных управленческих решений. Одна из особенностей данной работы состоит в том, что авторами предложена методология и инструментальный комплекс, доступный и понятный для практического применения на любых производственных предприятиях.

Проведенное исследование подтверждает необходимость составления имитационных моделей,

проведения статистического исследования работы предприятия и оптимизации его деятельности.

В работе получены следующие основные результаты:

1. Разработана блок-схема алгоритма и имитационная программная модель производственных процессов изготовления и монтажа оборудования.

2. Построен стратегический план проведения имитационных экспериментов, который позволяет вычислить все коэффициенты степенного полинома, включая коэффициенты как при самих факторах, так и при всех сочетаниях факторов между собой в виде их произведений.

3. Проведены имитационные эксперименты по стратегическому плану и составлены таблицы результатов для их анализа с целью разработки эффективных управленческих решений.

4. Проведена оценка достоверности результатов. Доверительная вероятность по 47 вариантам эксперимента выше 0,9.

5. Построена математическая модель процесса изготовления и монтажа оборудования, состоящая из совокупности уравнений регрессии, которые отображают взаимное влияние факторов на показатели эффективности процесса. Вычислены удельные веса и коэффициенты эластичности, показывающие степень влияния факторов на показатели эффективности.

6. Получены формулы для вычисления оптимального количества рабочих и контролёров производственных процессов, пригодные для практического применения на конкретном исследованном предприятии.

7. Предложенная методика пригодна для исследования широкого круга производственных процессов с дискретным характером производства.

## Литература

1. Якимов И.М. Анализ вероятностных объектов на регрессионных моделях. / Якимов И.М. // Вестник КГТУ им А.Н. Туполева. - № 3. - 2001. - С. 216.
2. Якимов И.М., Моделирование и оптимизация процессов разработки систем программного обеспечения / Якимов И.М., Бедретдинов Р.З. // Вестник Казан. технол. ун-та. - Т.15. - № 18. - 2012. - С. 261 – 265.
3. Кирпичников А.П. Прикладная теория массового обслуживания. Казань: Изд-во Казанского гос. ун-та, 2008. - 112 с.
4. Кирпичников А.П. Методы прикладной теории массового обслуживания. Казань: Изд-во Казанского университета, 2011. - 200 с.
5. Якимов И.М. Компьютерное моделирование: Учебное пособие. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та им. А.Н. Туполева, 2008. - 220 с.
6. Боровиков В.П. STATISTICA: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов.-СПб.: Питер, 2001. - 656 с.

---

© И. М. Якимов – канд. техн. наук, профессор кафедры автоматизированных систем и обработки информации и управления КНИТУ-КАИ; А. П. Кирпичников – д-р физ.-мат. наук, зав. каф. интеллектуальных систем и управления информационными ресурсами КНИТУ, kirpichnikov@kstu.ru.