

А. П. Кирпичников, С. Н. Моисеев, В. С. Олешко,
А. Н. Потапов, Д. П. Ткаченко

СТРУКТУРА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИССЛЕДОВАНИЙ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМ СОПРОВОЖДЕНИЯ ЦЕЛЕЙ

Ключевые слова: математическая модель, радиолокационная система сопровождения целей, система координат.

В статье рассматриваются вопросы построения структуры математической модели исследований точностных характеристик радиолокационных систем сопровождения воздушных целей, размещаемых на борту летательного аппарата. Предложенная структура построения математической модели исследования точностных характеристик радиолокационных систем сопровождения воздушных целей позволяет получать статистические оценки точности бортовых систем сопровождения целей радиолокационного типа не только по составляющим вектора дальности, но и по составляющим векторов относительной скорости и ускорения воздушной цели.

Key words: mathematical model, radar tracking system, the coordinate system.

The article deals with the question of the structure of the mathematical model research of dot-officers of air support radar systems on board an aircraft. The proposed structure of construction of mathematical model research accuracy characteristics of air target tracking radar systems enable em to receive statistical evaluation of accuracy of the on-board systems support objectives of the radiolokaci-type intelligence not only on the components of the vector range, but also of the vectors from-nositel'noj air speed and acceleration.

Современный уровень развития информационных систем, в частности, создание и применение высокоточных систем сопровождения воздушных целей, диктует необходимость разработки новых подходов к решению задачи исследования их точностных характеристик в целях как оптимизации параметров самих радиолокационных систем сопровождения воздушных целей (РССЦ), так и повышения эффективности применения боевых авиационных комплексов. В данной статье рассматривается вопрос математического моделирования процесса исследований точностных характеристик РССЦ (имитационные модели которых реализованы в тренажерах летного состава) и выработки рекомендаций по повышению эффективности применения комплексов воздушного базирования. В современных условиях недостаточного финансирования научно-исследовательских работ в военной области, связанных с проведением летных экспериментов, в частности, по определению статистических оценок точности повышенной достоверности бортовых РССЦ – целесообразным решением указанной проблемы представляется разработка математической модели процесса исследований точностных характеристик РССЦ, а также выполнение исследований точностных характеристик радиолокационных ССЦ на основе обработки статистических данных о реальных полетах летательных аппаратов (ЛА) [1].

Целью разработки имитационной ММ процесса исследований точностных характеристик РССЦ является – получение и анализ статистических оценок точности бортовой системы сопровождения целей радиолокационного типа (не только по составляющим вектора дальности $\bar{D}$, но и по составляющим векторов относительной скорости $\bar{V}_{цр}$ и ускорения $\bar{J}_{ц}$ воздушной цели) на основе использования известных характеристик шумов эталонных средств измерений и каналов сопровожде-

ния исследуемой РССЦ [2]. В состав математической модели (ММ) процесса исследований точностных характеристик РССЦ входят:

1. ММ пространственного движения двух самолетов – ЛА с исследуемой РССЦ и самолета-цели в системе координат (СК) $Ox_g y_g z_g$.
2. ММ эталонных средств измерений.
3. ММ датчиков параметров полета (ДПП) носителя.
4. ММ прицельной системы (ПС), в состав которой входят ММ РССЦ и алгоритм определения составляющих вектора ускорения цели по параметрам, определяемым с помощью исследуемой РССЦ (ОПДЦ).
5. Алгоритм определения статистических оценок точности РССЦ.

Математическая модель процесса исследований точностных характеристик РССЦ имеет модульную структуру.

ММ пространственного движения двух ЛА включает в себя две идентичные модели:

- ММ ЛА с исследуемой РССЦ в земной СК $Ox_g y_g z_g$;
- ММ самолета-цели в земной СК $Ox_g y_g z_g$.

Управление в каждой из указанных моделей движения ЛА осуществляется путем задания соответствующих значений модуля вектора тяги, а также углов отклонения руля высоты δ_v , руля направления δ_n , элеронов δ_z .

В состав ММ движения двух ЛА входят также кинематические уравнения связи движения их центра масс:

$$\begin{cases} \dot{x}_{цг}^{\partial} - x_{гг}^{\partial} = D_{хг}^{\partial} \\ \dot{y}_{цг}^{\partial} - y_{гг}^{\partial} = D_{yg}^{\partial} \\ \dot{z}_{цг}^{\partial} - z_{гг}^{\partial} = D_{zg}^{\partial} \\ |\bar{D}^{\partial}|_1 = A_1^g \times |\bar{D}^{\partial}|_g \end{cases}$$

где $x_g^\partial, y_g^\partial, z_g^\partial, x_{ug}^\partial, y_{ug}^\partial, z_{ug}^\partial$ – детерминированные значения координат положения центра масс ЛА с исследуемой РССЦ и самолета-цели соответственно в земной СК $OX_gY_gZ_g$;

$|\bar{D}^\partial|$ – детерминированное значение модуля вектора дальности самолета-цели в СК $OX_1Y_1Z_1$;

A_l^g – матрица перехода из СК $OX_gY_gZ_g$ в связанную СК ЛА с исследуемой РССЦ $OX_1Y_1Z_1$.

С выхода ММ движения двух ЛА информация о текущих детерминированных значениях фазовых координат ЛА с исследуемой РССЦ ($|\bar{V}^\partial|, \alpha^\partial, \beta^\partial, \omega_{x1}^\partial, \omega_{y1}^\partial, \omega_{z1}^\partial, W_{xg}^\partial, W_{yg}^\partial, W_{zg}^\partial, j_{xg}^\partial, j_{yg}^\partial, j_{zg}^\partial, \psi^\partial, u^\partial, \gamma^\partial$) и самолета-цели ($W_{uxg}^\partial, W_{uyg}^\partial, W_{uzg}^\partial, j_{uxg}^\partial, j_{uyg}^\partial, j_{uzg}^\partial, \psi_u^\partial, u_u^\partial, \gamma_u^\partial$), а также детерминированные значения составляющих модуля вектора дальности в СК $OX_1Y_1Z_1$ ($D_{x1}^\partial, D_{y1}^\partial, D_{z1}^\partial$) поступают:

- в ММ эталонных средств измерений ($W_{xg}^\partial, W_{yg}^\partial, W_{zg}^\partial, j_{xg}^\partial, j_{yg}^\partial, j_{zg}^\partial, \psi^\partial, u^\partial, \gamma^\partial, W_{uxg}^\partial, W_{uyg}^\partial, W_{uzg}^\partial, j_{uxg}^\partial, j_{uyg}^\partial, j_{uzg}^\partial, \psi_u^\partial, u_u^\partial, \gamma_u^\partial, D_{x1}^\partial, D_{y1}^\partial, D_{z1}^\partial$);

- в ММ прицельной системы ($D_{x1}^\partial, D_{y1}^\partial, D_{z1}^\partial, W_{xg}^\partial, W_{yg}^\partial, W_{zg}^\partial, \psi^\partial, u^\partial, \gamma^\partial, W_{uxg}^\partial, W_{uyg}^\partial, W_{uzg}^\partial, \omega_{x1}^\partial, \omega_{y1}^\partial, \omega_{z1}^\partial$);

- в ММ ДПП ЛА с исследуемой РССЦ ($|\bar{V}^\partial|, \alpha^\partial, \beta^\partial$).

При исследованиях модуль вектора скорости ветра $|\bar{V}_e|$ принимался равным нулю:

$$|\bar{V}_e| = 0.$$

В ММ средств измерений входят:

1. ММ оптико-локационной станции (ОЛС).
2. ММ кинотелескопа.
3. Две идентичные ММ ГИС ЛА с исследуемой РССЦ и самолета цели.

В ходе исследований вероятностные характеристики шумов информационных систем (исследуемой РССЦ, эталонных средств измерений, ДПП ЛА с исследуемой РССЦ) полагались известными и были взяты из соответствующих источников [2, 3]. Тип корреляционной функции погрешностей указанных датчиков, как показывает практика [3], может быть задан достаточно простым – экспоненциального типа:

$$K_x(\tau) = \sigma_x^2 \cdot e^{-\alpha|\tau|},$$

где σ_x – среднеквадратическое отклонение случайного процесса;

α – параметр корреляционной функции.

Случайный процесс, имеющий такую корреляционную функцию, представляется в виде дифференциального уравнения [3]:

$$\dot{x} = -\alpha \cdot x + \sigma_x \sqrt{2\alpha} \cdot n,$$

где n – гауссовский белый шум единичной интенсивности.

Для имитации функционирования всей совокупности датчиков, случайная составляющая которых может быть описана корреляционной функцией вида (3), предлагается использовать всего один генератор случайных процессов (ГСП), формирующий последовательность независимых (некоррелированных) между собой чисел $N_1 \dots N_n$, распределенных по нормальному закону с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. Выходные значения ГСП заполняют заранее обусловленную последовательность оперативного запоминающего устройства (ОЗУ), представленную на рис. 1. Эта схема функционирует следующим образом. Каждое последующее значение от ГСП «проталкивает» предыдущее по «линейке» полей ОЗУ, а по окончании заполнения всей «линейки» выполняется считывание значений случайных реализаций, которые используются затем для формирования величин погрешностей имитируемых датчиков информации.

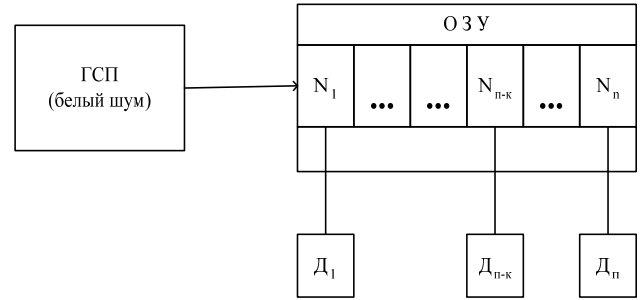


Рис. 1 – Организация функционирования ГСП и ОЗУ

На рис. 1 D_n – тип имитируемого датчика. Затем процесс заполнения «линейки» значениями от ГСП повторяется вновь.

Таким образом, вместо прямого моделирования случайной составляющей для каждого датчика удастся использовать для этой цели лишь один ГСП, что существенно упрощает требования к архитектуре ММ процесса исследований точностных характеристик РССЦ, так как на каждом шаге решения задачи экономится время выполнения $(n-1)N$ операторов (где n – количество моделируемых датчиков, N – число операторов по вычислению значения параметра). В предлагаемой модели процесса исследований точностных характеристик РССЦ для ММ РССЦ экономится время выполнения от 50 до 54 операторов.

Параметры, измеряемые эталонными средствами измерений, в модели формируются как сумма их детерминированных величин и соответствующих шумовых составляющих:

$$\begin{cases} W_{xg} = W_{xg}^\partial + \Delta W_{xg} \\ W_{yg} = W_{yg}^\partial + \Delta W_{yg} \\ W_{zg} = W_{zg}^\partial + \Delta W_{zg} \end{cases};$$

$$\begin{cases} j_{xg} = j_{xg}^{\partial} + \Delta j_{xg} \\ j_{yg} = j_{yg}^{\partial} + \Delta j_{yg} \\ j_{zg} = j_{zg}^{\partial} + \Delta j_{zg} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \Delta j_{ykm} = \sigma_{j_{ykm}} \times \eta_1 \\ \Delta j_{zkm} = \sigma_{j_{zkm}} \times \eta_2 \\ \Delta \dot{D}_0 = -\alpha_{D_0} \times \Delta D_0 + \sigma_{D_0} \times \sqrt{2 \times \alpha_{D_0}} \times \eta_3 \end{cases} , \\
\begin{cases} \psi = \psi^{\partial} + \Delta \psi \\ u = u^{\partial} + \Delta u \\ v = v^{\partial} + \Delta v \end{cases} ; \quad \begin{cases} W_{uxg} = W_{uxg}^{\partial} + \Delta W_{uxg} \\ W_{uyg} = W_{uyg}^{\partial} + \Delta W_{uyg} \\ W_{uzg} = W_{uzg}^{\partial} + \Delta W_{uzg} \end{cases} ; \\
\begin{cases} j_{uxg} = j_{uxg}^{\partial} + \Delta j_{uxg} \\ j_{uyg} = j_{uyg}^{\partial} + \Delta j_{uyg} \\ j_{uzg} = j_{uzg}^{\partial} + \Delta j_{uzg} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \psi_u = \psi_u^{\partial} + \Delta \psi_u \\ u_u = u_u^{\partial} + \Delta u_u \\ v_u = v_u^{\partial} + \Delta v_u \end{cases} ; \\
\begin{cases} D_0^{\partial} = D_0^{\partial} + \Delta D_0 \\ j_{ykm}^{\partial} = j_{ykm}^{\partial} + \Delta j_{ykm}^{\partial} \\ j_{zkm}^{\partial} = j_{zkm}^{\partial} + \Delta j_{zkm}^{\partial} \end{cases}$$

где D_0^{∂} – эталонная дальность до цели, измеряемая с помощью ОЛС;

j_{ykm}^{∂} , j_{zkm}^{∂} – эталонные угловые координаты цели, получаемые по данным кинотелескопа;

W_{xg} , W_{yg} , W_{zg} , j_{xg} , j_{yg} , j_{zg} , ψ , u , v – значения параметров движения ЛА с исследуемой РССЦ, измеренные его ГИС;

W_{uxg} , W_{uyg} , W_{uzg} , j_{uxg} , j_{uyg} , j_{uzg} , ψ_u , u_u , v_u – значения параметров движения самолета-цели, измеренные его ГИС;

D_0^{∂} – истинное (детерминированное) значение дальности, определяемое по формуле:

$$D^{\partial} = \sqrt{D_{x1}^{\partial 2} + D_{y1}^{\partial 2} + D_{z1}^{\partial 2}} ;$$

j_y^{∂} , j_z^{∂} – детерминированные значения угловых координат цели, определяемые как:

$$\begin{cases} j_y^{\partial} = \arccos \frac{D_{x1}^{\partial}}{\sqrt{D_{x1}^{\partial 2} + D_{y1}^{\partial 2}}} \\ j_z^{\partial} = \arcsin \frac{D_{y1}^{\partial}}{D^{\partial}} \end{cases} .$$

Погрешности Δj_{ykm} , Δj_{zkm} , ΔD_0 кинотелескопа и оптико-локационной станции представляются в виде [2]:

где η_1 , η_2 , η_3 – случайные независимые величины, распределенные по нормальному закону с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1.

С выхода ММ эталонных средств измерений значения величин: j_{ykm}^{∂} , j_{zkm}^{∂} , D_0^{∂} , W_{uxg} , W_{uyg} , W_{uzg} , j_{uxg} , j_{uyg} , j_{uzg} , ψ_u , u_u , v_u поступают в алгоритм определения точностных характеристик РССЦ.

Вследствие того, что в предлагаемую ММ процесса исследований точностных характеристик РССЦ входят две одинаковые модели ЛА с исследуемой РССЦ и самолета-цели, а также идентичные модели их ГИС, целесообразно в дальнейшем изложить обобщенные ММ пространственного движения одного ЛА в земной СК и погрешностей его гироинерциальной системы.

В ММ ДПП ЛА с исследуемой РССЦ формируются и передаются в ММ прицельной системы реальные (измеренные) значения модуля воздушной скорости $|\vec{V}|$ и углов α и β :

$$\begin{cases} \alpha = \alpha^{\partial} + \Delta \alpha \\ \beta = \beta^{\partial} + \Delta \beta \\ |\vec{V}| = |\vec{V}^{\partial}| + \Delta |\vec{V}| \end{cases} .$$

Величины $\Delta \alpha$, $\Delta \beta$, $|\Delta \vec{V}|$ определяются по следующим формульным зависимостям [3]:

$$\begin{cases} \Delta \dot{\alpha} = -\alpha_{\alpha} \times \Delta \alpha + \sigma_{\Delta \alpha} \times \sqrt{2 \times \alpha_{\alpha}} \times \eta_4 \\ \Delta \dot{\beta} = -\alpha_{\beta} \times \Delta \beta + \sigma_{\Delta \beta} \times \sqrt{2 \times \alpha_{\beta}} \times \eta_5 \\ \Delta \dot{V} = -\alpha_V \times \Delta V + \sigma_{\Delta V} \times \sqrt{2 \times \alpha_V} \times \eta_6 \end{cases} ,$$

где η_4 , η_5 , η_6 – случайные независимые величины, распределенные по нормальному закону с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1.

При разработке ММ ДПП, ОЛС, была выполнена идентификация по точности формирования погрешностей ΔD_0 , $\Delta \alpha$, $\Delta \beta$, $|\Delta \vec{V}|$, которая определялась степенью совпадения параметров $(\alpha_{\alpha}^M, \alpha_{\beta}^M, \alpha_V^M, \alpha_{D_0}^M, \sigma_{\alpha}^M, \sigma_{\beta}^M, \sigma_V^M, \sigma_{D_0}^M)$ и вида корреляционных функций ошибок ДПП $(\Delta \alpha, \Delta \beta, |\Delta \vec{V}|)$, ОЛС (ΔD_0) , полученных по результатам их математического моделирования с характеристиками корреляционных функций $(\alpha_{\alpha}, \alpha_{\beta}, \alpha_V, \alpha_{D_0}, \sigma_{\alpha}, \sigma_{\beta}, \sigma_V, \sigma_{D_0})$ [2], которые использовались в модели для формирования указанных погрешностей.

Анализ графиков (см. рис. 2–4) показывает, что корреляционные функции ошибок ДПП $(\Delta \alpha, \Delta \beta, |\Delta \vec{V}|)$, полученных по результатам их математического моделирования, имеют экспоненциальный характер и их параметры

$(\alpha_\alpha^M, \alpha_\beta^M, \alpha_V^M, \sigma_\alpha^M, \sigma_\beta^M, \sigma_V^M)$ отличаются от соответствующих характеристик корреляционных функций [2] $(\alpha_\alpha, \alpha_\beta, \alpha_V, \sigma_\alpha, \sigma_\beta, \sigma_V)$, используемых при моделировании погрешностей $\Delta\alpha, \Delta\beta, |\Delta\bar{V}|$ на величину, лежащую в пределах 5–6 %. Это позволяет сделать вывод о том, что в ММ ДПП, ОЛС – их погрешности $\Delta\alpha, \Delta\beta, |\Delta\bar{V}|$ сформированы достаточно точно.

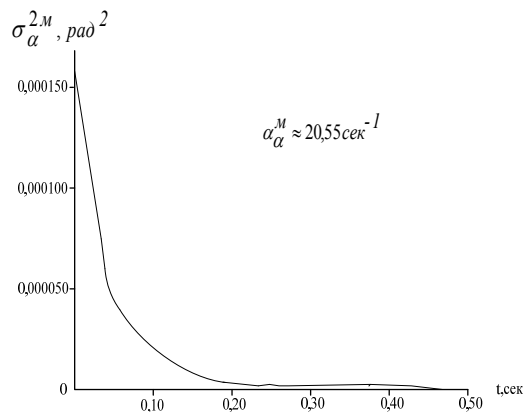


Рис. 2 – График изменения величины σ_α^M

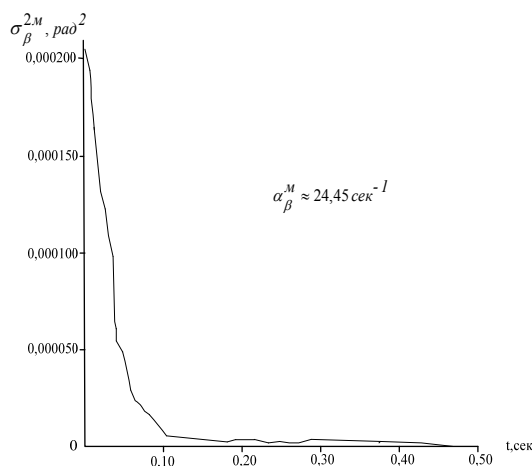


Рис. 3 – График изменения величины σ_β^M

В ММ ПС определяются и поступают в алгоритм определения точностных характеристик РССЦ:

- измеренные исследуемой РССЦ, составляющие вектора дальности $\bar{D}$ (D, j_y, j_z) и вектора относительной скорости $\bar{V}_{ур}$ ($V_{урx}, V_{урy}, V_{урz}$) самолета-цели;

- составляющие ускорения самолета-цели $\bar{j}_u$ (j_{ux}, j_{uy}, j_{uz}), определяемые алгоритмически с использованием параметров, измеряемых исследуемой РССЦ.

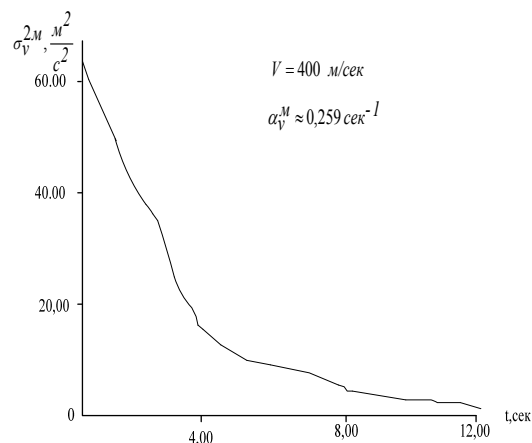


Рис. 4 – График изменения величины σ_V^M

На выходе алгоритма определения точностных характеристик РССЦ формируются искомые, точностные характеристики исследуемой РССЦ [1].

Таким образом, предлагаемая структура имитационной математической модели исследований точностных характеристик ССЦ обеспечивает получение и анализ статистических оценок точности бортовой системы сопровождения целей радиолокационного типа (не только по составляющим вектора дальности $\bar{D}$, но и по составляющим векторов относительной скорости $\bar{V}_{ур}$ и ускорения $\bar{j}_u$ воздушной цели) [4].

Литература

1. А.Н. Потапов, В сб. *Проблемы повышения эффективности применения радиолокационных систем сопровождения целей*, ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, Москва, 1997, С. 27–32.
2. А.Н. Потапов, С.Н. Моисеев, В сб. *К вопросу о необходимости разработки методики летных исследований точностных характеристик систем сопровождения авиационных целей*, войсковая часть 75360, Люберцы, 2006, С. 48–50.
3. А.Н. Потапов, С.Н. Моисеев, В.С. Свищо, Ю.С. Свищо, *Научный вестник МГТУ ГА*, 2, 132–136 (2006).
4. А.П. Кирпичников, С.Н. Моисеев, В.В. Лебедев, В.А. Сухарев, И.В. Герасимов, В.С. Олешко, Д.П. Ткаченко, *Вестник КТУ*, 14, 178–180 (2013).