

И. В. Герасимов, А. П. Кирпичников, С. Н. Моисеев,
В. С. Олешко, А. Н. Потапов, Д. П. Ткаченко

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ИССЛЕДОВАНИЙ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМ СОПРОВОЖДЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ ЦЕЛЕЙ

Ключевые слова: математическая модель, радиолокационная система сопровождения целей, система координат.

Рассмотрен вопрос построения математической модели процесса исследований точностных характеристик радиолокационных систем сопровождения воздушных целей (РССЦ), размещаемых на борту летательного аппарата. В статье представлены математические модели погрешностей гироскопической системы и РССЦ, а также выполнена оценка точности определения эталонных значений составляющих векторов относительной скорости и ускорения воздушной цели.

Key words: mathematical model, radar tracking system, the coordinate system.

Discussion of construction of mathematical model of process research accuracy characteristics characteristics of radar systems tracking aerial targets (RSSC), placed on board Le tatel'nogo. The paper presents the mathematical model of error giroinercial' system and RSSC, as well as evaluated the accuracy of the reference values of the thresholds of the vectors relative air speed and acceleration.

Актуальность разработки имитационной математической модели (ММ) процесса исследований точностных характеристик радиолокационных систем сопровождения воздушных целей обусловлена необходимостью получения и анализа статистических оценок точности бортовой системы сопровождения целей радиолокационного типа (не только по составляющим вектора дальности $\vec{D}$, но и по составляющим векторов относительной скорости $\vec{V}_{cr}$ и ускорения $\vec{J}_u$ воздушной цели) на основе использования известных характеристик шумов эталонных средств измерений и каналов сопровождения исследуемой РССЦ [1, 2]. В состав ММ процесса исследований точностных характеристик РССЦ входят:

1. ММ пространственного движения двух самолетов – летательного аппарата (ЛА) с исследуемой РССЦ и самолета-цели в системе координат (СК) $Ox_g y_g z_g$.

2. ММ эталонных средств измерений.

3. ММ датчиков параметров полета (ДПП) носителя.

4. ММ прицельной системы (ПС), в состав которой входят ММ РССЦ и алгоритм определения составляющих вектора ускорения цели по параметрам, определяемым с помощью исследуемой РССЦ (ОПДЦ).

5. Алгоритм определения статистических оценок точности РССЦ.

Математическая модель процесса исследований точностных характеристик РССЦ имеет модульную структуру [3].

ММ пространственного движения двух ЛА включает в себя две идентичные модели и достаточно полно представлена в работе [1]:

- ММ ЛА с исследуемой РССЦ в земной СК $Ox_g y_g z_g$;

- ММ самолета-цели в земной СК $Ox_g y_g z_g$.

В данной статье рассмотрены:

- ММ погрешностей гироскопической системы;

- ММ РССЦ;

- выполнена оценка точности определения эталонных значений составляющих векторов относительной скорости и ускорения воздушной цели.

В ходе летных исследований точностных характеристик РССЦ гироскопические системы (ГИС) должны использоваться в качестве эталонных средств высокоточного измерения углов ψ , u , γ , а также составляющих векторов скорости и ускорения ЛА в земной СК.

При моделировании процесса исследований точностных характеристик РССЦ, в целях достижения условий наиболее близких к реальным, целесообразно учитывать ошибки измерения ГИС параметров движения ЛА. При этом степень приближения к реальному процессу измерений зависит от полноты описания математической модели погрешностей ГИС.

ММ погрешностей ГИС описывается в виде системы известных уравнений [3] и включает в себя:

- уравнения погрешностей акселерометров;

- уравнения дрейфов гироскопов;

- уравнения погрешностей определения углов ψ , u , γ , а также составляющих вектора скорости ЛА.

В модели погрешностей ГИС использовались характеристики акселерометров и гироскопов, установленных на гироскопической системе типа Ц-080 [4]. Ошибки определения гироскопической системой составляющих вектора ускорения ЛА Δj_{xg} , Δj_{yg} , Δj_{zg} как случайные процессы представляются с помощью соотношений [4]:

$$\begin{cases} \Delta j_{xg}(t) = \sigma_{j_0} \times \eta_t + \left(\sigma_{j_1} \eta_8 + \sigma_{j_2} \times \Delta \delta_0 \times \eta_9 \times e^{\frac{t-t_0}{T}} \right) \times j_{xg}^0(t) \\ \Delta j_{yg}(t) = \sigma_{j_0} \times \eta_{10} + \left(\sigma_{j_1} \eta_{11} + \sigma_{j_2} \times \Delta \delta_0 \times \eta_{12} \times e^{\frac{t-t_0}{T}} \right) \times j_{yg}^0(t), \\ \Delta j_{zg}(t) = \sigma_{j_0} \times \eta_{13} + \left(\sigma_{j_1} \eta_{14} + \sigma_{j_2} \times \Delta \delta_0 \times \eta_{15} \times e^{\frac{t-t_0}{T}} \right) \times j_{zg}^0(t) \end{cases}$$

где σ_{j0} , σ_{j1} , σ_{j2} – среднеквадратические значения постоянной, линейной и тепловой погрешностей акселерометра;

$\eta_7 \dots \eta_{15}$ – случайные независимые величины, распределенные по нормальному закону с математическим ожиданием 0 и с дисперсией 1;

$j_{xg}^0(t)$, $j_{yg}^0(t)$, $j_{zg}^0(t)$ – детерминированные значения составляющих вектора ускорения;

T – постоянная времени нагрева;

δ_0 – начальное отклонение температуры акселерометра от номинального значения.

Модель погрешностей акселерометров не учитывает их динамических запаздываний. Такой подход возможен потому, что ускорения самолета как функции времени «проходят» через акселерометры практически без искажений за счет того, что собственные частоты акселерометров очень высоки – 1000 рад/с.

При моделировании погрешностей акселерометров использовались следующие значения величин σ_{j0} , σ_{j1} , σ_{j2} , δ_0 , T [2]: $\sigma_{j0} = 0,33 \cdot 10^{-7}$ м/с², $\sigma_{j1} = 0,33 \cdot 10^{-5}$, $T = 10^{-3}$ с, $\sigma_{j2} = 0,3 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{град}}$, $\delta_0 \times \sigma_{j2} = 0,3 \cdot 10^{-3}$.

Математическая модель дрейфов $\omega_{\partial p \psi}$, $\omega_{\partial p \gamma}$, $\omega_{\partial p u}$ гироскопов, расположенных по осям гироинерциальной системы, представляется в виде суммы постоянной и флуктуационной составляющих [4]:

$$\omega_{\partial p i} = \sigma_0 \times \eta_i + \Theta_i(t),$$

где η_i – случайные независимые числа, распределенные по нормальному закону с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1;

σ_0 – среднеквадратические значения постоянно-го дрейфа гироскопов;

$\Theta_i(t)$ – случайные стационарные процессы с корреляционной функцией вида:

$$K \omega_{\partial p i}(t) = \sigma \omega_{\partial p i} \times e^{-\alpha_i |t|}.$$

Случайные процессы $\Theta_i(t)$ описываются дифференциальными уравнениями вида [4]:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{\partial p \psi} = -\alpha_{\partial p \psi} \times \omega_{\partial p \psi} + \sqrt{2 \times \alpha_{\partial p \psi}} \times \sigma \omega_{\partial p \psi} \times \eta_{16} \\ \dot{\omega}_{\partial p u} = -\alpha_{\partial p u} \times \omega_{\partial p u} + \sqrt{2 \times \alpha_{\partial p u}} \times \sigma \omega_{\partial p u} \times \eta_{17} \\ \dot{\omega}_{\partial p \gamma} = -\alpha_{\partial p \gamma} \times \omega_{\partial p \gamma} + \sqrt{2 \times \alpha_{\partial p \gamma}} \times \sigma \omega_{\partial p \gamma} \times \eta_{18} \end{cases},$$

где $\alpha_{\partial p \psi}$, $\alpha_{\partial p \gamma}$, $\alpha_{\partial p u}$ – радиусы корреляции флуктуационной составляющей гироскопов;

η_{16} , η_{17} , η_{18} – гауссовский белый шум единичной интенсивности.

В ММ дрейфов гироскопов значения параметров гироскопов σ_0 , $\sigma \omega_{\partial p \gamma}$, $\sigma \omega_{\partial p \psi}$, $\sigma \omega_{\partial p u}$ и вели-

чин $\alpha_{\partial p \psi}$, $\alpha_{\partial p \gamma}$, $\alpha_{\partial p u}$ принимались следующими [4]:

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= 0,01 \text{ град/ч}, & \sigma \omega_{\partial p \psi} &= 4,85 \cdot 10^{-7} \text{ рад/с}, \\ \sigma \omega_{\partial p \gamma} &= 4,83 \cdot 10^{-7} \text{ рад/с}, & \sigma \omega_{\partial p u} &= 4,83 \cdot 10^{-7} \text{ рад/с}, \\ \alpha_{\partial p \psi} &= 0,3 \cdot 10^{-2} \text{ 1/с}, & \alpha_{\partial p \gamma} &= 0,28 \cdot 10^{-2} \text{ 1/с}, \\ \alpha_{\partial p u} &= 0,28 \cdot 10^{-2} \text{ 1/с}. \end{aligned}$$

Погрешность ГИС в определении угла курса ЛА выражается формульной зависимостью:

$$\Delta \psi = \Delta \psi + \Delta A, \quad (1)$$

где $\Delta \psi$ – ошибка ориентации платформы по курсу;

ΔA – погрешность определения угла разворота гироплатформы в азимуте относительно меридиана.

Для ГИС Ц-080 за 1 ч полета $\Delta A \approx 5$ угл. мин. При этом значение погрешности ΔA возрастает практически по линейному закону [4]. В этом случае за 6 мин полета ΔA будет равно 25 угл. с. Поэтому в уравнении (1) величиной ΔA пренебрежем в силу ее малости.

Погрешности определения ГИС составляющих вектора скорости ЛА в земной СК и углов $\Delta \psi$, Δu , $\Delta \gamma$ представляются в виде [4]:

$$\begin{cases} \Delta W_{xg} = W_{xg} \times \frac{\dot{r}}{r^2} \times \Delta r - \frac{\dot{r}}{r} \times \Delta W_{xg} - \frac{W_{xg}}{r^*} \times \Delta W_{yg} \times j_{yg} \times \Delta u + j_{yg} \times \Delta \psi + \Delta j_{yg} \\ \Delta W_{yg} = \left(2 \times g \times \frac{R^2}{r^3} - \frac{W_{yg}^2 + W_{zg}^2}{r^2} \right) \times \Delta r + 2 \times \frac{W_{yg}}{r} \times \Delta W_{xg} + 2 \times \frac{W_{zg}}{r} \times \Delta W_{yg} - \\ j_{xg} \times \Delta u + j_{xg} \times \Delta \psi + \Delta j_{xg} \\ \Delta W_{zg} = W_{zg} \times \frac{\dot{r}}{r^2} \times \Delta r - \frac{\dot{r}}{r} \times \Delta W_{zg} - \frac{W_{zg}}{r^*} \times \Delta W_{yg} \times j_{yg} \times \Delta u + j_{yg} \times \Delta \psi + \Delta j_{zg} \\ \Delta \psi = \frac{W_{xg}}{r^*} \times \Delta u + \frac{W_{yg}}{r^*} \times \Delta u + \Delta \omega_{\partial p \psi} \\ \Delta u = \frac{W_{xg}}{r^*} \times \Delta r + \frac{W_{yg}}{r^*} \times \Delta r - \frac{W_{zg}}{r^*} \times \Delta \psi + \Delta \omega_{\partial p u} \\ \Delta \gamma = \frac{W_{xg}}{r^*} \times \Delta r - \frac{W_{yg}}{r^*} \times \Delta \psi + \Delta \omega_{\partial p \gamma} \end{cases}, \quad (2)$$

где $\omega_{\partial p \gamma}$, $\omega_{\partial p u}$ – скорости дрейфов гироскопов по крену и тангажу;

$\omega_{\partial p \psi}$ – скорость дрейфа курсового гироскопа;

W_{xg} , W_{yg} , W_{zg} – значения составляющих вектора скорости ЛА, измеренные гироинерциальной системой;

j_{xg} , j_{yg} , j_{zg} – значения составляющих вектора ускорения ЛА, измеренные гироинерциальной системой.

В системе уравнений (2) r^* – представляется в виде:

$$r^* = R + h,$$

где R – радиус земли;

h – высота полета ЛА.

При моделировании погрешностей ГИС ис-

пользовались характеристики гироскопов и акселерометров, установленных на гироинерциальной системе типа Ц-080. По результатам проведенного численного эксперимента была выполнена идентификация:

1. По точности формирования дрейфов гироскопов, которая определялась степенью совпадения параметров ($\sigma_{\omega_{др\psi}}^M, \sigma_{\omega_{др\psi}}^M, \sigma_{\omega_{др\psi}}^M, \alpha_{\omega_{др\psi}}^M, \alpha_{\omega_{др\psi}}^M, \alpha_{\omega_{др\psi}}^M$) и вида корреляционных функций дрейфов гироскопов, полученных по результатам их математического моделирования с характеристиками ($\sigma_{\omega_{др\psi}}, \sigma_{\omega_{др\psi}}, \sigma_{\omega_{др\psi}}, \alpha_{\omega_{др\psi}}, \alpha_{\omega_{др\psi}}, \alpha_{\omega_{др\psi}}$) корреляционных функций, которые использовались в модели для формирования указанных «уходов» гироскопов [4].

2. По степени совпадения характера погрешностей ГИС типа Ц-080, полученных в ходе летного эксперимента и путем математического моделирования. При моделировании погрешностей гироинерциальной системы ЛА совершал прямолинейный горизонтальный полет на высоте 1 км со скоростью 250 м/с, что соответствовало условиям летных испытаний ГИС типа Ц-080 [4].

Корреляционные функции дрейфов гироскопов, полученных по результатам их математического моделирования, имеют экспоненциальный характер и их параметры отличаются от характеристик корреляционных функций, используемых при моделировании «уходов» гироскопов, на достаточно малую величину, лежащую в пределах 5–7 %:

$$\sigma_{\omega_{др\psi}} = 4,85 \cdot 10^{-7} \text{ рад/с} \Leftrightarrow \sigma_{\omega_{др\psi}}^M = 4,8 \cdot 10^{-7} \text{ рад/с};$$

$$\sigma_{\omega_{др\psi}} = 4,83 \cdot 10^{-7} \text{ рад/с} \Leftrightarrow \sigma_{\omega_{др\psi}}^M = 4,87 \cdot 10^{-7} \text{ рад/с};$$

$$\sigma_{\omega_{др\psi}} = 4,83 \cdot 10^{-7} \text{ рад/с} \Leftrightarrow \sigma_{\omega_{др\psi}}^M = 4,75 \cdot 10^{-7} \text{ рад/с}.$$

Анализ графиков (см. рис. 1, 2) показывает, что погрешность в воспроизведении ошибок ГИС $\Delta W_{xg}, \Delta \gamma$ не превышает 5 %, что является довольно высоким показателем.

Таким образом, можно сделать вывод, что изложенная выше ММ погрешностей ГИС может быть использована в ходе дальнейших исследований по определению точностных характеристик повышенной достоверности РССЦ для формирования реально измеренных гироинерциальными системами обоих самолетов значений углов ψ, ψ, ψ и составляющих векторов скорости и ускорения в земной стабилизированной СК.

ММ исследуемой РССЦ включает в себя:

- блок формирования детерминированных значений модуля дальности D^0 и угловых координат φ_y^0, φ_z^0 самолета-цели (блок № 1) (см. рис. 3);

- блок формирования детерминированных значений скорости сближения с целью $\dot{D}^0$, а также составляющих угловой скорости линии визирования цели $\omega_{xD}^0, \omega_{yD}^0, \omega_{zD}^0$ (блок № 2);

- блок формирования погрешностей РССЦ $\Delta D, \Delta j_y, \Delta j_z, \Delta \omega_{xg}, \Delta \omega_{yg}, \Delta \omega_{zg}, \Delta \dot{D}$ (блок № 3);

- блок определения составляющих угловой

скорости линии визирования ($\omega_{xD}, \omega_{yD}, \omega_{zD}$), составляющих векторов относительной скорости ($V_{цrxD}, V_{цryD}, V_{цrzD}$) и дальности $\bar{D}(D, j_y, j_z)$ самолета-цели, измеряемых исследуемой РССЦ (блок № 4).

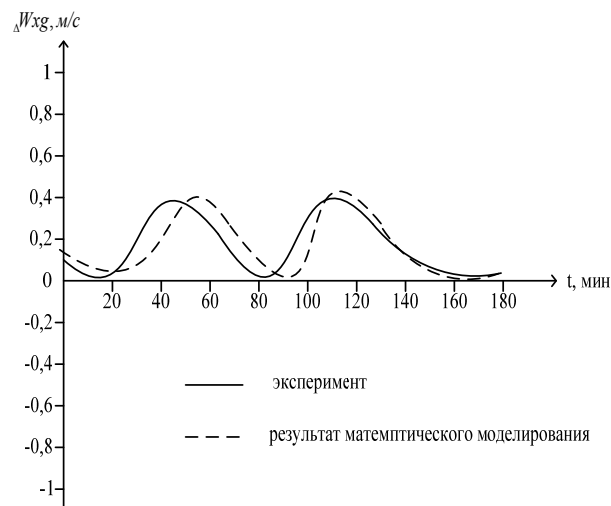


Рис. 1 – Погрешность определения величины W_{xg}

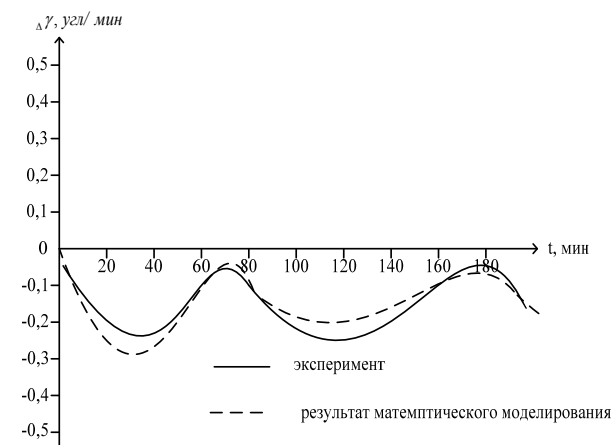


Рис. 2 – Погрешность определения величины γ

С выхода ММ пространственного движения двух ЛА в блок № 2 (см. рис. 3) передаются:

- детерминированные значения составляющих вектора скорости самолета-цели в СК Ox_g, y_g, z_g ($W_{цxg}^0, W_{цyg}^0, W_{цzg}^0$);

- детерминированные значения параметров движения ЛА с исследуемой РССЦ ($W_{xg}^0, W_{yg}^0, W_{zg}^0, \omega_{x1}^0, \omega_{y1}^0, \omega_{z1}^0, \psi^0, \psi^0, \psi^0$).

В этот же блок передаются детерминированные значения величин модуля дальности D^0 и угловых координат φ_y^0, φ_z^0 цели.

Получение модельных (детерминированных) значений величин $\dot{D}^0, \omega_{xD}^0, \omega_{yD}^0, \omega_{zD}^0$ организуется следующим образом.

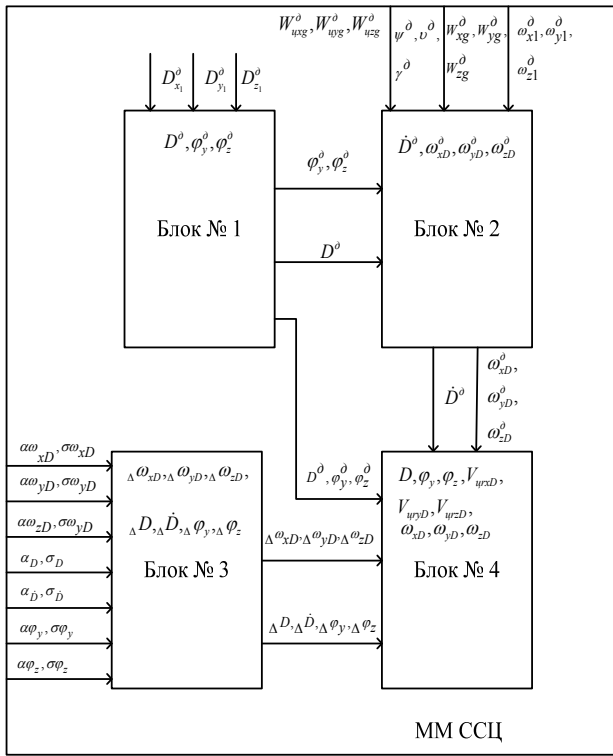


Рис. 3 – Структурная схема ММ РССЦ

На первом этапе находятся детерминированные значения проекций вектора относительной скорости $\vec{V}_{ur}^0$ в СК $Ox_g y_g z_g$:

$$\begin{cases} W_{uxg}^0 - W_{xg}^0 = V_{urxg}^0 \\ W_{uyg}^0 - W_{yg}^0 = V_{uryg}^0 \\ W_{uzg}^0 - W_{zg}^0 = V_{urzg}^0 \end{cases}$$

Затем получаем «модельные» значения составляющих вектора относительной скорости цели в связанной системе координат ЛА с исследуемой ССЦ $Ox_1 y_1 z_1$:

$$\begin{bmatrix} V_{urx1}^0 \\ V_{ury1}^0 \\ V_{urz1}^0 \end{bmatrix} = A_1^g \begin{bmatrix} V_{urxg}^0 \\ V_{uryg}^0 \\ V_{urzg}^0 \end{bmatrix},$$

где A_1^g – матрица перехода из СК $Ox_g y_g z_g$ в СК $Ox_1 y_1 z_1$.

Детерминированные значения проекций вектора относительной скорости $\vec{V}_{urD}^0$ цели на оси дальномерной системы координат $Ox_D y_D z_D$ определяем на основании известных соотношений [5]:

$$\begin{cases} \dot{D}^0 = V_{urxD}^0 = \cos j_y^0 \times \cos j_z^0 \times V_{urx1}^0 + \sin j_y^0 \times V_{ury1}^0 - \sin j_y^0 \times \cos j_z^0 \times V_{urz1}^0 \\ V_{uryD}^0 = -\cos j_y^0 \times \sin j_z^0 \times V_{urx1}^0 + \cos j_z^0 \times V_{ury1}^0 + \sin j_y^0 \times \sin j_z^0 \times V_{urz1}^0 \\ V_{urzD}^0 = \sin j_y^0 \times V_{urx1}^0 + \cos j_y^0 \times V_{urz1}^0 \end{cases}$$

где ϕ_y^0, ϕ_z^0 – «модельные значения» угловых координат цели.

Детерминированные значения составляющих угловой скорости линии визирования цели $\omega_{xD}^0, \omega_{yD}^0, \omega_{zD}^0$ находим по следующим формульным зависимостям [5]:

$$\begin{cases} \omega_{xD}^0 = j_y^0 \times \sin j_z^0 + \omega_{x1}^0 \times \cos j_y^0 \times \cos j_z^0 + \omega_{y1}^0 \times \sin j_z^0 - \omega_{z1}^0 \times \cos j_z^0 \\ \omega_{yD}^0 = \frac{\dot{V}_{urzD}^0}{D^0} \\ \omega_{zD}^0 = \frac{\dot{V}_{uryD}^0}{D^0} \end{cases}$$

где производная угла j_y^0 определяется следующим соотношением:

$$j_y^0 = \frac{\left(\frac{V_{urzD}^0}{D^0} + \omega_{x1}^0 \times \cos j_y^0 \times \sin j_z^0 - \omega_{y1}^0 \times \cos j_z^0 - \omega_{z1}^0 \times \sin j_y^0 \times \sin j_z^0 \right)}{\cos^2 j_z^0}.$$

Ошибки измерений РССЦ составляющих угловой скорости линии визирования цели $(\Delta \omega_{xD}, \Delta \omega_{yD}, \Delta \omega_{zD})$, а также скорости сближения с целью $\Delta \dot{D}$ и составляющих вектора дальности цели $(\Delta D, \Delta j_y, \Delta j_z)$ на основании работ [5, 6] определяются выражениями:

$$\begin{cases} \Delta \dot{\omega}_{xD} = -\alpha_{\omega_{xD}} \times \Delta \omega_{xD} + \sigma_{\omega_{xD}} \times \sqrt{2 \times \alpha_{\omega_{xD}}} \times \eta_{\omega_{xD}} \\ \Delta \dot{\omega}_{yD} = -\alpha_{\omega_{yD}} \times \Delta \omega_{yD} + \sigma_{\omega_{yD}} \times \sqrt{2 \times \alpha_{\omega_{yD}}} \times \eta_{\omega_{yD}} \\ \Delta \dot{\omega}_{zD} = -\alpha_{\omega_{zD}} \times \Delta \omega_{zD} + \sigma_{\omega_{zD}} \times \sqrt{2 \times \alpha_{\omega_{zD}}} \times \eta_{\omega_{zD}} \\ \Delta \dot{D} = -\alpha_D \times \Delta D + \sigma_D \times \sqrt{2 \times \alpha_D} \times \eta_D \\ \Delta \dot{j}_y = -\alpha_{j_y} \times \Delta j_y + \sigma_{j_y} \times \sqrt{2 \times \alpha_{j_y}} \times \eta_{j_y} \\ \Delta \dot{j}_z = -\alpha_{j_z} \times \Delta j_z + \sigma_{j_z} \times \sqrt{2 \times \alpha_{j_z}} \times \eta_{j_z} \end{cases}$$

где $\sigma_{\omega_{xD}}, \sigma_{\omega_{yD}}, \sigma_{\omega_{zD}}, \sigma_{\dot{D}}, \sigma_D, \sigma_{j_y}, \sigma_{j_z}$ – среднеквадратические отклонения ошибок $\Delta \omega_{xD}, \Delta \omega_{yD}, \Delta \omega_{zD}, \Delta \dot{D}, \Delta D, \Delta j_y, \Delta j_z$ соответственно;

$\alpha_{\omega_{xD}}, \alpha_{\omega_{yD}}, \alpha_{\omega_{zD}}, \alpha_{\dot{D}}, \alpha_D, \alpha_{j_y}, \alpha_{j_z}$ – параметры экспоненциальных корреляционных функций ошибок $\Delta \omega_{xD}, \Delta \omega_{yD}, \Delta \omega_{zD}, \Delta \dot{D}, \Delta D, \Delta j_y, \Delta j_z$ соответственно;

$\eta_{\omega_{xD}}, \eta_{\omega_{yD}}, \eta_{\omega_{zD}}, \eta_{\dot{D}}, \eta_D, \eta_{j_y}, \eta_{j_z}$ – случайные независимые величины, распределенные по нормальному закону с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1.

Для ССЦ радиолокационного типа точность измерения параметров движения цели $D, \dot{D}, j_y, j_z$ во многом обуславливается дальностью до цели. Вследствие этого характеристики экспоненциальных корреляционных функций $(\alpha_D, \sigma_D, \alpha_{j_y}, \sigma_{j_y}, \alpha_{j_z}, \sigma_{j_z})$ ошибок измерений РССЦ $(\Delta \dot{D}, \Delta D, \Delta j_y, \Delta j_z)$ принимают различные значения в зависимости от дальности до цели [5, 6]. Вектор

фазовых координат параметров движения цели $(D, j_y, j_z, \omega_{xD}, \omega_{yD}, \omega_{zD}, \dot{D}, V_{цгD}, V_{цгD})$, измеряемых исследуемой РССЦ, формируется как сумма детерминированных значений этих параметров $(D^0, j_y^0, j_z^0, \omega_{xD}^0, \omega_{yD}^0, \omega_{zD}^0, \dot{D}^0, V_{цгD}^0, V_{цгD}^0)$ и ошибок измерений:

$$\begin{cases} D = D^0 + \Delta D \\ j_y = j_y^0 + \Delta j_y \\ j_z = j_z^0 + \Delta j_z \\ \omega_{xD} = \omega_{xD}^0 + \Delta \omega_{xD} \\ \omega_{yD} = \omega_{yD}^0 + \Delta \omega_{yD} \\ \omega_{zD} = \omega_{zD}^0 + \Delta \omega_{zD} \\ \dot{D} = V_{цгD} = \dot{D}^0 + \Delta \dot{D} \\ V_{цгD} = \dot{D} \times \omega_{zD} = V_{цгD}^0 + \Delta V_{цгD} \\ V_{цгD} = -\dot{D} \times \omega_{yD} = V_{цгD}^0 + \Delta V_{цгD} \end{cases}.$$

Следует отметить, что точность формирования моделируемых ошибок РССЦ во многом определяет достоверность точностных характеристик РССЦ, получаемых в ходе исследований методом имитационного моделирования. На основании выше указанного был проведен численный эксперимент по идентификации точности формирования ошибок $\Delta \dot{D}, \Delta D, \Delta j_y, \Delta j_z, \Delta \omega_{xD}, \Delta \omega_{yD}, \Delta \omega_{zD}$, которая определялась степенью совпадения параметров $\alpha''_D, \sigma''_D, \alpha''_D, \sigma''_D, \alpha''_{j_y}, \sigma''_{j_y}, \alpha''_{j_z}, \sigma''_{j_z}, \alpha''_{\omega_D}, \sigma''_{\omega_D}, \alpha''_{\omega_D}, \sigma''_{\omega_D}, \alpha''_{\omega_D}, \sigma''_{\omega_D}$ и вида корреляционных функций погрешностей РССЦ, полученных по результатам их математического моделирования.

Анализ полученных результатов [4] показывает, что корреляционные функции ошибок $\Delta \omega, \Delta \dot{D}, \Delta D, \Delta j_y, \Delta j_z$, полученные по результатам математического моделирования, имеют экспоненциальный вид и их параметры $(\alpha''_{\omega}, \sigma''_{\omega}, \alpha''_D, \sigma''_D, \alpha''_D, \sigma''_D, \alpha''_{j_y}, \sigma''_{j_y}, \alpha''_{j_z}, \sigma''_{j_z})$ отличаются от соответствующих характеристик $(\alpha_{\omega}, \sigma_{\omega}, \alpha_D, \sigma_D, \alpha_D, \sigma_D, \alpha_{j_y}, \sigma_{j_y}, \alpha_{j_z}, \sigma_{j_z})$ корреляционных функций, используемых для моделирования погрешностей $\Delta \omega, \Delta \dot{D}, \Delta D, \Delta j_y, \Delta j_z$ на малую величину, находящуюся в пределах 7 %. На основании этого можно сделать вывод о том, что ошибки РССЦ в модели сформированы достаточно точно.

Параметры движения цели (дальность D , угловые координаты j_y и j_z , составляющие угловой скорости линии визирования $\omega_{xD}, \omega_{yD}, \omega_{zD}$, а также составляющие вектора относительной скорости цели $V_{цгD}, V_{цгD}, V_{цгD}$), измеряемые исследуемой РССЦ, используются в алгоритме определения параметров движения воздушной цели (ОПДЦ) [4] для определения составляющих вектора ускорения цели $j_{цхD}, j_{цyD}, j_{цzD}$. Указанный алгоритм описывается следующими зависимостями:

$$\begin{cases} \hat{V}_{цхD}(t_{k+1}) = V_{цхD}^{ЭК}(t_{k+1}) + K_{V_x}(V_{цхD}(t_{k+1}) - V_{цхD}^{ЭК}(t_{k+1})) \\ \hat{V}_{цyD}(t_{k+1}) = V_{цyD}^{ЭК}(t_{k+1}) + K_{V_y}(V_{цyD}(t_{k+1}) - V_{цyD}^{ЭК}(t_{k+1})) \\ \hat{V}_{цzD}(t_{k+1}) = V_{цzD}^{ЭК}(t_{k+1}) + K_{V_z}(V_{цzD}(t_{k+1}) - V_{цzD}^{ЭК}(t_{k+1})) \\ \hat{j}_{цхD}(t_{k+1}) = \hat{j}_{цхD}(t_k) + K_{j_x}(V_{цхD}(t_{k+1}) - V_{цхD}^{ЭК}(t_{k+1})) \\ \hat{j}_{цyD}(t_{k+1}) = \hat{j}_{цyD}(t_k) + K_{j_y}(V_{цyD}(t_{k+1}) - V_{цyD}^{ЭК}(t_{k+1})) \\ \hat{j}_{цzD}(t_{k+1}) = \hat{j}_{цzD}(t_k) + K_{j_z}(V_{цzD}(t_{k+1}) - V_{цzD}^{ЭК}(t_{k+1})) \end{cases}, \quad (3)$$

где $V_{цхD}^{ЭК}, V_{цyD}^{ЭК}, V_{цzD}^{ЭК}$ – экстраполированные значения оценок проекций вектора скорости цели на оси СК $OX_D Y_D Z_D$;

$\hat{V}_{цхD}, \hat{V}_{цyD}, \hat{V}_{цzD}$ – значения оценок проекций вектора скорости цели на оси СК $OX_D Y_D Z_D$;

$\hat{j}_{цхD}, \hat{j}_{цyD}, \hat{j}_{цzD}$ – значения оценок проекций вектора ускорения цели на оси СК $OX_D Y_D Z_D$.

Измеренные значения составляющих вектора скорости цели $V_{цхD}, V_{цyD}, V_{цzD}$ в СК $OX_D Y_D Z_D$ находятся из уравнений:

$$\begin{cases} V_{цхD} = V_{xD} + \dot{D} \\ V_{цyD} = V_{yD} + \omega_{zD} D \\ V_{цzD} = V_{zD} - \omega_{yD} D \end{cases}$$

где V_{xD}, V_{yD}, V_{zD} – измеренные значения составляющих вектора воздушной скорости ЛА с исследуемой РССЦ в СК $OX_D Y_D Z_D$.

Значение модуля вектора воздушной скорости ЛА с исследуемой РССЦ в СК $OX_D Y_D Z_D$ определяется как:

$$|\bar{V}|_D = A_D^1 \cdot A_1^{СК} \cdot |\bar{V}|_{СК},$$

где $A_1^{СК}$ – матрица перехода из скоростной СК в СК $OX_1 Y_1 Z_1$;

A_D^1 – матрица перехода из СК $OX_1 Y_1 Z_1$ в СК $OX_D Y_D Z_D$.

Экстраполированные значения проекций вектора скорости цели определяются по формулам [5, 6]:

$$\begin{cases} \hat{V}_{цхD}^{ЭК}(t_{k+1}) = \hat{V}_{цхD}(t_k) + [\hat{V}_{цyD}(t_k) \times \omega_{zD}(t_k) - \hat{V}_{цzD}(t_k) \times \omega_{yD}(t_k) + j_{цхD}(t_k)] \times \Delta t_k \\ \hat{V}_{цyD}^{ЭК}(t_{k+1}) = \hat{V}_{цyD}(t_k) + [\hat{V}_{цzD}(t_k) \times \omega_{xD}(t_k) - \hat{V}_{цхD}(t_k) \times \omega_{zD}(t_k) + j_{цyD}(t_k)] \times \Delta t_k \\ \hat{V}_{цzD}^{ЭК}(t_{k+1}) = \hat{V}_{цzD}(t_k) + [\hat{V}_{цхD}(t_k) \times \omega_{yD}(t_k) - \hat{V}_{цyD}(t_k) \times \omega_{xD}(t_k) + j_{цzD}(t_k)] \times \Delta t_k \end{cases}$$

При первом входе в алгоритм ОПДЦ производится обнуление начальных условий:

$$\begin{aligned} \omega_{xD} &= \omega_{yD} = \omega_{zD} = 0; \\ V_{цхD}^{ЭК} &= V_{цyD}^{ЭК} = V_{цzD}^{ЭК} = j_{цхD} = j_{цyD} = j_{цzD} = 0. \end{aligned}$$

Входящие в систему уравнений (3) коэффициенты в зависимости от дальности до цели принимают следующие значения:

$$\text{при } D \leq 1,4 \text{ км : } K_{V_y} = K_{V_z} = 0,15,$$

$$K_{j_y} = K_{j_z} = \frac{0,015}{D \times \Delta t_k};$$

- при $1,4 \text{ км} < D \leq 15 \text{ км}$: $K_{V_y} = K_{V_z} = 0,13$,

$$K_{j_y} = K_{j_z} = \frac{0,0045}{\Delta t_k}.$$

Коэффициенты K_{V_x} и K_{j_x} приняты постоянными: $K_{V_x}=1,2$ и $K_{j_x}=0,08$.

Значения составляющих векторов дальности $\bar{D} (D, j_y, j_z)$ и относительной скорости $\bar{V}_{urD} (V_{urxD}, V_{uryD}, V_{urzD})$ цели, сформированные в ММ РССЦ, а также составляющие вектора ускорения цели $(\hat{j}_{uxD}, \hat{j}_{uyD}, \hat{j}_{uzD})$, полученные алгоритмически, с выхода ММ ПС поступают в алгоритм определения точностных характеристик РССЦ [1]. Выходными параметрами данного алгоритма являются точностные характеристики повышенной достоверности радиолокационных систем сопровождения воздушных целей не только по составляющим вектора дальности $\bar{D}$, но и по составляющим векторов относительной скорости $\bar{V}_{urD}$ и ускорения $\bar{j}_{uD}$ цели.

Особое значение приобретает точность по определению эталонных значений составляющих векторов относительной скорости $\bar{V}_{urD} (V_{urxD}, V_{uryD}, V_{urzD})$ и ускорения $\bar{j}_{uD} (j_{uxD}, j_{uyD}, j_{uzD})$ цели, от которой зависит точность и достоверность оценок исследуемых характеристик.

Эталонные значения составляющих векторов скорости и ускорения цели определяются на основании измерений гироскопических систем самолета-цели и летательного аппарата с исследуемой РССЦ. В векторно-матричной форме величины

$V_{urxD}, V_{uryD}, V_{urzD}, j_{uxD}, j_{uyD}, j_{uzD}$ в дальномерной системе координат определяются по следующим зависимостям:

$$\begin{pmatrix} V_{urxD} \\ V_{uryD} \\ V_{urzD} \end{pmatrix} = A_D^1 \times A_I^g \begin{pmatrix} W_{uxg} - W_{xg} \\ W_{uyg} - W_{yg} \\ W_{uzg} - W_{zg} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} j_{uxD} \\ j_{uyD} \\ j_{uzD} \end{pmatrix} = A_D^1 \times A_I^g \begin{pmatrix} j_{uxg} \\ j_{uyg} \\ j_{uzg} \end{pmatrix},$$

где A_I^g – матрица перехода из земной системы координат в связанную систему координат ЛА с исследуемой РССЦ;

A_D^1 – матрица перехода из связанной системы координат ЛА с исследуемой РССЦ в дальномерную систему координат.

Использование A_I^g , A_D^1 вносит дополнительные погрешности в определение эталонных значений величин $V_{urxD}, V_{uryD}, V_{urzD}, j_{uxD}, j_{uyD}, j_{uzD}$. Вследствие этого возникает необходимость в оценке точности их определения.

Объекты прямых измерений, представляющие собой величины, связанные известной зависи-

мостью, являются косвенными. На основании вышеуказанного, результаты косвенных измерений эталонных назначений составляющих векторов относительной скорости $(V_{urxD}, V_{uryD}, V_{urzD})$ и ускорения $(j_{uxD}, j_{uyD}, j_{uzD})$ цели могут быть представлены в виде функциональной зависимости [6]:

$$y = f(x_1 \dots x_i \dots x_n), \quad (4)$$

где y – результат косвенного измерения;

x_i – результат прямого измерения.

В этом случае среднеквадратические погрешности определения эталонных значений величин $V_{urxD}, V_{uryD}, V_{urzD}, j_{uxD}, j_{uyD}, j_{uzD}$ могут быть определены по следующей формуле [6]:

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{df}{dx_1}\right)^2 \times \sigma_{x_1}^2 + \dots + \left(\frac{df}{dx_n}\right)^2 \times \sigma_{x_n}^2}, \quad (5)$$

где $\frac{df}{dx_i}$ – частная производная функции f по аргументу x_i ;

σ_{x_i} – среднеквадратическая погрешность

ошибки прямого измерения параметра x_i .

Формула (5) учитывает возможную компенсацию погрешностей функции, происходящих от отдельных аргументов.

Исследования по оценке точности определения эталонных значений составляющих векторов относительной скорости $(V_{urxD}, V_{uryD}, V_{urzD})$ и ускорения $(j_{uxD}, j_{uyD}, j_{uzD})$ цели осуществлялись поэтапно.

На первом этапе был выполнен численный эксперимент по определению точности получения эталонных значений составляющих вектора относительной скорости цели. В модели ЛА с исследуемой радиолокационной системой сопровождения воздушных целей и самолет-цель совершали прямолинейный горизонтальный равномерный полет при следующих условиях:

- $V=250$ м/с;
- $V_u=270$ м/с;
- $Y_g=Y_{ug}=1000$ м.

Дальность между ЛА с исследуемой радиолокационной системой сопровождения воздушных целей и самолетом-целью составляла 4000 м. Время полета t было равным 7 мин. С использованием формульных зависимостей (4) и (5) расчетным путем были определены среднеквадратические погрешности определения эталонных значений величин $V_{urxD}, V_{uryD}, V_{urzD}$, которые составили соответственно:

- $\sigma V_{urxD} = 0,977$ м/с;
- $\sigma V_{uryD} = 0,989$ м/с;
- $\sigma V_{urzD} = 0,981$ м/с.

На втором этапе была проведена оценка точности определения эталонных значений составляющих вектора ускорения цели $(j_{uxD}, j_{uyD}, j_{uzD})$. При этом ЛА с исследуемой радиолокационной сис-

темой сопровождения воздушных целей совершал прямолинейный горизонтальный полет на высоте 1000 м со скоростью $V = 250$ м/с, а самолет-цель на высоте 1000 м совершал прямолинейное горизонтальное равноускоренное движение с ускорением 15 м/с². Начальная скорость самолета-цели составила 250 м/с. Начальная дальность между ЛА с исследуемой радиолокационной системой сопровождения воздушных целей и самолетом-целью составляла 4000 м. Среднеквадратические погрешности определения эталонных значений составляющих вектора ускорения цели составили:

$$\begin{aligned} - \sigma j_{\text{цзD}}^3 &= 0,079 \text{ м/с}^2; \\ - \sigma j_{\text{цyD}}^3 &= 0,085 \text{ м/с}^2; \\ - \sigma j_{\text{цxD}}^3 &= 0,088 \text{ м/с}^2. \end{aligned}$$

Анализ результатов проведенного численного эксперимента по оценке точности получения в дальномерной системе координат эталонных значений составляющих векторов относительной скорости ($V_{\text{цrxD}}^3$, $V_{\text{цryD}}^3$, $V_{\text{цrzD}}^3$) и ускорения ($j_{\text{цxD}}^3$, $j_{\text{цyD}}^3$, $j_{\text{цзD}}^3$) цели показывает, что среднеквадратические погрешности $\sigma V_{\text{цrxD}}^3$, $\sigma V_{\text{цryD}}^3$, $\sigma V_{\text{цrzD}}^3$ не превосходят 1 м/с, среднеквадратические погрешности $\sigma j_{\text{цxD}}^3$, $\sigma j_{\text{цyD}}^3$, $\sigma j_{\text{цзD}}^3$ имеют второй порядок малости. Это позволяет сделать вывод о том, что предложенная математическая модель процесса исследований точностных характеристик РССЦ может быть использована для получения статистических оценок точно-

сти радиолокационных станций по составляющим векторов относительной скорости $\bar{V}_{\text{цr}}$ и ускорения $\bar{j}_{\text{ц}}$ воздушной цели.

Литература

1. А.Н. Потапов, В.Р. Мамошин, В сб. Проблемы повышения эффективности применения радиолокационных систем сопровождения целей, ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, Москва, 1993, С. 27–31.
2. А.П. Кирпичников, С.Н. Моисеев, В.В. Лебедев, В.А. Сухарев, И.В. Герасимов, В.С. Олешко, Д.П. Ткаченко, Вестник КТУ, 14, 178–180 (2013).
3. А.П. Кирпичников, С.Н. Моисеев, В.С. Олешко, А.Н. Потапов, Д.П. Ткаченко, Вестник КТУ, 21, 319–322 (2013).
4. А.Н. Потапов, В сб. Проблемы повышения эффективности применения радиолокационных систем сопровождения целей, ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, Москва, 1997, С. 27–32.
5. А.Н. Потапов, С.Н. Моисеев, В сб. К вопросу о необходимости разработки методики летных исследований точностных характеристик систем сопровождения авиационных целей, войсковая часть 75360, Люберцы, 2006, С. 48–50.
6. А.Н. Потапов, С.Н. Моисеев, В сб. Выбор способа и средств передачи и обработки информации при выполнении летных исследований точностных характеристик систем сопровождения целей, Вузовская книга, Алушта, 2007, С. 382–387.

© **И. В. Герасимов** – нач. отдела учеб. воен. центра МАИ (НИУ), iv-gerasimov@mail.ru; **А. П. Кирпичников** – д.ф.м.н, зав. каф. интеллектуальных систем и управления информационными ресурсами КНИТУ, kirpichnikov@kstu.ru; **С. Н. Моисеев** – зам. нач. каф. ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»; **В. С. Олешко** – препод. воен. инст. МАИ (НИУ), v-oleshko@yandex.ru; **А. Н. Потапов** – к.т.н, зам. нач. каф. ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», potapi_4@mail.ru; **Д. П. Ткаченко** – к.т.н, нач. цикла воен. инст. МАИ (НИУ), tdp@list.ru.