

В. И. Анфиногентов, С. Р. Ганиева

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЧ НАГРЕВА ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ В ТРУБОПРОВОДЕ

Ключевые слова: моделирование, электромагнитные волны, трубопровод, вязкие жидкости.

Рассмотрена математическая модель исследования СВЧ нагрева и движения жидкости в цилиндрическом трубопроводе. В модели учтена зависимость скорости движения жидкости от температуры и радиуса трубопровода.

Keywords: modeling, electromagnetic waves, pipeline, viscous fluid.

In the article the mathematical model of research of microwave heating and movement of a liquid in a cylindrical pipe. The model allows for the dependence of the velocity of the fluid temperature and radius of the pipeline.

Введение

При перекачке высоковязких жидкостей по трубопроводам затраты энергии оказываются весьма значительными вследствие большого сопротивления трения, между слоями жидкости и между пристенным слоем жидкости и стенкой трубы. Одним из способов перекачки высоковязких жидкостей по трубопроводу является перекачка с подогревом жидкости в потоке. Для этого используют либо энергию пара, либо энергию сжигаемого жидкого или газообразного топлива. При этом увеличение температуры жидкости происходит за счет теплопроводности при обтекании жидкостью нагретой стенки трубы или теплообменника.

Использование электромагнитных СВЧ полей для нагрева высоковязких жидкостей в потоке имеет, по сравнению с традиционными способами переноса тепла, существенные преимущества, такие как, например, возможность осуществления объемного нагрева, обеспечение требуемого распределения температуры по объему, экологическая чистота, высокий КПД преобразования СВЧ энергии в тепловую и многое другое.

Одной из важных характеристик, от которой зависит пропускная способность трубопроводной сети является вязкость. Снижение вязкости перекачиваемого продукта уменьшает гидравлическое сопротивление трубопроводной сети, что уменьшает энергозатраты на перекачку. В районах добычи нефти с низкой температурой окружающей среды вязкость перекачиваемой жидкости достигает таких значений, что энергозатраты на перекачку значительно повышают стоимость добываемой нефти, а в некоторых случаях делают ее перекачку практически невозможной [1, 2].

Приемлемой моделью для анализа СВЧ нагрева жидкости в потоке может служить представление трубопровода в виде цилиндрического волновода. При моделировании предполагалось, что жидкость полностью заполняет цилиндрический волновод и в волноводе возбуждается единственный тип волны. Известно [3], что за счет выбора частоты СВЧ поля и радиуса

трубопровода можно обеспечить распространение в трубе лишь одного типа колебаний, имеющего наибольшую критическую длину волны. Таким типом колебаний в круглом волноводе является колебание H_{11} со значением критической длины волны $\lambda = 2\pi r_0 / \mu_{11}$. Здесь r_0 – радиус трубопровода, μ_{11} – наименьший корень уравнения $J'_1(x) = 0$ ($\mu_{11} = 1.841$).

Поперечные составляющие напряженности электрического поля для колебания H_{11} имеют вид [3]:

$$E_r(r, z) = j \frac{Z_b r_0}{\mu_{11} r} \frac{\lambda_{kp}}{\lambda} J_1 \left(\mu_{11} \frac{r}{r_0} \right) \cos \varphi \exp(-jkz)$$

$$E_\varphi(r, z) = j Z_b \frac{\lambda_{kp}}{\lambda} J'_1 \left(\mu_{11} \frac{r}{r_0} \right) \sin \varphi \exp(-jkz)$$

где $Z_b = \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a}$ – волновое сопротивление,

Предполагается, что поперечная составляющая скорости жидкости в трубопроводе равна нулю, а продольная составляющая скорости при ламинарном течении жидкости (число Рейнольдса < 2000) имеет параболическую зависимость от радиуса [4, 5]

$$V(r) = \frac{\Delta P}{4\mu h} (r_0^2 - r^2)$$

где ΔP – разность давления на концах трубы, μ – динамический коэффициент вязкости жидкости, r_0 – радиус трубы, h – длина трубы.

Из всех параметров, влияющих на скорость движения жидкости, только коэффициент динамической вязкости сильно зависит от температуры. В качестве модели зависимости динамической вязкости от температуры примем следующую формулу (соотношение Рейнольдса) [4],

$$\mu(T) = \mu_1 \exp(-U(T - T_1)),$$

которая определяет зависимость вязкости от температуры в интервале температур (T_1, T_2) . Здесь U – коэффициент крутизны вискозограммы,

$$U = \frac{1}{T_1 - T_2} \cdot \ln \frac{\mu_2}{\mu_1},$$

μ_1, μ_2 – коэффициенты динамической вязкости жидкости при температурах T_1, T_2 – соответственно, T – текущее значение температуры из интервала (T_1, T_2) .

Так, например, при изменении температуры от 20°C до 90°C динамическая вязкость воды изменяется от значения 0,0010089 Па·с до значения 0,0003199 Па·с, динамическая вязкость нефти изменяется от значения 0,05 Па·с до значения 0,00059 Па·с.

Таким образом, при математическом моделировании СВЧ нагрева жидкости в потоке зависимость скорости жидкости от температуры и радиуса принимается в следующем виде

$$V(r, T) = \frac{\Delta P \cdot \exp(U(T - T_1))}{4\mu_1 h} (r_0^2 - r^2). \quad (1)$$

При математическом моделировании СВЧ нагрева жидкости в трубопроводе, предполагалось, что

1) функция удельной поглощенной мощности не зависит от координаты φ (для волны H_{11} это условие будет выполнено после интегрирования по переменной φ на отрезке $[0, 2\pi]$);

2) теплофизические свойства жидкости (плотность, коэффициенты теплопроводности и теплоемкости) не зависят от температуры.

При сделанных допущениях нелинейное уравнение теплопроводности имеет вид

$$c\rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V(r, T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \lambda \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + Q(r, z),$$

$$t > 0, \quad 0 < r < r_0, \quad 0 < z < h \quad (2)$$

где $Q(r, z)$ функция тепловых потерь (функция удельной поглощенной мощности), пропорциональная квадрату модуля напряженности электрического поля в диэлектрике. Функцию удельной поглощенной мощности $Q(r, z)$ выбираем в виде

$$Q(r, z) = P(r) \cdot \exp(-2\alpha z),$$

где $P(r)$ – функция, определяющая распределение удельной поглощенной мощности по радиусу цилиндра, а α – коэффициент затухания электромагнитной волны в жидкости.

Граничные условия для уравнения (2) задавались в следующем виде: на оси трубы выполняется условие симметрии

$$\frac{\partial T}{\partial r}(t, 0, z) = 0,$$

на стенке ($r = r_0$) задается граничное условие третьего рода

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial r}(t, r_0, z) = \kappa(T(t, r_0, z) - T_s),$$

на входе в трубу ($z=0$) задается температура входящего потока

$$T(t, r, 0) = T_0,$$

а при $z=h$ задается условие

$$\frac{\partial T}{\partial z}(t, r, h) = 0,$$

Здесь κ – коэффициент теплообмена на боковой поверхности трубы, T_0 – начальная температура жидкости, а T_s – температура окружающей среды.

Начальное условие задавалось в виде

$$T(0, r, z) = T_0.$$

Для решения задачи методом конечных разностей в двумерной области $[0 \leq r \leq r_0 \times 0 \leq z \leq h]$ вводится равномерная по координатам r и z пространственная сетка $r_i = (i-1) \cdot \Delta r$, $i = 1, 2, \dots, N$, $z_j = (j-1) \Delta z$, $k = 1, 2, \dots, M$, где $\Delta r = r_0 / (N-1)$ и $\Delta z = h / (M-1)$.

Обозначим $T_{k,i,j} = T(t_k, r_i, z_j)$ значения температуры в узлах сетки на временном слое $t_k = (k-1) \cdot \Delta t$.

Для построения разностной схемы воспользуемся интегро-интерполяционным методом.

Для этого проинтегрируем уравнение по объему элементарной ячейки $r \cdot \Delta r \cdot \Delta z \cdot \Delta t$,

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{r_i-0.5\Delta r}^{r_i+0.5\Delta r} \int_{z_j-0.5\Delta z}^{z_j+0.5\Delta z} \left[c\rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \lambda \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) - Q(r, z, t) \right] r dz dr dt = 0$$

содержащей сеточную точку (t_k, r_i, z_j) .

Вычисляя приближенно определенные интегралы, получим консервативную разностную схему.

Уравнения для внутренних узлов сетки имеют следующий вид

$$\begin{aligned} & \left(\frac{c\rho}{\Delta t} + \frac{2\lambda}{\Delta r^2} + \frac{2\lambda}{\Delta z^2} \right) \cdot T_{k+1j} + \left(\frac{c\rho}{2\Delta z} - \frac{\lambda}{\Delta z^2} \right) \cdot T_{k+1j+1} + \left(-\frac{c\rho}{2\Delta z} - \frac{\lambda}{\Delta z^2} \right) \cdot T_{k+1j-1} + \\ & \left[-\lambda \frac{2r_i + \Delta r}{2r_i + \Delta r^2} \right] \cdot T_{k+1i+1} + \left[-\lambda \frac{2r_i - \Delta r}{2r_i + \Delta r^2} \right] \cdot T_{k+1i-1} = \\ & = \frac{c\rho}{\Delta t} T_{kij} + \frac{1}{r_i \Delta r \Delta z \Delta t} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{r_i - 0.5\Delta r}^{r_i + 0.5\Delta r} \int_{z_j - 0.5\Delta z}^{z_j + 0.5\Delta z} rQ(r, z) dr dz = 0 \end{aligned}$$

для точек, принадлежащих границе области, при $z=0$ имеют вид

$$T_{k,i,1} = T_0,$$

для точек, лежащих на стенке трубы ($r=r_0$)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{c\rho}{\Delta t} + \frac{2k}{\Delta r} + \frac{2\lambda(r_0 - \frac{\Delta z}{2})}{r_0 \Delta z^2} + \frac{2\lambda}{\Delta r^2} \right) \cdot T_{k+1Nj} + \left(-\frac{2\lambda(r_0 - \frac{\Delta z}{2})}{r_0 \Delta z^2} \right) \cdot T_{k+1N-1j} + \\ & + \left(-\frac{\lambda}{\Delta z^2} \right) \cdot T_{k+1Nj+1} + \left(-\frac{\lambda}{\Delta z^2} \right) \cdot T_{k+1Nj-1} = \frac{c\rho}{\Delta t} T_{kNj} + \frac{2k}{\Delta r} T_c + \\ & + \frac{2}{r_0 \Delta r \Delta z \Delta t} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{r_i - 0.5\Delta r}^{r_i + 0.5\Delta r} \int_{z_j - 0.5\Delta z}^{z_j + 0.5\Delta z} rQ(r, z) dr dz = 0 \end{aligned}$$

В последнем уравнении не учитывается тепловой поток, уносимый жидкостью из элементарного объема, потому что на стенке трубы ($r=r_0$) скорость потока равна нулю.

Так как дифференциальное уравнение имеет особенность при $r=0$, то, раскрывая ее по правилу Лопиталя при $r \rightarrow 0$ [6] с учетом граничного условия на оси, получим разностные уравнения для точек лежащих на оси трубы ($r=0, i=1$), в следующем виде

$$\begin{aligned} & \left(\frac{c\rho}{\Delta t} + \frac{2\lambda}{\Delta z^2} + \frac{4\lambda}{\Delta r^2} \right) \cdot T_{k+11j} + \left(\frac{c\rho V}{2\Delta z} - \frac{\lambda}{\Delta z^2} \right) \cdot T_{k+11j+1} + \\ & + \left(\frac{c\rho V}{2\Delta z} - \frac{\lambda}{\Delta z^2} \right) \cdot T_{k+11j-1} + \left(-\frac{4\lambda}{\Delta r^2} \right) \cdot T_{k+12j} = \frac{c\rho}{\Delta t} T_{k1j} + \\ & + \frac{8}{\Delta r^2 \Delta z \Delta t} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{r_i - 0.5\Delta r}^{r_i + 0.5\Delta r} \int_{z_j - 0.5\Delta z}^{z_j + 0.5\Delta z} rQ(r, z) dr dz = 0 \end{aligned}$$

Рассмотрим явно-неявную разностную схему для нелинейного уравнения теплопроводности [6]. При вычислении в сеточных точках значений скорости жидкости на $k+1$ -ом временном слое в формулу (1) подставляются значения температуры с k -го временного слоя. Значения температуры $T_{k,i,j}$ в сеточных точках на $(k+1)$ -ом временном слое находятся из решения системы $N \cdot M$ линейных уравнений с $N \cdot M$ неизвестными. Значения температуры на первом временном слое определяется из начального условия $T_{1,i,j} = T_0, i=1,2,...,N, j=1,2,...,M$.

Результаты численного решения задачи приведены на рис. 1.1-1.4.

На рис. 1.1-1.2 приведены графики, отражающие распределение температуры в осевом сечении трубы через 45 мин. и 60 мин. По оси Y отложены номера сеточных точек по радиусу, по оси X - номера сеточных точек по длине трубы. Расчеты проводились при значениях: $r_0 = 0.5 м.$,

$$h = 6 м., \lambda = 1.63 \frac{Вт}{м \cdot K}, c = 750 \frac{Дж}{кг \cdot K}, \rho = 1000 \frac{кг}{м^3}$$

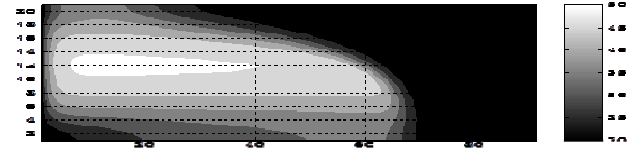


Рис. 1.1 - Распределение температуры жидкости в осевом сечении трубы (t=2700с)

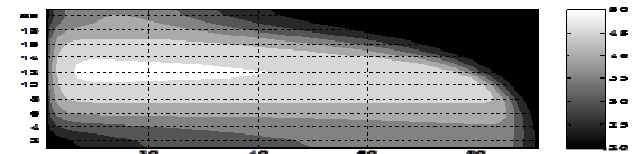


Рис. 1.2 - Распределение температуры жидкости в осевом сечении трубы (t=3600с)

Расчеты показывают, что увеличение времени СВЧ воздействия не приводит к возрастанию температуры жидкости в области нагрева, размеры которой определяются глубиной проникновения СВЧ поля в жидкость, а приводят лишь к увеличению объема нагретой жидкости.

На рис. 1.3-1.4 приведены графики, отражающие распределение температуры в осевом сечении трубы через 45 мин. и 60 мин. при увеличенной в 2 раза мощности СВЧ излучения.

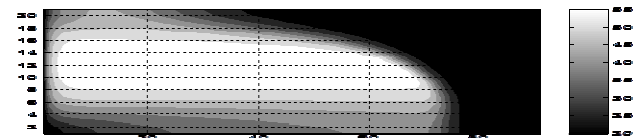


Рис. 1.3 - Распределение температуры жидкости в осевом сечении трубы (t=2700с)

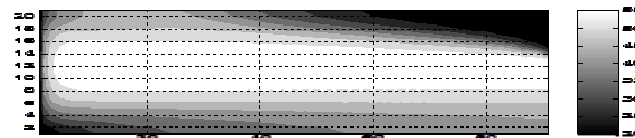


Рис. 1.4 - Распределение температуры жидкости в осевом сечении трубы (t=3600с)

Результаты расчетов показывают, что при увеличении мощности СВЧ излучения приводит не только к увеличению температуры, но и к увеличению объема нагретой жидкости. Это связано с тем, что при математическом моделировании учитывалось изменение вязкости жидкости при изменении температуры и как следствие этого изменение скорости течения жидкости в трубе.

Выводы

1. Построена математическая модель СВЧ нагрева жидкости в трубопроводе с учетом зависимости вязкости от температуре.
2. Конечно-разностным методом проведено исследование СВЧ нагрева движущейся жидкости в цилиндрической трубе в зависимости от времени и мощности СВЧ воздействия.
3. Численным моделированием показано, что СВЧ нагрев может быть использован в технологических устройствах нагрева жидкостей в потоке.

Литература

1. Вайншток С.М. (ред.) Трубопроводный транспорт нефти. Т.1. М.: ООО "Недра-Бизнесцентр", 2002. - 407 с.

2. Халаф Х.А. Особенности течения жидкости во внезапно расширяющихся каналах / Ф.Х. Тазюков, Х.А. Халаф, К.М. Алиев, Р.С. Шайхетдинова // Вестник Казан. технол. ун-та. -2012, -Т.15, -№ 4, -С.113-115.
3. Баскаков С.И. Основы электродинамики. М., Сов. радио, 1973. 248 с.
4. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.2. М.: Наука, 1973. 584 с.
5. Халаф Х.А. Моделирование течений неньютоновских жидкостей в каналах, снабженных запорным клапаном / Х.А. Халаф, Ф.Х. Тазюков, К.М. Алиев, Р.С. Шайхетдинова // Вестник Казан. технол. ун-та. -2010, - № 9, -С.496-504.
6. Дульнев Г.Н., Парфенов В.Г., Сигалов А.В. Применение ЭВМ для решения задач теплообмена. М.: Высшая школа, 1990. 207с.

© **В. И. Анфиногентов** – д-р техн. наук, проф. КНИТУ-КАИ, v.anfinogentov@yandex.ru; **С. Р. Ганиева** – асп., зав. лабораторией КНИТУ, Atlanta999@yandex.ru.