

УДК 004.4

Д. А. Ахметшин, Е. А. Печеный, Н. К. Нуриев

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ АППАРАТНО-ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ СЕТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

Ключевые слова: беспроводные сети, Интернет, информация, бизнес, образование, компьютеры, передача данных, общество, теория массового обслуживания, численный эксперимент.

Рассматриваются существующие тенденции передачи данных в глобальных сетях и беспроводных сетях, предлагается способ организации информационного пространства через систему аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет по технологии Wi-Fi, целью которого является предоставление доступа к сети Интернет. В результате реализации данного способа конечный пользователь сможет получить необходимую ему информацию через мобильное беспроводное устройство, которое возможно управлять дистанционно через глобальную сеть Интернет.

Keywords: wireless networks, Internet, information, business, education, computers, data, community, queuing theory, numerical experiment.

This article discusses current trends in the global data networks and wireless networks, a method for organizing information space through the hardware-software complex intermediate data network in the organization of public Internet access technology Wi-Fi, which aims to provide access to the Internet. As a result of this method, the end user can get the information they need through a mobile wireless device, which may be controlled remotely via the Internet.

В большинстве современных и развивающихся стран происходит рост пользования беспроводным Интернетом. На сегодняшний день все активной пользуется спросом биллинговый доступ в Интернет через беспроводные устройства, называемые Wi-Fi роутерами. Организация данной системы очень проста, используются следующие взаимосвязанные компоненты: Абонент(А), коммутатор(К) и сервер(С). Изображение работы биллинговой системы представлено в рис 1.

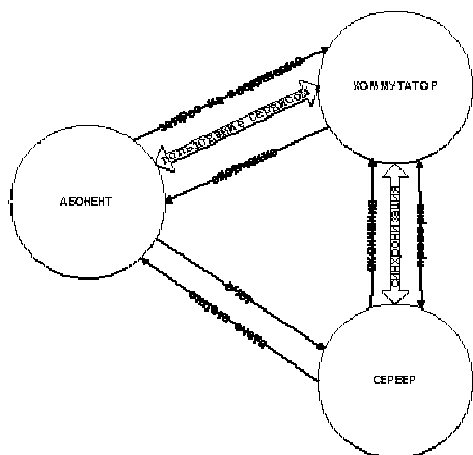


Рис. 1 - Граф работы биллинговой системы

Биллинговая система – это автоматизированная система расчетов поставщика товаров или услуг с клиентами, предназначенная для вычисления стоимости товаров или услуг, исходя из определенных в ней данных о ценах, тарифах и других стоимостных характеристиках. Однако, несмотря на распространенность БС, некоторые их характеристики (например, среднее время ответа на запрос,

скорость расчета стоимости услуги в зависимости от тарифного плана и ряд других) могут оказаться далеки от оптимальных значений. Одной из причин этого является отсутствие математических моделей БС, с помощью которых можно было бы выполнить расчет эффективности функционирования БС и определить оптимальную конфигурацию системы [1-2].

Исследовав данный принцип работы было предложено рассмотреть другой принцип организации беспроводной сети передачи данных с использованием промежуточной сети при организации доступа в Интернет [4]. В данной статье предлагаются простейшие математические модели, использование которых иллюстрируется численными примерами. На основе этого было построена концепция работы системы:

1) В публичном месте присутствует беспроводной доступ в Интернет с открытой сетью.

2) Любой пользователь системы может подключиться к беспроводной сети с любого мобильного устройства с интегрированным модулем Wi-Fi.

3) При подключении к сети, пользователь изначально ограничен в доступе в Интернет, при введении любого адреса в адресной строке браузера, пользователь получает страницу приветствия, где размещена различная информация и кнопка активации доступа в Интернет.

4) После нажатия кнопки активации, пользователь получает доступ в Интернет с заданной скоростью.

5) Во время пользования сетью Интернет на всех страницах присутствует блок информации от администратора, занимающий 20% от высоты экрана.

Техническая реализация данной информационной системы представляет собой аппаратно-программный комплекс с использованием беспроводного Wi-Fi маршрутизатора Asus RT-N16 с скомпилированной программной прошивкой работающей на ядре linux-2.6.22.19, где возможно установить любые linux совместимые программные продукты. Для работы системы программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет было выбран следующий комплекс программных продуктов:

1. DHCP-сервер
2. Система управления базой данных SQLite
3. Proxy-сервер privoxy
4. Межсетевой экран iptables (Программа сетевой маршрутизации)
5. Веб сервер Nginx
6. Язык программирования Python
7. Планировщик задач Cron

Администратор данного программного комплекса должен обладать следующими функциональными возможностями

- 1) Создавать лимитированное количество пользователей
- 2) Ограничивать доступ в Интернет конкретным пользователям
- 3) Назначать время доступа в Интернет для пользователей системы
- 4) Контролировать контент

Для технической реализации данной системы предлагается следующая схема работы, представленная на рис.2.

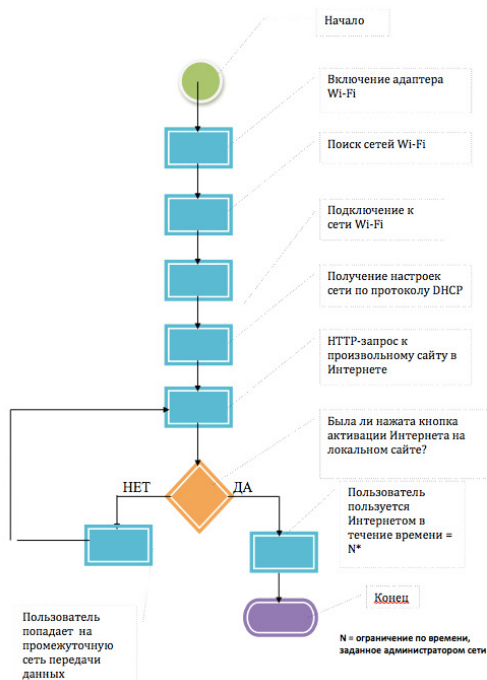


Рис. 2 - Схема работы системы

Рассмотрим систему аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет в терминах теории массового

обслуживания. На вход системы поступает поток требований(заявок), который в течении рабочего дня можно считать пуассоновским с интенсивностью λ . Каждая заявка, зарегистрированная в системе и получившая с помощью ее технических возможностей связь с сетью Интернет, формирует канал обслуживания, интенсивностью работы которого равна

$$\mu = \frac{1}{t_{cp}},$$

где t_{cp} среднее время пребывания заявки в системе. Фактически оно равно времени, в течении которого клиент посредством системы аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет связан с сетью Интернет.

Особенностью системы аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет является то обстоятельство, что общий объем памяти, предоставляемый ими для обслуживания клиентов, есть величина постоянная и равная Q . Вместе с тем качественное обслуживание каждой конкретной заявки может быть гарантировано только при условии выделения под работу канала обслуживания объема памяти не менее q_0 . Отсюда следует, что существует некоторое критическое число заявок

$$n_0 = \frac{Q}{q_0},$$

и если в произвольный момент времени t количество клиентов, воспользовавшихся услугами системы аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет $n_t \leq n_0$, то каждый из них будет обслужен выделенным каналом с интенсивностью μ_0 . Если же в какой то момент времени количество клиентов, подключенных к Интернет превысит n_0 , объем памяти, приходящийся на один канал, станет меньше q_0 , что приведет к соответствующему снижению интенсивности обслуживания каждого канала.

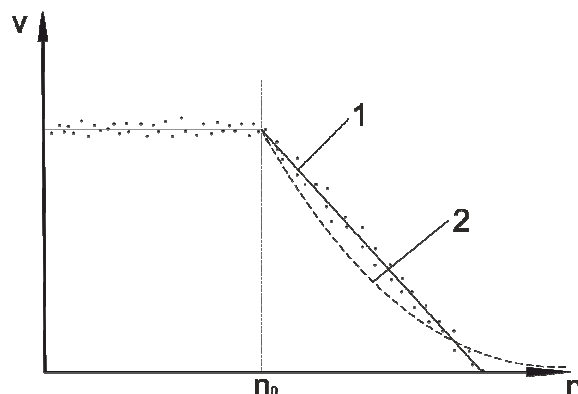


Рис. 3 - Сравнение экспериментальных данных приведенных в таблице 1 с теоретической линией

На действующей системе аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет путем экспериментальных исследований было установлено, что имеющийся объ-

ем памяти Q распределяется между клиентами приблизительно равномерно. Это позволяет получить соотношение, устанавливающее зависимость между числом клиентов n , находящихся в системе (при условии, что $n \geq n_0$) и интенсивность обслуживания μ

$$\mu = \mu_0 n_0 \frac{1}{n} \quad (1)$$

следовательно, если число пользователей, подключенных к Интернет посредством системы превышает n_0 , то интенсивность обслуживания есть убывающая функция дискретного переменного.

На рис. 3 представлены результаты выполненных экспериментов. Линия 1, состоящая из двух ветвей, иллюстрирует зависимость интенсивности обслуживания, полученную с помощью метода наименьших квадратов, от числа заявок. До тех пор, пока число заявок меньше n_0 интенсивность обслуживания практически постоянна, а далее имеет место ее резкое падение. Достоверность структурных изменений системы аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет в точке n_0 статически подтверждена с помощью теста Чоу. Линия 2 демонстрирует вид теоретической зависимости (см. формулу 1). Более медленное падение интенсивности обслуживания, наблюдаемое экспериментально на начальном этапе (по сравнению с теоретической кривой), объясняется тем, что не все клиенты полностью используют весь объем памяти зарезервированной под их канал.

С учетом различных стратегий администратора системы аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет и возможных вариантов поведения пользователей представляет интерес рассмотрение трех моделей системы, как объекта массового обслуживания.

1. Администратор никак не ограничивает количество заявок и любой клиент имеет возможность беспрепятственного доступа в систему и подключения к сети Интернет. Эта модель не предусматривает ожидания и для каждого нового пользователя формируется канал обслуживания с тем объемом памяти, который позволяют упомянутые выше обстоятельства. Это система массового обслуживания с бесконечным числом каналов. Граф ее представлен на рис. 4.

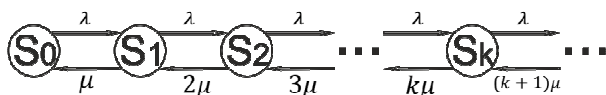


Рис. 4 - Работа системы с бесконечным числом каналов

На рис. 4 μ вычисляется по формуле (1) если число действующих каналов больше n_0 и $\mu = \mu_0$ если число каналов не превосходит n_0 .

Финальные вероятности такой системы P_k^* вычисляются по формуле Эрланга

$$P_k^* = \frac{\gamma^k}{k!} P_0^*, \quad (2)$$

где

$$\gamma = \frac{\lambda}{\mu}, \text{ а } P_0^* = \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\gamma^k}{k!} \right]^{-1}$$

Очевидно, что при $n \geq n_0$ $\gamma = \frac{\lambda n}{\mu_0 n_0}$ и является возрастающей функцией дискретного аргумента, а при $n \rightarrow \infty$ $P_0^* = e^{-\gamma}$.

Совершенно ясно, что как только при некотором $n = n^*$ будет $\gamma \geq 1$, то есть когда интенсивность потока обслуживания отдельного канала станет меньше интенсивности входного потока заявок функционирование системы прекратится. Практически это выразится в том, что время для получения затребованной информации, станет столь значительным, вследствие ограничения возможностей канала, что пользователь предпочтет покинуть систему, не получив желаемой информации, т.е. фактически необслуженным.

2. Администратор допускает к соединению с Интернет не более n_0 пользователей одновременно, когда все сформированные каналы обслуживания функционируют с неснижаемой интенсивностью μ_0 . Клиенты, пожелавшие воспользоваться услугой системы аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет, в которой уже находится n_0 заявок, помещаются в очередь, и подключаются к обслуживанию по мере освобождения каналов. Число мест в очереди не лимитируется. Это типичная многоканальная система массового обслуживания с бесконечным ожиданием, граф которой представлен на рис. 5.

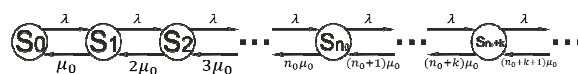


Рис. 5 - Работа системы с бесконечным ожиданием

Все расчетные соотношения для определения функциональных характеристик систем подобного типа известны и мы приведем здесь только те из них, которые были использованы в ходе численного эксперимента, не касаясь технических потребностей их получения. Финальная вероятность состояния S_0 , когда система свободна вычисляется по формуле

$$P_0^* = \left[\sum_{k=0}^{n_0} \frac{\gamma^k}{k!} + \frac{\gamma^{n_0+1}}{n_0! (1-\gamma)} \right]^{-1}, \text{ где } \gamma = \frac{\lambda}{\mu_0},$$

а вероятность всех прочих состояний

$$P_k^* = \begin{cases} \frac{\gamma^k}{k!} P_0^* & \text{если } 1 \leq k \leq n_0 \\ \frac{\gamma^k}{n_0! (1-\gamma)} P_0^* & \text{если } k \geq n_0 \end{cases} \quad (3)$$

Средняя длина очереди (клиентов ожидающих подключения к Интернет) для этой системы

$$L_r = P_0^* \frac{\gamma^{n_0+1}}{n_0! (1-\gamma)^2}, \quad (4)$$

а среднее время пребывания в очереди

$$t_r = \frac{L_r}{\mu_0}.$$

Из формулы (4) видно, что и для этого варианта конфигурирования системы возможна, хотя и маловероятна, блокировка ее вследствие перегрузки. Это происходит, когда $\frac{\gamma}{n_0} \rightarrow 1$, т.е. при высокой интенсивности входного потока требований, или в случае низкой скорости работы каналов. При этом $L_r \rightarrow \infty$, т.е. число заявок в очереди стремительно растет, а время ожидания обслуживания становится непереносимо большим.

3. Количество формируемых каналов обслуживания не превышает n_0 , что обеспечивает комфортные условия работы, однако, клиенты попавшие в очередь ведут себя не столь пассивно, как в варианте 2. Потеряв какое то время в очереди, часть клиентов уходит из системы не дожидаясь предоставления канала подключения к Интернет. Это, так называемая, модель с «нетерпеливыми» заявками и, очевидно, именно она является самой реалистичной, поскольку учитывает как рациональный стиль поведения администратора системы аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет, так и различие в поведении клиентов, живых людей с различными запросами, возможностями, темпераментом.

Для анализа работы систем с «нетерпеливыми» заявками, как правило, принимается гипотеза о том, что время ожидания клиента в очереди есть случайная величина, подчиняющаяся экспоненциальному закону распределения с параметром ν . Иначе говоря среднее время пребывания заявки в очереди

$$\overline{t_{ож}} = \frac{1}{\nu}.$$

Таким образом ν - имеет смысл интенсивности потока заявок покидающих систему, но обслуживания не получивших. На Рис.6 представлен граф такой системы

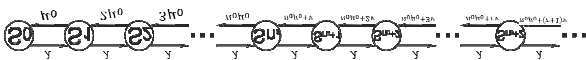


Рис. 6 - Работа системы с «нетерпеливыми» заявками

Математические модели подобных систем так же известны и доведены до удобных расчетных соотношений [3]. Так финальная вероятность пребывания системы в состоянии S_k при $k \leq n_0$ определяется по формуле $P_k^* = \frac{\gamma^k}{k!} P_0^*$, где $\gamma = \frac{\lambda}{\mu_0}$.

Если же все каналы сформированы и имеет место накопление очереди, то

$$P_{n_0+k}^* = \frac{\gamma^{n_0+k}}{n_0!(n_0+\varphi)(n_0+2\varphi)\dots(n_0+k\varphi)} P_0^*,$$

где $\varphi = \frac{\nu}{\mu_0}$,

а

$$P_0^* = \left[\sum_{k=0}^{n_0} \left(\frac{\gamma^k}{k!} + \frac{\gamma^{n_0}}{n_0!} \left(\frac{\gamma}{n_0+\varphi} + \frac{\gamma^2}{(n_0+\varphi)(n_0+2\varphi)} + \dots + \frac{\gamma^r}{(n_0+\varphi)(n_0+2\varphi)\dots(n_0+r\varphi)} \right) \right) \right]^{-1} \quad (5)$$

Ряд в квадратных скобках сходится при любом γ , что исключает возможность неограниченного возрастания числа заявок в очереди и нарушения функционирования

системы аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет по этой причине.

Однако, в отличие от модели 2, часть заявок будет потеряна по причине ухода «нетерпеливых» клиентов из очереди. Поэтому практический интерес представляет вопрос какой именно окажется плата за исключение ситуации «перегрева» системы вследствие ее переполнения. Как известно, в системах с неограниченным ожиданием и обычными заявками абсолютная пропускная способность $A = \lambda$, поскольку все поступившие требования рано или поздно обслуживаются. Но поскольку «нетерпеливые» заявки формируют обратный поток с интенсивностью ν , абсолютная пропускная способность снизится и составит $A = \lambda - \nu L_r$, где L_r - число заявок в очереди, которое определяется как математическое ожидание числа состояний системы с номерами выше n_0 , т.е.

$$L_r = 1P_{n_0+1}^* + 2P_{n_0+2}^* + \dots + rP_{n_0+r}^* + \dots$$

Однако, практическая реализация этой формулы затруднительна, поскольку неопределенно число слагаемых. Но среднее число занятых каналов определяется так же, как и для обычной многоканальной системы $L_w = \frac{A}{\mu_0}$, откуда

$$L_r = \frac{A - \mu_0 L_w}{\nu} \quad (6)$$

Величина же L_w так же может вычислена как математическое ожидание числа состояний с номерами от 1 до n_0 .

$$L_w = \sum_{k=1}^{n_0} k P_k^* = \sum_{k=1}^{n_0-1} k P_k^* + n_0 [1 - (P_0^* + P_1^* + \dots + P_{n_0-1}^*)] \quad (7)$$

В результате работы был проведен численный эксперимент по трем моделям.

Система развернута на устройстве: Маршрутизатор Asus RT-N16 с техническими характеристиками:

1. CPU - BCM4718 480MHz
2. ОЗУ - 128MB DDR 32bit
3. RAM - 32MB

Программный комплекс операционной системы развернут на ядре Linux - linux-2.6.22.19 со следующими программным комплексом:

1. Веб-сервер – Nginx
2. Прокси-сервер – Privoxy
3. БД – SQLite
4. Планировщик задач - Cron
5. Межсетевой экран – iptables

Программный комплекс промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет реализован на языке программирования Python с использованием фреймворка Django.

Для подсчета используются следующие условные данные:

1. Среднее время пребывания в системе 18 мин(0,3 час), однако администратор системы имеет возможность отключить пользователя от пребывания в Интернете в любой момент времени.
2. Скорость Интернет канала Q – 10240 кбит/сек.

3. Скорость на одного пользователя системой задано $q_0 = 512$ кбит/сек.

4. Интенсивность входного потока λ - количество заявок в час, величина случайная, зависит от времени суток, среднее наблюдаемое значение λ в течении рабочего времени составляет 30 заявок в час.

5. Количество одновременных пользователей системы в результате экспериментальных данных получено $n=50$.

6. Критическое количество заявок $n_0=20$.

Для экспериментальных данных, подключенные пользователи в режиме реального времени использовали Интернет трафик постоянно, максимальное количество одновременных подключений составило 50 пользователей. В экспериментальных условиях, ограничение по трафику Интернет каналом реализовано межсетевым экраном утилитой iptables, задан максимальный канал пользования системой для одного пользователя 512 кбит/сек. В результате получены данные, представленные в табл. 1.

Таблица 1

Кол-во пользователей в системе	Средняя скорость на одного кб/с	Кол-во пользователей в системе	Средняя скорость на одного кб/с
1	63,3	26	42,4
2	62,6	27	39,4
3	63,1	28	36,4
4	62,5	29	37,5
5	62,5	30	41,4
6	66,6	31	39,4
7	65,7	32	38,5
8	61,5	33	36,3
9	63,4	34	34,7
10	63,3	35	35,2
11	61,4	36	35,8
12	63,2	37	33,4
13	60,3	38	34,9
14	61,7	39	30,3
15	65,1	40	32,1
16	61,1	41	32,4
17	59,8	42	31,5
18	60,1	43	27,6
19	57,1	44	28,7
20	59,2	45	29,5
21	51,4	46	26,6
22	52,5	47	27,1
23	48,4	48	26,8
24	49,5	49	25,6
25	46,4	50	23,4

На основе экспериментальных данных, произведены расчеты для каждой из моделей и получены следующие выводы.

Для первой модели администратором не предусматриваются никакие ограничения по доступу пользователей в Интернет, очередь не формируется. В результате численного эксперимента было установлено, что при интенсивности $\lambda=30$ заявок/час входного потока критическое количество заявок в системе, при котором система прекращает функционировать, $n=44$. Т.е. состояние системы, характеризуемое таким количеством заявок, для данной модели будем поглощающим. Иными словами, достигнув этого состояния, система не вернется в работоспособное положение, если администратором не будут приняты соответствующие меры.

Для второй модели администратором системы установлено ограничение количества одновременных подключений к сети Интернет, которое составляет 20 пользователей. В ходе численного эксперимента показано, что при интенсивности входного потока $\lambda > 65$ заявок/час и интенсивности обслуживания $\mu_0 = 0,3(3)$ величина $\frac{\lambda}{\mu_0} \rightarrow 1$ и длина очереди L_q при этом неограниченно возрастает и стремится к ∞ . Это приводит к прекращению функционирования системы вследствие ее переполнения.

Для третьей модели, так же как и для второй администратором системы задано конкретно количество пользователей n_0 , которые могут пользоваться сетью Интернет. Отличие же третьей модели состоит в том, что часть заявок не дождавшись своей очереди подключения Интернет, покидают систему, это так называемые «нетерпеливые заявки», естественно, что в этом случае часть заявок теряется. Однако эта модель системы в принципе исключает возможность отказа, по причине переполнения. В ходе численного эксперимента было установлено, если среднее время ожидания подключения к Интернету составляет приблизительно от 5 мин до 10 мин при интенсивности входного потока $\lambda = 60$ заявок в час и интенсивности обслуживания $\mu_0 = 3,3(3)$, то теряется 6-7% заявок от общего числа поступившего.

Литература

1. Ульянова, А.И. Социальные сети как инструмент управления // Вестник КГТУ. – 2010. - №8. – С. 125-129.
2. Hunter, Jane M. and Thiebaud, Maud E. Telecommunications Billing Systems: Implementing and Upgrading for Profitability. — N. Y.: McGraw-Hill, 2003. — 458 p. — (Professional Telecommunications). — ISBN 978-0071408578
3. Хемди А. Таха Глава 17. Системы массового обслуживания // Введение в исследование операций = Operations Research: An Introduction. — 7-е изд. — М.: «Вильямс», 2007. — С. 629-697. — ISBN 0-13-032374-8
4. Ахметшин Д.А., Курмангалиев Д.Р. Концепция использования промежуточных сетей передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет // Вестник КГТУ. – 2011. №24. – С. 56-59