

А. Н. Бадреева, А. В. Герасимов, О. Б. Игнатов

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА «МАТЕМАТИКА» ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ИНДУКТОРА

Ключевые слова: Wolfram Mathematica, электрическое поле, численная модель, модельная задача.

Использован пакет для математических вычислений «Wolfram Mathematica» для решения модельной задачи о вычислении распределения электрического тока индуктора в разрядной камере плазмотрона ВЧИ 11/60. Модель основана на вычислении напряженности электрического поля как суперпозиции электрических полей, создаваемых каждым витком индуктора по отдельности. Численное решение задачи проведено для частоты 1,76 МГц и силы тока 3 А, 4 А и 5 А.

Keywords: Wolfram Mathematica, electric field, numerical model, test problem.

«Wolfram Mathematica» computation system is used to calculate electrical field distribution of the inductor in the discharge chamber of high-frequency induction plasma torch. The model is based on the calculation of the electric field as the superposition of the electric fields produced by each coil separately. The numerical solution of the problem carried out for the frequency of 1.76 MHz and the current of 3 A, 4 A and 5 A.

Введение

В настоящее время множество различных вычислительных задач решается с использованием специализированных программных комплексов. Одним из таких программных комплексов является пакет для символьных и численных расчетов Wolfram Mathematica [1].

Целью данной работы является вычисление распределения электрического поля индуктора плазмотрона. Результаты вычислений будут использоваться при моделировании электромагнитного поля индуктора, нагруженного плазмой.

В работе представлены результаты численного расчета распределения электрического поля в индукторе с пятью витками на основе математической модели [2].

Методика расчета

Для упрощения модели будем считать, что индуктор представляет собой совокупность круговых витков, плоскость которых перпендикулярна оси плазмотрона.

Для создания плазмы по индуктору пропускают ток высокой частоты f . Для простоты будем считать, что сечение протекания тока мало по сравнению с остальными размерами, а радиус контуров с током равен внутреннему радиусу R_c индуктора.

Напряженность электрического поля в некоторой точке n (см. рис. 1), созданную током I_c , протекающим по индуктору (т.е. по совокупности круговых витков радиуса R_c), можно вычислить по принципу суперпозиции: значение напряженности электрического поля в некоторой точке n , характеризующее электромагнитное поле индуктора, определяется как сумма напряженности электрического поля от каждого витка индуктора.

Будем использовать комплексный метод [2]. Для определенности будем считать, что начальная фаза тока индуктора равна нулю. Начало координат

расположено в точке, лежащей на оси и на входе плазмотрона.

С учетом вышеописанных допущений формула определения напряженности электрического поля внутри пустого индуктора будет выглядеть следующим образом:

$$\dot{E}_n = -j\omega \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_c}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{R_c}{r_n}} \cdot \sum_{m=1}^{w_c} F(k_{nm}),$$

где $\omega = 2\pi \cdot f$ – круговая частота тока; r_n – радиус n -й точки; R_c – внутренний радиус индуктора; w_c – число витков индуктора с током I_c ; k_{nm} – коэффициент, зависящий от геометрии индуктора и от координат точки n ; $F(k_{nm})$ – функция, определяемая следующим выражением:

$$F(k) = \frac{(2-k^2) \cdot K(k) - 2 \cdot E(k)}{k},$$

где $K(k)$ и $E(k)$ – полные нормальные эллиптические интегралы Лежандра I и II рода соответственно.

Коэффициент k_{nm} определяется по формуле:

$$k_{nm} = \sqrt{\frac{4 \cdot R_c \cdot r_n}{(z_n - z_{c_m})^2 + (R_c + r_n)^2}},$$

где z_n – осевая координата точки n ; z_{c_m} – осевая координата m -го витка индуктора.

Вычисление интегралов Лежандра представляет собой отдельную достаточно трудоемкую вычислительную задачу. Для ее решения было использовано специальное программное обеспечение – программный пакет для символьных вычислений Wolfram Mathematica.

Пакет Wolfram Mathematica представляет собой программное обеспечение, позволяющее решать задачи как с использованием символьных вычислений, так и численных расчетов с заданной точностью. Пакет имеет свой внутренний язык программирования высокого уровня, благодаря чему существует возможность производить многоэтапные вычисления с сохранением больших объемов разнотипных данных.

Также в пакете реализованы мощные средства визуализации как статических (графики, диаграммы), так и динамических (анимация) наборов данных.

Значения функции $F(k)$ вычислены с использованием возможностей пакета Wolfram Mathematica.

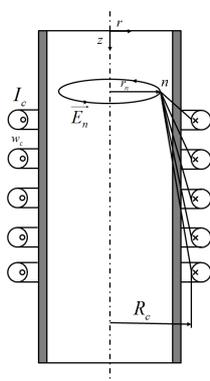


Рис. 1 - Наложение (суперпозиция) векторного потенциала в точке n от пяти витков индуктора

Результаты расчета

Проведен расчет электромагнитного поля индуктора для значений тока 3, 4, 5 ампер. Результаты расчета представлены на рис. 2-4.

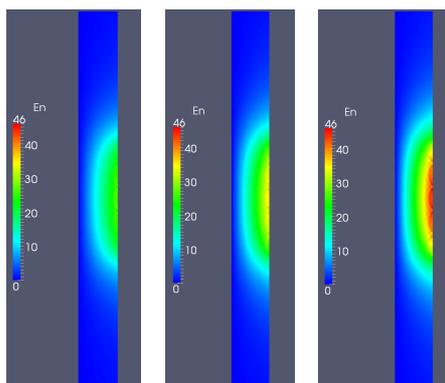


Рис. 2 - Напряженность электрического поля на шкале от 0 до 46 В/м при токах 3 А, 4 А и 5 А

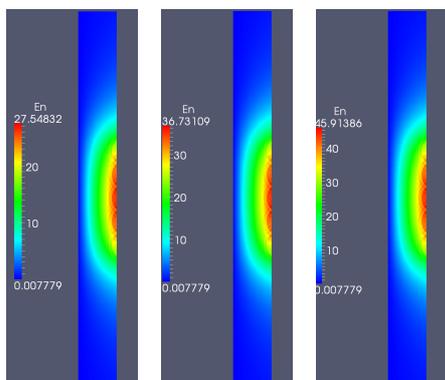


Рис. 3 - Напряженность электрического поля на относительных шкалах при токах 3 А, 4 А и 5 А

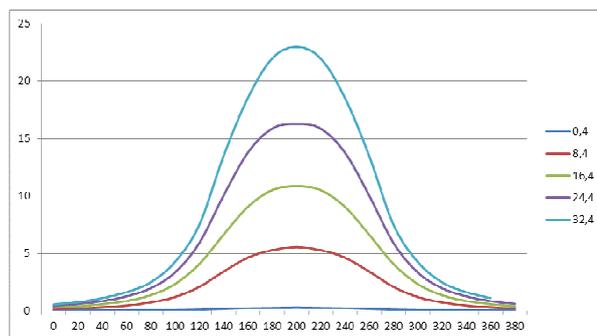


Рис. 4 - График продольных сечений напряженности электрического поля при силе тока 3 А. Линии соответствуют расстоянию от оси плазматрона в мм

Как видно из рис. 2-3, картина распределения напряженности электрического поля при разных значениях силы тока качественно не меняется, напряженность электрического поля растет при увеличении силы тока, подающегося на индуктор. Графики распределения напряженности электрического поля (рис. 4) позволяют сделать вывод о том, что интенсивность поля растет с приближением к индуктору – этот результат качественно согласуется с [3].

Распределение напряженности электрического поля, найденное при решении данной задачи, может быть использовано в качестве компонента граничных условий при вычислении электромагнитного поля плазмы.

Литература

1. <http://www.wolfram.com/mathematica/>
2. С.В. Дресвин, Д.В. Иванов. Основы математического моделирования плазматронов. Часть 2: Электромагнитные задачи в плазматронной технике. СПб: Изд-во Политехн. Ун-та, 2006. 295 с.
3. Гайнуллин Р.Н., Герасимов А.В., Герке А.Р., Зеленко О.В., Кирпичников А.П. Сопряженное моделирование процессов электродинамики и теплообмена в газоразрядной камере высокочастотного индукционного плазматрона.
4. Рыкалин Н.Н., Сорокин Л.М. Металлургические ВЧ-плазматроны. Электро- и газодинамика. М.:Наука, 1987. 161 с.