

В. Р. Любчик, О. Н. Шинкарук, Р. Ф. Гатиятуллина

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОЧАСТОТНОГО ФАЗОВОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ДАЛЬНОСТЕЙ

Ключевые слова: фазовый сдвиг, дальность, математическая модель.

Исследованы зависимости точности измерения фазового сдвига и амплитуды суммарного сигнала и погрешности определения дальности объектов при применении многочастотного фазового метода измерения расстояний. Предложено аналитические выражения учитывающие функции распределения ошибок измерения. Приведена разработка алгоритма моделирования. Показаны функции распределения дальностей объектов с учетом ошибок измерения фазового сдвига и амплитуды суммарного сигнала.

Keywords: phase shift, range, mathematical model.

The dependence of the accuracy of measuring the phase shift and amplitude of the sum signal and the error in determining the distance of objects in the application of multi-frequency phase method of measuring distances are researched. It was proposed the analytical expressions taking into account the distribution function of measurement errors. The development of the simulation algorithm was shown. It was shows the distribution function of distances of objects in view of errors in measuring the phase shift and the amplitude of the sum signal.

Введение

В практике измерения дальностей существует несколько различных подходов: импульсные, частотные и фазовые [1]. Каждый из перечисленных подходов и методов имеет определенные преимущества и недостатки. Так импульсные, или по другому их можно назвать временные, методы позволяют легко, по времени прихода отраженного сигнала, определять расстояния до объектов [1]. При этом, их точность и разрешающая способность определяется длительностью зондирующего импульса. Частотные методы более точные, но при этом для определения дальности многих объектов необходимо проводить спектральный анализ отраженного сигнала [1]. Фазовые методы имеют высокую точность, но они не позволяют измерять дальность до двух и более объектов [1, 2]. Разработанный многочастотный фазовый метод измерения дальностей позволяет определять расстояния до многих объектов [3].

Определение точности и разрешающей способности разработанного в [3] метода является многомерной задачей, то есть эти величины зависят от многих входных параметров, а именно: начальной частоты, ширины спектра, шага увеличения частоты, расстояние между соседними объектами, погрешностями измерения амплитуды и фазового сдвига суммарного сигнала. Рассмотрим основные параметры, которые влияют на потенциальную точность и разрешающую способность метода, а именно – погрешности измерения амплитуды и фазового сдвига.

Основная часть

Для определения характера зависимости точности и разрешающей способности проведем математическое моделирование. Для этого необходимо иметь значение "измеренных" векторов на каждой частоте зондирования. Поэтому, рассчитываем векторы отраженных сигналов аналитически $\vec{B}_k$, задавая истинные значения расстояний до объектов и амплитуды каждого

отраженного сигнала. Эти операции можно изобразить в виде алгоритма рис. 1.

В алгоритме рис. 1 расчет фазовых сдвигов гармонических сигналов отраженных от каждого объектов проводится в соответствии с формулой:

$$\varphi_k = \frac{4 \cdot \pi \cdot d_k \cdot f}{c}, \quad k = 1 \dots n, \quad (1)$$

где n – количество объектов, d_k – истинные расстояния, f – начальная частота, c – скорость распространения волны.

Расчет векторов суммарных сигналов в комплексной форме рассчитываем следующим образом:

$$\vec{b}(k) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot (\cos(k \cdot \varphi_i) + j \cdot \sin(k \cdot \varphi_i)), \quad (2)$$

$$k = 1 \dots N,$$

где a_i – истинные амплитуды векторов, отраженных от каждого объекта; inc – шаг увеличения частоты; N – необходимое количество частот, согласно метода [3], в два раза больше числа объектов.

Прежде, чем начать моделирование, следует заметить, что исследуемые характеристики – точность и разрешающую способность – можно разделить на методическую и реальные. Методические ошибки – это погрешности, которые может обеспечить метод, не учитывая погрешности реальных приборов. В данном случае учитывается погрешность машинных вычислений (ее невозможно исключить). Но эту погрешность можно свести к минимуму путем увеличения разрядности вычислений. Инструментальные ошибки учитывают погрешности приборов – в нашем случае вольтметра и фазометра (конечно же здесь содержится и погрешность машинных вычислений). Исследование методической погрешности и разрешающей способности фазового многочастотного метода измерения расстояний проведено в статье [3].

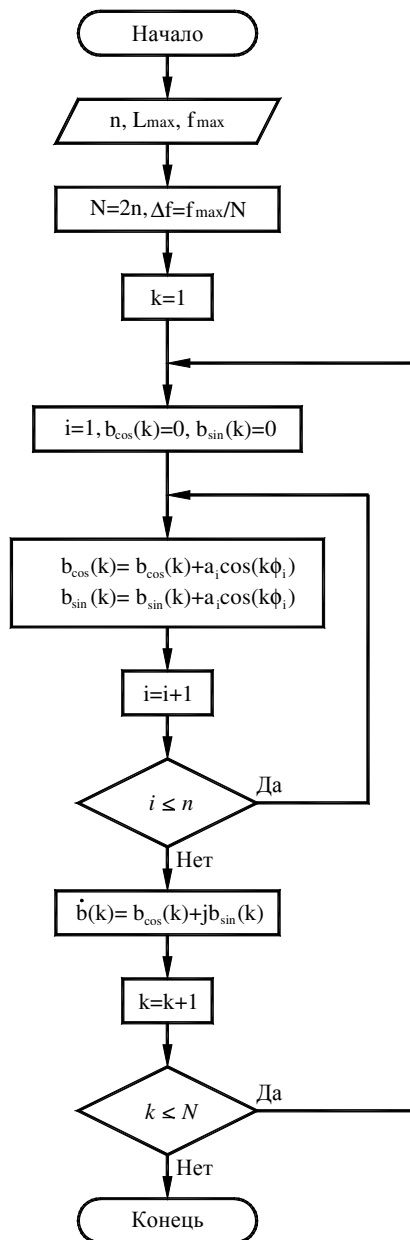


Рис. 1 - Блок-схема алгоритма расчета векторов $\dot{b}(k)$ для математического моделирования

Согласно [3], на точность и разрешающую способность влияют параметры: начальная частота f , шаг частоты Δf , погрешность измерения амплитуды суммарного сигнала Δa_{Σ} , погрешность измерения фазового сдвига суммарного сигнала $\Delta \varphi_{\Sigma}$, нестабильность частоты зондирующего гармонического сигнала δf . Анализ этих параметров показывает, что часть параметров влияющих на точность измерения имеют детерминированный характер, а другая часть случайный. К первой группе относятся начальная частота и шаг изменения зондирующей частоты. Ко второй группе относятся погрешности измерения амплитуды и фазового сдвига, а также нестабильность частоты зондирующего гармонического сигнала. При проведении

моделирования необходимо учитывать детерминированный характер одной группы параметров и случайный характер второй группы.

Моделирование влияния детерминированных параметров проводим путем их изменения от начального до конечного значения с некоторым шагом. Начальное значение выбирается нулевым. Верхнее значение ограничивается возможностями приемо-передающей аппаратуры, блоков измерения и т.п. Потому как к детерминантным параметрам относится частота, то необходимо опираться на возможности генераторов гармонических сигналов, диапазоны частот приемопередатчиков, измерителей фазовых сдвигов и амплитуд. Тогда как формировать гармонические сигналы, передавать и принимать их можно в широком диапазоне частот, то измерители фазовых сдвигов и амплитуды имеют ограниченный диапазон частот. Следовательно, именно частотные параметры будут определять области моделирования. Наиболее распространенными являются методы и технические средства измерения амплитуды и фазовых сдвигов которые работают в диапазоне частот до 10 МГц [4].

Для исследования влияния различных факторов на точность измерения дальности многочастотным фазовым методом с учетом их случайного характера нужно разработать соответствующие математические модели в которые будут введены законы распределения.

Для проведения исследования влияния погрешности измерения амплитуды и фазового сдвига суммарного сигнала на погрешность нахождения дальностей по многочастотным фазовым методом проведем математическое моделирование. Воспользуемся общим алгоритмом математического моделирования (рис.1) с дополнениями. Основными этапами которого являются: задания начальных условий и внесение погрешностей измерения, проведение вычислений дальностей согласно методу измерения; многократное проведение вычислений с целью применения методе Монте-Карло для получения выборки заданного размера; статистический анализ полученных результатов моделирования.

Для проведения математического моделирования введем ограничения начальных условий. Пусть значение дальностей находятся в пределах до 50м. Зададим четыре дальности: 10м, 15м, 30м и 35м. Если максимальная дальность 50м, то согласно выражения:

$$l_{\max} \leq \frac{c}{2f_{\min}}, \quad (3)$$

минимальная частота не должна быть больше 3МГц. Шаг по частоте так же будем задавать не более 3МГц. Каждый вектор сигнала задается амплитудой сигнала и начальной фазой. В случае использования гармонических зондирующих сигналов, производится измерение фазового сдвига между суммарным отраженным сигналом и опорным сигналом. Для моделирования суммарного сигнала используем следующее выражение:

$$a_{\Sigma}(f) = \sum_{i=1}^n a_i e^{\frac{f_j}{f_{\min}} \varphi_i}, \quad (4)$$

где a_i - амплитуда сигнала отраженного от i -го объекта; φ_i - фазовый сдвиг сигнала отраженного от i -го объекта; f_j - текущая частота; $f_{\min}$ - начальная частота.

Внесение погрешности в математическую модель проводим путем наложения случайных величин на амплитуду суммарного сигнала и на фазовый сдвиг. Для этого воспользуемся средствами математического пакета программ MatLab R 2013. [5] В соответствии этим, выражение (4) будет следующим:

$$a_{\Sigma}(f) = \sum_{i=1}^n a_i e^{\frac{f_j}{f_{\min}} \varphi_i} + \Delta a_j e^{\frac{f_j}{f_{\min}} \Delta \varphi_j}, \quad (5)$$

где Δa_j - ошибка амплитуды на j -й частоте;

$\Delta \varphi_j$ - ошибка фазы на j -й частоте.

Погрешности амплитуды и фазы задаем с равномерным законом распределения, потому как современные цифровые измерительные приборы имеют погрешность измерения именно с такой функцией распределения. Дисперсия погрешности амплитуды задают в пределах от 0.1% до 0,001% амплитуды, фазового сдвига от 0,5° до 0,01°, что соответствует методическим и инструментальным погрешностям измерения современных измерительных приборов.

Оценим влияние каждого фактора на результат измерения дальностей. Во-первых, определим влияние шага изменения частоты. Задаем шаг изменения частоты от 1,5 МГц до 2,5 МГц с приростом 0,5 МГц. При этом задаем минимальное значение погрешностей амплитуды (1/4096) и фазового сдвига (0.01°).

Методика моделирования следующая. Проводим 10000 вычислений дальностей со случайными значениями погрешностей. После получения множества полученных значений дальностей с погрешностей, проводим статистическую обработку с целью нахождения математического ожидания и среднеквадратического отклонения. Для иллюстрации полученных множеств дальностей со случайной составляющей построены гистограммы распределений частот появления значений представлены на рисунке 2. Под каждой гистограммой приведены значения истинного расстояния, математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение.

Результаты, полученные в ходе моделирования, позволяет сделать следующие выводы. Законы распределения дальности при малых значениях шага по частоте близки к рэлеевскому закону. При больших приростах по частоте закон подобный нормальному. В этом случае отклонение математического ожидания от истинного значения дальности уменьшается. Это

справедливо и для среднеквадратического отклонения.

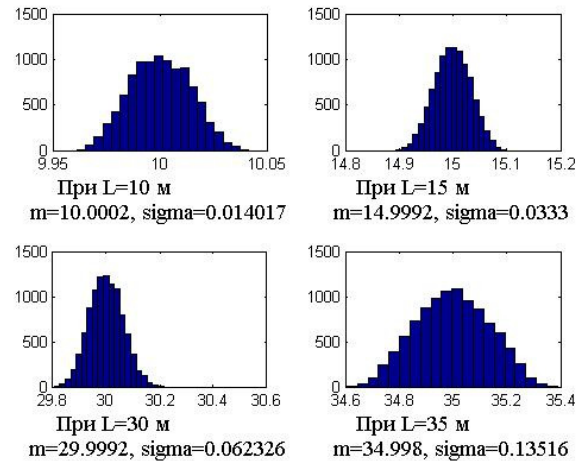


Рис. 2 - Гистограммы распределений дальностей при начальной частоты $f = 2.5$ МГц и минимальных значениях погрешностей фазового сдвига и амплитуды

Следующим шагом, исследуем влияние погрешности значения амплитуды суммарного сигнала. Погрешность амплитуды задаем от минимального значения 1/4096 a_{Σ} до максимального 1/256 a_{Σ} . Изменение погрешности проводим путем изменения его в два раза, что соответствует одному разряду аналого-цифрового преобразования. Погрешность измерения фазового сдвига задано минимальным (0°). Шаг изменения частоты задаем 2.5 МГц.

Анализ полученных гистограмм показывает, что законы распределения для малых погрешностях подобные нормальному закона. Для больших значений погрешности амплитуды закон распределения подобные релевской. Отклонение математического ожидания от истинного значения и среднеквадратическое отклонение с ростом погрешности возрастает.

Следующим шагом исследуем влияние погрешности измерения фазового сдвига на погрешность измерения дальности. Для проведения моделирования будем изменять фазовый смещении от 0.01° до 0.5° с изменением погрешности в 5 раз. Погрешность измерения амплитуды задаем 1/4096. Шаг изменения частоты задавали 4 МГц. [5].

Анализ полученных гистограмм показывает, что погрешность нахождения фазового сдвига влияет на значение отклонения математического ожидания от истинного значения и среднеквадратическое отклонение. С ростом погрешности фазового сдвига погрешность по дальности и среднеквадратическое отклонение растут. Однако, самая погрешность по дальности наблюдаемая не превышает двух тысячных метра. Итак, для проведения измерений достаточно использовать методы измерения фазового сдвига и устройства с погрешностью в 0.5° или и больше. Этот вывод особенно важен ввиду того, что при

наличии шума погрешность измерения фазового сдвига может достигать значительных значений [6].

Значение среднеквадратичного отклонения значений дальности при различных значениях погрешности определения амплитуды и фазового сдвига суммарного сигнала представлено в таблицах 1 и 2 соответственно. В таблицах представлены наибольшие значения среднеквадратического отклонения.

Таблица 1 - Исследование влияния погрешности измерения амплитуды суммарного сигнала на среднеквадратичное отклонение дальности объектов

$\delta_a, \%$	100/2048	100/1024	100/512	100/256
$\sigma_d, \text{м}$	0.0074	0.0152	0.0304	0.0609

Таблица 2 - Исследование влияния погрешности измерения фазового сдвига суммарного сигнала на среднеквадратичное отклонение дальности объектов

$\delta_\varphi, ^\circ$	0.5	0.1	0.05	0.01
$\sigma_d, \text{м}$	0.1147	0.0229	0.0115	0.0023

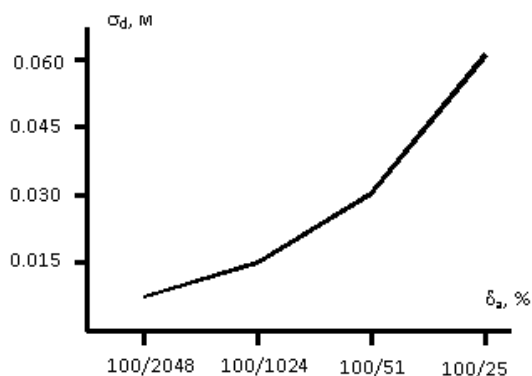


Рис. 3 - Зависимость среднеквадратичного отклонения дальности объектов от погрешности измерения амплитуды суммарного сигнала

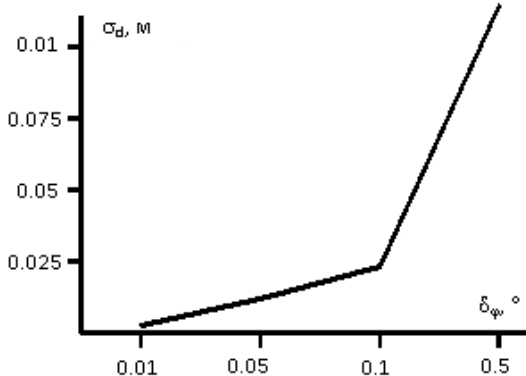


Рис. 4 - Зависимость среднеквадратичного отклонения дальности объектов от погрешности измерения фазового сдвига суммарного сигнала

Рисунки 3 и 4 представляют графические зависимости среднеквадратического отклонения от ошибки измерения амплитуды и фазового сдвига суммарного отраженного сигнала. Данные зависимости показывают, что при увеличении ошибки измерения параметров отраженных сигналов среднеквадратическое отклонение увеличивается. Поэтому при разработке измерительной аппаратуры необходимо учитывать данные зависимости. При этом необходимо достигать одновременно и простоты блоков измерения, и точности измерения дальности.

Выводы

В статье рассмотрено математические выражения которые описывают взаимосвязь дальностей и величин объектов с суммарным сигналом на разных частотах. В данных выражениях учтены функции распределения ошибок измерения амплитуд и фазовых сдвигов суммарного гармонического сигнала.

Предложенный алгоритм расчета суммарного сигнала, использующий предложенные математические формулы. В соответствии с разработанным алгоритмом проведено математическое моделирование работы метода многочастотного фазового измерения дальностей. В результате математического моделирования получено, что с увеличением шага изменения частота зондирующего сигнала увеличивается точность измерения дальности. Также уменьшение ошибок измерения амплитуды и фазового сдвига суммарного сигнала уменьшается ошибка измерения дальности. Причем среднеквадратическое отклонение изменяется нелинейно.

Литература

1. Финкельштейн М.И. Основы радиолокации/ Учебник для вузов. - 2-е изд. доп. и перераб. - М.: Радио и связь, - 1983. - 536 с.
2. Маевский С.М., Баженов В.Г., Батуревич Е.К., Куц Ю.В. Применение методов фазометрии для прецизионного измерения расстояний. - Киев: Вища школа. Изд-во при Киев. ун-те, - 1983. - 84 с.
3. Liubchik Vitalii Application of the Multi-frequency Phase Method of Ranging to Many Objects for Construction of Ground Penetrating Radar / Vitalii Liubchik, Alexandr Kylimnik, Serhiy Horyashchenko // International Radar Symposium (IRS-2013), Dresden, Germany, 19 – 21 May, 2013. – P. 835-840.
4. С.П. Иглин. Математические расчеты на базе Matlab. - Издательство "БНУ-Санкт-Петербург". - 2005г. - 640 с.
5. Афиногентов В.И. Математическое моделирование СВЧ нагрева вязких жидкостей в трубопроводе / В.И. Афиногентов, С.Р. Ганиева // Вестник технологического университета, - Т.17 № 2, - 2014.- С.123-127.
6. Петухов Н.П. Устойчивость пологой сферической оболочки как элемента кнопочного переключателя / Н.П. Петухов // Вестник технологического университета, - Т.17 № 2, - 2014.- С.262-264.