

Ф. А. Гарифуллин, Ф. Х. Тазюков, М. А. Ахмадиев,
Р. С. Шайхетдинова

ИССЛЕДОВАНИЯ СХОДЯЩИХСЯ ТЕЧЕНИЙ НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

Ключевые слова: сходящиеся течения, неньютоновские жидкости, числа Рейнольдса.

В настоящее время отмечается значительный интерес к проблемам решения задач, связанных со сходящимися течениями. Эти течения получили большое прикладное значение в различных областях науки и технологии. В первую очередь к ним относятся проблемы экструзии в процессах переработки полимерных и композиционных материалов. Следует упомянуть также широкое распространение проблемы сходящихся течений для тестирования численных схем и реологических конститутивных соотношений. В данной работе представлен аналитический обзор публикаций, посвященных исследованию сходящихся течений неньютоновских жидкостей в каналах со ступенчатой конфигурацией.

Keywords: convergent flow, non-Newtonian fluids, the Reynolds number.

Currently, there is considerable interest in solving the problems associated with converging currents. These currents have received great practical importance in various fields of science and technology. Primarily these include extrusion problems in processing of polymeric and composite materials. Mention should also be widespread problems converging currents for testing numerical schemes and rheological constitutive relations. This paper presents an analytical overview of publications devoted to the study of convergent flow of non-Newtonian fluids in channels with a stepped configuration.

Введение

Интерес к исследованиям сходящихся течений жидкостей, обладающих неньютоновскими свойствами, огромен. Это объясняется не только широкими возможностями приложения в современной химической технологии, но и многими нерешенными проблемами математического и физического характера. Физическая трактовка образования и роста циркуляционных зон по-прежнему вызывает сомнения. Многие признанные специалисты в области вычислительно реологии не пришли к единому мнению о влиянии реологических свойств полимерных жидкостей на механизм образования циркуляционных течений в угловых зонах.

В вычислительной реологии существуют задачи, довольно часто используемые в качестве тестовых проблем для отработки новых численных методов и оценки их точности. Кроме того, эти задачи могут раскрывать некоторые новые свойства течений, которые моделируются только в ограниченной области параметров. Примерами являются течение упруговязких жидкостей через осесимметричные и плоские сужения, обтекание ограниченных стенками цилиндров и сфер, течения в гофрированных каналах, течение с отрывом и прилипанием (stick-slip problem) и некоторые другие [1,2]. В то время как результаты для некоторых тестовых задач представлены или в виде таблиц и графиков и использовались для сравнения с данными других авторов и для других случаев. Количественные данные во многих случаях отсутствуют и сравнение их, в лучшем случае, может быть только качественным. В качестве первого параметра можно привести результаты численного решения для коэффициента сопротивления для задачи обтекания сферы [2], или цилиндра [3,4] при малых значениях числа Рейнольдса.

Примерами таких стандартных тестовых задач являются:

- экструзия (плоская или осесимметричная), разбухание струи;
- течения с внезапным сужением 4:1, (плоское и осесимметричное);
- обтекание цилиндра или сферы, заключенные в цилиндре;
- течение в трубе с гофрированной стенкой, диаметр которого изменяется по длине по синусоидальному закону;
- течение между эксцентрично вращающимися цилиндрами (подшипники скольжения).

Примером названных ситуаций является численное решение задачи обтекания упруговязкой жидкостью сферы или цилиндра при малых значениях числа Рейнольдса Re [2,3,4]. Полученные численные данные использовались для демонстрации того, что различные методы дают хорошо совпадающие результаты, подавая уверенность в правильности полученных решений и корректности используемых методов решения.

Для других проблем, таких как течения с плоским сужением, такие количественные данные или недостаточны, или получены только недавно [5-8]. Течение через внезапные сужения приводит к возникновению сингулярности в угловой точке, где напряжения стремятся к бесконечности. Это приводит к определенным трудностям при получении решений численными методами.

Задача течения упруговязкой жидкости при внезапном сужении канала 4:1 считается классической тестовой задачей. Интерес к течениям с сужением 4:1 раньше рассматривался как особый случай, исходя из опыта моделирования течений ньютоновских жидкостей. Поэтому течение через сужение 4:1 было принято как одно из тестовых задач при численном моделировании течения

неньютоновских жидкостей [1]. На рис.1 показана схема течения в сужающем устройстве [6].

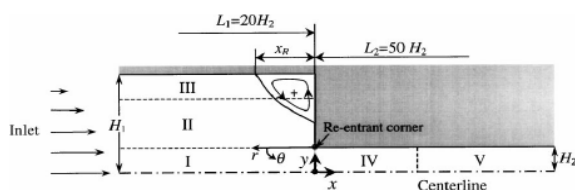


Рис. 1 - Схематичное представление течения с резким сужением

Считалось, что все изменения характеристик течения, вызывающих интерес, встречаются между сужениями 1:1 и 4:1, и что для сужений выше 4:1 не следует ожидать новой информации. Оказалось, что это мнение было ошибочным. Выше этой степени сужения встречаются интересные свойства. Хотя увеличение степени сужения иногда вызывает дополнительные экспериментальные трудности, ограничение степени сужения является неоправданным. Плоское течение с сужением 4:1 не было лучшим выбором, так как многие интересные свойства течений не выявлялись для упруговязких жидкостей [9]. Авторы этой работы предполагали, что течения с разной степенью сужения следует изучать более подробно, однако обзор литературы показывает, что только несколько исследований, в основном экспериментальные, посвящены изучению влияния степени сужения. Имеющиеся данные численных расчетов для сужения 4:1 могут оставаться справедливыми для определения алгоритмов вычислений. Поэтому необходимо систематически изучить роль степени сужения на течение упруговязких жидкостей.

Динамические эксперименты в осесимметричных сужениях с жидкостями, имеющими постоянную вязкость и псевдопластичными упруговязкими жидкостями показали присутствие дополнительной потери давления вблизи сужения, вызванной вязкоупругостью. Это значительное увеличение в «так называемой» поправке Куэтта, во многом связано с очень высоким трютоновским отношением (числом Трютон), для сильно упругих жидкостей и методом измерения давления, иногда используемом как «сопротивление в продольном течении» [15,16].

Вероятно, справедливо будет сказать, что в осесимметричном случае выбор жидкости Богера с постоянной вязкостью как модельную, а не псевдопластичную жидкость, связан «относительно легкой интерпретацией» наблюдаемого явления, а не основным новым явлением, так как усиление вихря было основной характеристикой для обоих типов модельных жидкостей. Это заключение не подтверждается для случая экспериментов с плоскими сужениями. В работе [17] обсуждалась эта разница. Результатом является следующее. Для степени сужения между 2 и 40 течение в плоском канале менее чувствительно влиянию упругости, чем течение в осесимметричном канале.

Кроме того, в осесимметричном случае, жидкости Богера проявляют предполагаемое увеличение потери давления. Однако в плоском случае, невозможно проводить различие между ньютоновскими и богеровскими жидкостями, с одинаковой вязкостью, когда дело касается зависимости давления от скорости сдвига. Для сравнения этих двух случаев использовался показатель, включающий пристенную скорость сдвига для полностью развитого течения в различных сечениях нижнего потока, средней скорости в резервуаре и скорости на выходе, а также разность $v_1 - v_2$ между средней скоростью в полностью развитом течении перед (v_1) и за сужением (v_2). Эта разность представляет собой скорость удлинения, когда жидкость переходит через сужение. Сравнение показывает, что скорость удлинения в плоском случае выше, чем в осесимметричном. В этой работе показано изменение осевой скорости в зависимости от расстояния на входе в узкий канал, полученная скоростной киносъемкой для жидкости Богера B2 ($\beta = 8:1$). Эта зависимость подтверждает, что условия течения в плоских сужениях, по меньшей мере, являются такими же, как и в осесимметричных каналах. Однако следует проводить более тщательные наблюдения, чтобы убедиться в отсутствии увеличения вихря в жидкостях Богера для плоской геометрии вплоть до точки, где течение становится неустойчивым в плоских сужениях.

С точки зрения практики, сходящиеся течения встречаются в процессах переработки полимеров, таких как экструзия и литье под давлением. В реометрии такие течения используют для точного измерения материальных свойств. С точки зрения вычислительной гидродинамики, несмотря на кажущуюся простоту геометрии канала, возникает сложная деформация (сдвиговая и продольная), что дает хорошую основу для изучения сложного течения упруговязких жидкостей. В случае внезапного сужения присутствие сингулярности во входном углу дает возможность изучения устойчивости численных схем. Связанная с этим аспектом, данная задача называется проблемой большого значения числа Вейссенберга «high Weissenberg number problem». Несмотря на большой прогресс, достигнутый в этой области, проблема эта остается до сих пор открытой. Для того, чтобы решить эту проблему, можно расширять область упругости, достижимую закруглением резких углов, или же, использовать конститутивные реологические соотношения, которые описывают поведение конечной продольной вязкости (вязкость при конечном растяжении). Другим методом может быть включение в решение локальной формы сингулярности напряжения, известную при некоторых допущениях для течения жидкости модели Олдройда-Б [9-11].

Проблема большого значения числа Вейссенберга

Проблема большого значения числа Вейссенберга «high Weissenberg number problem» возникла в конце 1970 годов. Суть ее заключается в следующем, существует верхний предел числа Вейссенберга $We_{кр.}$, выше которого численные алгоритмы расходятся. В 1984 году в работе [59] эта проблема названа «знаменитой проблемой в численном моделировании течения неньютоновских жидкостей» и имеет следующие особенности [1]:

- во всех опубликованных работах имеется предельное число We ;

- малые изменения в конститутивном соотношении (или в алгоритме) могут привести к более высокому пределу числа Вейссенберга We . Однако такие улучшения – не более чем замедление процесса разрушения численной схемы.

- когда значение числа We приближается к величине $We_{кр.}$, часто (но не всегда) появляются ложные колебания в полях переменных;

- измельчение сеток и стратегия «входных углов» влияет на величину $We_{кр.}$, однако трудно распознать общую последовательную тенденцию в опубликованных работах.

Установлено, что гиперболическая природа конститутивных реологических соотношений является важной особенностью в задачах устойчивости. Трудности, встречающиеся с устойчивостью численных схем для явных моделей второго порядка, были указаны еще раньше [60]. В работе [61] обсуждалось «изменение типа определяющих уравнений от эллиптически-гиперболического до полностью гиперболического типа.

В работе [62] изучалось течение упруговязкой жидкости реологической модели Фан-Тьен-Таннера РТТ при сужении 4:1. Авторы установили, что «потеря сходимости схемы имеет чисто численную природу». Этот результат имел важное значение, так как существовали различные предположения относительно отсутствия решений (в особенности, устойчивых решений) этой задачи.

В дальнейшем, проблема течения упруговязких жидкостей в сужениях 4:1 стала называться проблемой большого значения числа Вейссенберга, чтобы подчеркнуть, что численные алгоритмы сходятся только до некоторого предельного значения числа $We_{кр.}$

Трудности сходимости для больших значений числа We при течениях в сужениях обусловлены резким изменением геометрии, которое может вызывать очень высокий уровень напряжения, который приводит к сильной численной неустойчивости. В обзоре [31], посвященном экспериментальным и численным исследованиям плоского и осесимметричного внезапного сужения, предполагается, что предельное число $We_{кр.}$ зависит от реологических моделей и размеров сеток в области течения.

Во многих работах показано, что предельное число We уменьшается с уменьшением шага сетки. Кроме того, результаты экспериментальных работ [6,7,2] показывают, что увеличение вихря в выступающем углу зависит от многих факторов, включая вид сужения, степени сужения, скорости течения и реологических свойств жидкости.

Недавно появился значительный интерес к трехмерным течениям в связи с разработкой современных мощных компьютеров. Во многих приложениях подчеркивается необходимость разработки экономичных алгоритмов, которые могут справиться с дополнительными трудностями, которые возникнут в трехмерных задачах.

Поздние экспериментальные исследования, проведенные на более совершенных установках, добавили еще более интригующие картины течения [8-12]. При некоторых условиях, когда скорость течения в осесимметричном сужении увеличивается, в окрестности сужения встречается трехмерное течение [13,14]. Таким образом необходимо моделировать трехмерное неустановившееся осесимметричное течение с сужением, чтобы охватить все важные особенности течения.

Гиперболическая природа реологических конститутивных соотношений ответственна за множество трудностей, связанных с численным моделированием течения упруговязких жидкостей. Многие методы используют некоторую форму схемы противотока для получения численных решений при больших значениях числа We , когда течение становится преимущественно конвективным [32]. В действительности, рассмотрение конвекции совместно с расположением точек сетки является тем свойством, которое отличает метод конечного объема от других методов.

Влияние продольной вязкости на эволюцию циркуляционных течений

Важной задачей реологии является установление количественного сравнения между численными и экспериментальными результатами. Их можно представить в терминах перепада давления и интенсивности циркуляционных течений в окрестности выступающего угла и вблизи входного угла. Структура вихря и его эволюция, связанная с изменением условий течения, является решающим фактором, влияющим не только на выбор численной схемы, ее сходимость и устойчивость, но и на выбор реологического конститутивного соотношения. Эксперименты с очевидностью показывают, что не все упруговязкие жидкости будут подтверждать одинаковые структуры вихря и их рост с увеличением скорости сдвига для заданной степени сужения. В частности, важность продольной вязкости и роль, которую она играет в развитии вихрей, является существенной для теоретического [12-14] и экспериментального анализа [15-18]. Исследование входных течений методом визуализации показали существование больших рециркуляционных течений в углах резко изменяющихся сечений на входе [19]. Обширные, в

основном, качественные исследования входных течений проводились для различных расплавов и растворов полимеров. Эти работы обсуждались в обзорах [20, 24]. Многие из ранних работ выполнялись для ограниченных скоростей и имели отношение больше к неустойчивости течения (разрушению струй), чем к устойчивым структурам потока. Однако ясно, что большие вихри связаны с избытком перепада входного давления, который значительно выше, чем ожидалось и теперь предсказывается для ньютоновских и чисто вязких псевдопластичных жидкостей. Наблюдалось также, что некоторые вязкоупругие расплавы полимеров проявляют большие размеры циркуляционных течений, тогда как другие – нет [25]. На рис.2 [6] показано возникновение и развитие дополнительной вихревой зоны, возникающей вблизи угла сужения.

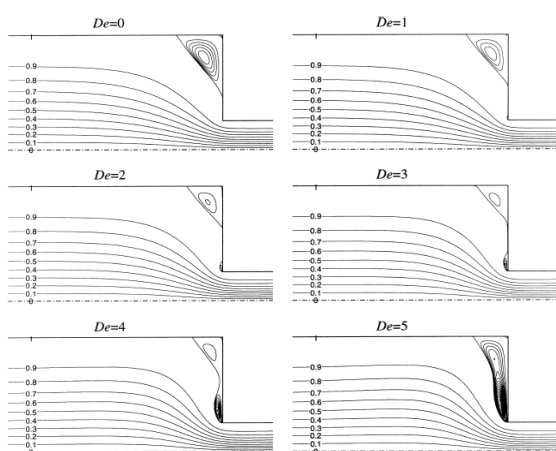


Рис. 2 - Эволюция эффекта lip-vortex

В работах [25-27] для растворов, а в работе [25] для некоторых расплавов полимеров показано, что вихри в угловых областях растут с ростом скорости потока. Показано также, что для других расплавов полимеров размеры вихрей были малыми и не росли с ростом скорости потока. Тем не менее, все авторы предполагали, что упругость жидкости ответственна за рост вихрей, однако вопрос, почему для некоторых материалов вихри растут и не растут для других материалов, оставался без ответа, до появления работ [23,28,29].

В этих работах предполагалось, что материалы обладающие, увеличивающейся со скоростью растяжения, продольной вязкостью проявляют увеличение (усиление) вихря, тогда как для материалов с уменьшающейся, или остающейся постоянной продольной вязкостью со скоростью удлинения, вихри или вообще отсутствуют, или являются малыми. Таким образом, была высказана мысль о том, что реология продольного течения играет определяющую роль в явлении роста вихря во входных течениях различных неньютоновских жидкостей. Несмотря на то, что некоторые авторы, например [23,30], обратили внимание на некоторые ошибки работы [28], однако основные идеи этой работы сохраняют силу. В работе [13] это показано наиболее полно, при этом визуализация течения комбинировалась с измерениями свойств жидкости.

Некоторые полимеры проявляют большие вихри и рост вихря (полиэтилен низкой плотности), другие (полистирол низкой плотности), другие (полистирол) почти не обнаруживает вторичного течения в плоском сужении 5,9:1. В условиях наблюдения оба течения характеризовались почти одинаковыми значениями числа Вейссенберга, однако поля течения были довольно отличными друг от друга. Различие было в свойствах продольного течения полимеров. Рост вихря был ясно связан с неограниченным ростом напряжения растяжения со временем при фиксированных скоростях деформации растяжения, в то время как отсутствие вихря было связано с ограниченным ростом напряжения растяжения. Эти наблюдения совпадали с вышеупомянутыми результатами работы о том, что большие вихри и рост вихря связаны с механизмами снятия напряжения. Другими словами, не все упруговязкие жидкости проявляют эффект роста области циркуляционного течения вблизи входа в узкую часть канала. Таким образом, появление, рост и характеристика вихря сильно зависят от свойств продольного течения [31]. Анализ работы [32] добавил другое мнение для поддержки идеи о том, что для описания механизма роста вихря важную роль играет отношение свойств продольного и сдвигового течений, в частности, переходное поведение продольных и сдвиговых напряжений.

Отметим для справедливости, что в работах [23,33-36] подтверждается важность поведения в продольном течении для определения размеров вихрей. Например, в работе [23] показано, что если растяжение играет роль в определении поведения вихря, тогда важным является переходное поведение при растяжении жидкости.

В работе [32], используя характеристики установившегося течения, получено соотношение, связывающее перепад входного давления и длины присоединенного вихря со свойствами сдвигового и продольного течения обобщенной упруговязкой жидкости через круглые и плоские сужения. При этом предполагалось, что отличная от нуля компонента скорости жидкости в угловой области между вихрями имела осевое направление и была полностью развитой, входной угол был мал и что, отделяющая области ядра и рециркуляции кривая была медленно изменяющейся функцией осевой координаты. Кроме того, сдвиговая и продольная вязкости установившегося течения выражались степенными функциями скоростей сдвига и растяжения. После минимизации общего расхода энергии, требуемого для поддержания течения в сходящейся области между вихрями («воронка»), получены уравнения для течения в канале, через который проходит ядро течения в плоском случае. Анализ этого уравнения показал, что материалы, обладающие аномалией вязкости (твердеющие при растяжении и разжижающиеся при сдвиге), проявляют рост вихря, в то время как материалы, которые размягчаются при растяжении, проявляют меньший рост, чем твердеющие при сдвиге. Тем самым подтверждена идея о том, что вихри растут с

ростом скорости течения и уменьшением скорости растяжения (и соответственно уменьшением напряжения растяжения). (Механизм освобождения напряжений) [23].

Теоретические результаты работы [32] проверялись экспериментально [37] для осесимметричных и плоских сужений при течении псевдопластичных водных растворов полиакриламида, ксантан-гума и жидкости Богера. Соответствие между значениями продольной вязкости, полученное из теории и экспериментальным путем, для псевдопластичного раствора полимеров было очень хорошее. Получено также хорошее совпадение между измеренными и вычисленными значениями длины присоединного вихря для этих растворов полимеров при скоростях, когда вихри растут, несмотря на тот факт, что определение длины присоединенного вихря давалось как расстояние, на котором течение отклоняется от полностью развитого течения.

Несмотря на хорошее совпадение теоретических результатов [32] с экспериментальными [37] результаты этих работ подвергались сомнению [38], так как эксперименты в работе [37] проводились для установившегося состояния, как того требует теория. Поэтому в работе [38] теоретические данные работы [32] проверялись для входного течения полуразбавленных растворов полужестких со стержнеобразными молекулами ксантан-гума, для которых можно измерять продольную вязкость более точно. Авторы нашли, что увеличение скорости через осесимметричное сужение 4,4:1 приводит к незначительному росту размера вихрей вторичного течения и совпадению с результатами наблюдения работы [39] для 0,01% раствора ксантана в воде. Закругление угла сужения приводит к незначительному отличию размеров вихря, наблюдаемых в работе [38]. Независимость размеров вихря от скорости течения привела к предположению о важности свойств продольного течения на развитие вихря и длина присоединенного вихря вторичного течения может быть тесно связана с отношением Трутона раствора.

Таким образом, теория Биндинга была полезным вкладом в понимание механизма развития вихрей, хотя она использовала свойства жидкостей при установившихся сдвиговых и продольных течениях.

Динамика роста вихря

Несомненно одним из основных тем в изучении входных течений неньютоновских жидкостей является понимание механизмов, различных переходных течений, которые встречаются при изменении числа Вейссенберга.

В ряде работ [34,40-44] изучалось течение в каналах с внезапным сужением упругих жидкостей, которые имеют постоянную сдвиговую вязкость (так называемые «жидкости Богера»). Эксперименты проводились, в частности, с использованием разбавленного раствора полиакриламида в воде и в сиропе глюкозы. Такие

растворы характеризовались постоянной вязкостью, без проявления псевдопластических свойств. Кроме того такие растворы обладают продольной вязкостью при стационарном растяжении, которая существенно растет со скоростью деформации [45].

При изучении течения с различной степенью сужения каналов показано, что при скорости сдвига, вызывающей квадратичное поведение нормального напряжения, выпуклые угловые вихри сильно увеличиваются в размерах. Безразмерная длина вихря ($X = L_1 / D_u$) является функцией только числа Вейссенберга ($We = \dot{\gamma} \lambda$), которое определялось на основе средней скорости нижнего потока и максвелловского времени релаксации, вычисленного из пристенной скорости сдвига нижнего потока. Например, в пределах $We = 0,218 - 0,263$ длина присоединенного вихря увеличилась на 100%. Причем это изменение не зависело от степени сужения. В работе [34] показано, что упругость является единственным фактором, ответственным за образование и рост наблюдаемых вихрей. При дальнейшем увеличении We вторичное течение становится асимметричным и в конечном счете поворачивается, что приводит к трехмерному течению.

В работе [46] изучалось влияние псевдопластичности и упругости жидкости на длину присоединенного вихря. Показано, что значительный рост вихря происходит для псевдопластичных жидкостей только при очень высоких значениях числа We , когда влияние упругости жидкости достаточно, чтобы превзойти влияние неньютоновской вязкости. Наблюдались различные формы функциональной зависимости $- \dot{\gamma} = \dot{\gamma}(We)$ для жидкости Богера с различными временами релаксации. Таким образом, требуется более чем одна безразмерная группа для корреляции наблюдаемого роста вихрей для жидкости Богера.

В работе [12] выполнено экспериментальное изучение входного течения с двумя различными жидкостями Богера (растворы полиакриламида в сиропе глюкозы и растворы полиизобутилена в бутadiене) через круглые внезапные сужения с различными степенями $\beta = 4 \div 16$. Эти два раствора имели почти одинаковые реологические свойства при динамическом и сдвиговом режиме. Однако наблюдаемая динамика роста вихря была очень различной. На основе анализа формы вихря для обоих растворов было высказано предположение, что знание свойств жидкостей в стационарных и динамических режимах сдвига недостаточно для описания входного течения в круглых сужениях. Вероятное объяснение различного поведения этих растворов заключается в их различных значениях продольной вязкости [47].

В соответствии с наблюдениями работ [12,47-49] установлено, что упругие жидкости во входных течениях могут проявлять два перехода к временно-зависимому трехмерному течению – один переход происходит при малых значениях числа We [34].

Увеличение числа Вейссенберга приводит к непрерывному росту вихрей и к разрушению осевой симметрии течения. Более высокие значения скорости сдвига еще приводят к вращению осесимметричных вихрей вокруг искривленной поверхности большой трубы до тех пор, пока при значении пристенной скорости сдвига 300с^{-1} и выше, не наблюдается винтовое течение. Жидкость из вихревой области перетекает в виде струи периодически в нижний поток. Все эти переходные течения наблюдались при очень малых значениях числа Рейнольдса ($\leq 2,9 \cdot 10^{-2}$).

Переходные явления в течениях сильно упругих жидкостей Богера через осесимметричные сужения для широкого многообразия значений степени сужения β (2,3,4,5,6,8) были предметом экспериментального изучения в работе [50].

Здесь число Вейссенберга определялось таким же образом, как и в работе [49], вычисляя его из максвелловского времени релаксации, которое в свою очередь определялось из вязкоупругих свойств жидкости в нижнем течении.

В этой работе для отношения сужения $2 \leq \beta \leq 5$ найдено, что при критическом числе Вейссенберга равным 1,5 для $\beta = 4$ течение вблизи края испытывает бифуркацию Хопфа, являясь трехмерным и нестационарным, до этого будучи двумерным и стационарным. Хотя такая бифуркация Хопфа наблюдалась и в работе [49] для осесимметричного течения при степени сужения $\beta = 4$, она не была такой, которая наблюдалась в работе [50], с последующим возвратом к установившемуся двумерному состоянию при более высоких скоростях сдвига. Авторы не обнаружили бифуркацию Хопфа при более высоких степенях сужения. Для случая $3 \leq \beta \leq 5$ и высоких We авторы обнаружили переход с удвоенным периодом компонент скоростей вблизи края. Было установлено, что впоследствии развитие квазипериодического состояния для случая $2 \leq \beta \leq 5$, при $We = 3,0$ почти не зависит от β . Это соответствует состоянию, когда образуются краевые вихри. Как показано в работах [47,12], краевой вихрь увеличивается в верхнем потоке и направлен радиально наружу, когда We продолжает увеличиваться. Как только краевой вихрь достигает угла верхнего потока он растет быстро, чтобы образовать большой выпуклый упругий вихрь, как описывалось другими исследованиями этой проблемы. В то же самое время, когда течение проходит через описанные выше переходы, можно видеть изменения других форм потока. Например, для $2 \leq \beta \leq 5$ и чисел Вейссенберга, сравнимых со значениями, при которых становится заметным краевой вихрь, видно уменьшение осевой скорости, когда жидкость приближается к горловине сужения, до того, как ускоряется снова ближе к плоскости сужения. Это приводит теперь к хорошо установленному явлению, называемому «расходящимся течением».

Как показано в работе [50] это явление не связано с появлением краевых вихрей. Чувствительность расходящегося течения к степени сужения привела авторов к предположению, что скорость сдвига в верхнем потоке и зависимость общей деформации Генки

$$\varepsilon = \int_0^\infty \dot{\varepsilon} dt = \int_{U_z(-\infty)}^{U_z(x)} \frac{du_z}{u_z} = \ln(\beta^2)$$

от значения β может быть важной для появления расходящегося течения. Как только длина присоединенного упругого вихря достигает своего максимума, дальнейший рост We приводит к пульсирующему осесимметричному вихрю (при $\beta = 3$ и 4). Однако, для больших β вихрь становится асимметричным. Кроме того, он больше не пульсирует, а вращается в трубе на верхнем потоке. На рис.3 показано нестационарное течение в сужающемся канале при различных значениях числа Деборы [64].

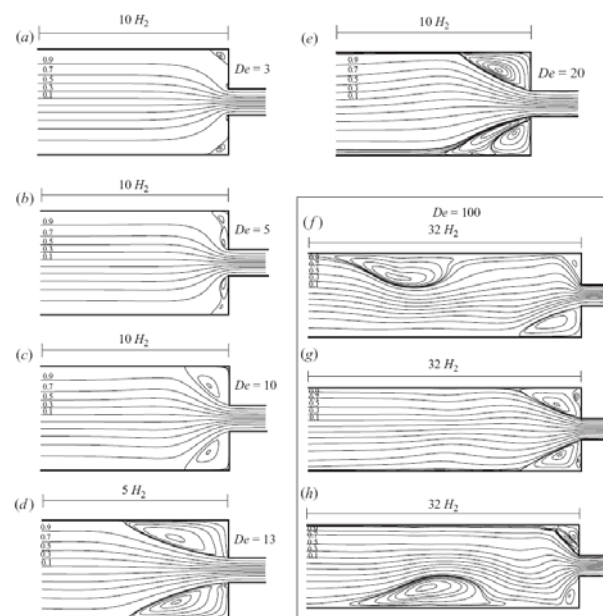


Рис. 3 - Иллюстрация нестационарного течения при высоких значениях числа Деборы

Поведение течения Богера в осесимметричном сужении исследовалось в работе [51], в которой отмечено критические условия начала упругой неустойчивости, путем измерения разности давления поперек плоскости сужения, когда скорость течения увеличивается. Первой упругой неустойчивостью, отмеченной в этой работе, был переход к слабому периодическому течению, отождествленному как краевая неустойчивость, обсужденная в работах [49,50]. Новым в этой работе было указание на следующий факт. Хотя эта первая неустойчивость локализовалась вблизи края и быстро уменьшалась вдали от плоскости сужения в направлении верхнего течения, неустойчивость переносилась в трубу нижнего потока.

При увеличении значения We частота колебаний давления внезапно уменьшается. При таких больших значениях числа Вейссенберга We ($8,2 \leq We \leq 12,0$) верхнее течение испытывает бифуркацию из осесимметричного установившегося к трехмерному периодическому во времени течению. Между первой и второй неустойчивостью кривые вихри быстро растут радиально и затем в осевом направлении. Наконец, при $De \approx 13,5$ течение становится иррегулярно временно-зависимым.

Авторы работы [51] заключили, что рост упругих вихрей, наблюдаемых при $De > 12$ качественно подтверждает выводы работ [28,32] о том, что значительный рост вихрей вызван высокой продольной вязкостью.

Дальнейшие исследования механизма, ответственного за рост вихрей в упруговязких жидкостях, исследовался в работах [52,44,42,53] путем изменения степени сужения, закругления углов на краю сужения и сравнения переходов течения для острых и скругленных сужений. Было установлено, что изменение геометрии края сужения оказывает влияние на все поле течения. Различие уровня активности вихрей жидкостей Богера изучалась в работах [42,53] для плоского сужения и квадратного сужения [44]. В соответствии с наблюдениями [42], когда закруглялись углы, показано, что срезание угла на одной стороне края квадратного сужения сильно влияет на глобальную структуру течения: вихрь на стороне которой угол был срезан, становится меньше, а на другой (рассматривая на течение сквозь плоскость симметрии) вихрь увеличивается в размере.

Жидкости Богера проявляют явное отличие не только в виде различия активности вихрей в зависимости от геометрии сужения, но проявляют также различные механизмы, приводящие к большому входному давлению, избыточному по сравнению с ньютоновской жидкостью, имеющей одинаковую вязкость с вязкостью жидкости Богера. Здесь под «избыточным входным давлением» понимается давление, которое превышает давление, требуемое для обеспечения полностью развитого течения в зонах верхнего и нижнего течения.

Для осесимметричного сужения показано, что рост входного давления сопровождается развитием больших циркуляционных зон [37]. При некоторой скорости течения почти все вихри, вблизи выступающего угла, исчезают для плоской геометрии. В точках, где имеется значительный рост в избытке входного давления, поддерживалось течение в виде луковичи (расходящееся течение) [54]. Для острого входа угловой вихрь растет быстро до тех пор, пока течение не потеряет свою симметрию и не начнет вращаться. В случае закругленного входа, наоборот, наблюдался рост краевого вихря и последующее расширение в угловом вихре, которое в основном составляет увеличение длины присоединенного вихря при высоких скоростях сдвига. Закругление угла

является аналогичным по влиянию на вихри, как и уменьшение степени сужения β [55].

Комбинированное влияние

Комбинированное влияние области течения, скорости потока и реологических свойств жидкости на перепад давления и динамику роста вихрей исследовались в работе [56], где изучалось течение раствора полистирола в олигомере стирола через сужение-расширение 2:1:2; 4:1:4; 8:1:8. Эта работа расширяет работу этих же авторов [57] для случая 4:1:4. Здесь использовались переходные реологические свойства продольного течения для объяснения огромной разницы, наблюдаемой в литературе, посвященной росту вихрей для жидкостей Богера в каналах различной геометрии.

Безразмерный перепад давления $\Delta p(We, \beta)$ в этой работе определялся вычислением разности давления в верхнем и нижнем потоке, вычитая разность давления в пуазейлевском течении и нормируя результат перепадом давления для ньютоновской жидкости. Был установлен монотонный рост перепада для всех степеней сужения, когда число Деборы превосходит критическое значение. Этот рост сопровождается началом упругой неустойчивости жидкости.

Результаты исследований, проведенных для каналов с геометрией 4:1:4 и 8:1:8 показали подобную динамику роста вихрей: вихри подобные вихрям в случае ньютоновской жидкости, растущие в размере и растягивающиеся с ростом We , вплоть до начала глобальной неустойчивости. Вихрь теперь прогрессирует в азимутальном направлении вместе с струей жидкости в горловине верхнего течения плоскости сужения. Закругленные углы теперь переводят динамику роста вихря к более высоким We . В работе [56] дан, во-первых, перепад давления, для предсказания размера отдельного вихря для данной степени сужения, из графика длины присоединения в зависимости от We , чтобы учитывать радиус кривизны закругленного угла. Во-вторых, и это более важно, авторы дали первое количественно доказательство того, что кинематика течения для различных упруговязких жидкостей во входных течениях может быть рационализировано на основе реологических данных. В частности, авторы показали, каким образом отношение нормальных напряжений, возникающих в пристенном сдвиговом течении, и продольные напряжения, возникающие в центральной линии продольного течения, можно использовать для данного отношения сужения, будет ли расти вихрь на краевом или на выступающем углу.

В работе [58] анализ Биндинга [32] расширился для получения продольной вязкости модельной жидкости S1 в скругленных сужениях. Хотя в теории Биндинга рассматривались течения с сужением в режиме высоких пристенных скоростей сдвига, здесь показано, что «воронкообразное» течение встречается и при низких скоростях сдвига. Поэтому кусочное множество степенных приближений можно использовать для определения

входного перепада давления при различных значениях пристенной скорости сдвига. Выводы работы [59] для скругленного сужения 24,4:1 подтверждали это.

В работе [58] была высказана идея о том, что зная одноосную продольную вязкость для различных конститутивных моделей, можно выбрать для жидкости S1 модель, на основе которой можно вычислить перепад входного давления, и сравнивать его с экспериментальными данными. Сравнение с поправками Куэтта, вычисленными для моделей РТТ и К-БКЗ, используя оригинальную теорию Биндинга [32], и экспериментальные данные при различных скоростях сдвига показало, что модель РТТ лучше описывает поправку при низких (1с^{-1}) и высоких (10^3с^{-1}) скоростях сдвига. Учет упругости в теории Биндинга, как это было в работе [59], имел незначительное влияние на поправку Куэтта для модели РТТ.

Попытку логического обоснования кинематики течения различных полимерных жидкостей через сужения на основе их реологических свойств была предпринята в работах [57,58]. Авторы обратили внимание на предположение, высказанное в работах [12,50,57] о том, что разница в переходах течения, наблюдаемая для жидкостей, имеющих приблизительно одинаковые сдвиговые свойства, должна объясняться на основе их разницы реологии продольного течения. Она может возникать из разницы качества растворителя и, следовательно, из разницы равновесной конфигурации растворенного полимера, или из разницы жесткости самой полимерной молекулы. Эволюция реологических свойств, таких как переходные напряжения растяжения будет при этом нарушена.

Изучая раствор полистирола в олигомерном стироле в работе [56] показано, что присутствие краевого вихря для $\beta = 2$ и его замена угловым вихрем для $\beta = 4$ и 8 связано с тем фактом, что течение при малых β было преимущественно упруго-сдвиговым и увеличение напряжения растяжения для больших β было достаточным для вытеснения краевого вихря угловым вихрем. Такой переход не наблюдался для жидкости Богера (раствор полиизобутилена в полибутане), где краевой вихрь появлялся для $\beta < 8$. Однако, данное явление может быть объяснено тем, что полистирол растворялся в лучшем растворителе, чем полиизобутилен. Приводя доказательство того, что кинематика течения, включенная в такой переход из краевого к угловому вихрю может возникать путем замены доминирующего сдвигового течения продольным доминирующим течением, в работе [56] предложено выражение для отношения нормального напряжения, определяющего этот переход

$$\zeta = \frac{N_1 / \eta_0 \dot{\gamma}}{(\tau_{zz} - \tau_{rr}) / \eta_0 \dot{\epsilon}},$$

где N_1 - первая разность нормальных напряжений, генерированная сдвиговым течением вблизи стенок, η_0 - ньютоновская вязкость жидкости. Важность работы [56] заключается в том, что она представляет первую попытку количественного объяснения разницы в переходах вихрей из одной жидкости к другой в терминах их реологических свойств.

Литература

1. Tanner R.I., Walters K. Rheology: An Historical Perspective (Elsevier, Amsterdam, 1998).
2. Brown R.A., McKinley G.H., J. Non-Newtonian Fluid Mech. **52**, (1944) 407-413.
3. Fan Y., Tanner R.I., Phan-Thien N. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **84** (1999) 233-256.
4. Alves M.A., Pinho F.T., Oliveira P.J. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **97** (2001) 207-232.
5. Phillips T.N., Williams A.J. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **87** (1999), 215-246.
6. Alves M.A., Pinho F.T. Oliveira P.J. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **93** (2000) 287-314.
7. Aboubacar M., Webster M.F. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **98** (2001) 83-106.
8. Aboubacar M., Matallah H., Webster M.F. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **103** (2002) 65-103.
9. Hinch E.J., J. Non-Newtonian Fluid Mech. **50** (1993) 161-171.
10. Davies A.R., Devlin J. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **50** (1993) (173-191).
11. Renardy M. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **58** (1995) 83-89.
12. Boger D.V., Hur D.U., Binnington R.J., J. Non-Newtonian Fluid Mech. **20** (1986) 31-49.
13. White S.A., Baird D.G. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **20** (1986) (93-101).
14. Tremblay B. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **43**, (1992) 1-29.
15. Luox.-L., Mitsoulis E. J. Rheol. **34(3)** (1990) 309-342/
16. White S.A., Baird D.G. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **30** (1988) 47-71.
17. Mitsoulis E. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **97** (2001) 13-30.
18. Aboubacar M., Matallah H., Webster M.F. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **103** (2002) 65-103.
19. Tordella J.P. Trans. Soc. Rheol. **1** (1957) 203-212.
20. Tordella J.P. In: Rheology (ed.F.R.Eirich) (Academic, New York 1969).
21. Dennison M.T. Plos. Inst. Trans. J. **35** (1967) 803-808.
22. Petrie C.J.S., Denn M.M. AIChE J. **22(2)** (1976) 209-236/
23. White J.L., Kondo A. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **3** (1977) 41-64.
24. Boger D.V. In: Advances in Transport Processes (ed. A.S.Mujumdar, R.A.Mashelkar) (Wiley Eastern, New Delhi, 1982).
25. Ballenger T.F., White J.L. J. Appl. Polym. Sci. **15(8)** (1971) 1949-1962.
26. Giesekus H. Rheol. Acta. **7(27)**. (1968) 127-138.
27. Ramamurty A.V. Trans. Soc. Rheol. **18(3)** (1974) 431-452.
28. Cogswell F.N. Polym. Eng. Sci. **12** (1972) 64-63.
29. Cogswell F.N. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **4** (1978) 23-28.
30. Bending D.M. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **27** (1988) 173-189.

31. White S.A., Baird D.G. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **29** (1988) 245-267.
32. Binding D.M. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **27** (1998) 195-245/
33. Xue S.C., Phan-Thien N., Tanner R.I. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **74** (1988) 195-245.
34. Ngugen H., Boger D.V. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **5** (1979) 353-368.
35. Byars J.A., Binnington R.J. Boger D.V. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **72** (1997) 219-235.
36. Cable P.J., Boger D.V. AIChE Jornal. **24** (1978) 868-879.
37. Binding D.M., Walters K. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **30** (1988) 233-250.
38. Zirnack M.A., Boger D.V. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **79** (1998) 105-126.
39. Binnington R.J., Boger D.V. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **26** (1987) 115-123.
40. Boger D.V., Nguyen H. Polym. Eng. Sci. **18(13)** (1978) 1037-1043.
41. Cochrane T., Walters K., Webster M.F. Phil. Trans. Royal Soc. London. Ser. A. **301**. (1981) (163-181).
42. Walters K., Rawlison D.M. Rheol. Acta. **21** (1982) 547-552.
43. Evans R.E., Walters K., J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **20** (1986) 11-29.
44. Walers K. In: Viscoelasticity and Rheology (ed. A.S.Lodge, M.Renardy, J.A.Nohel) (Academic, New York, 1985).
45. Boger D.V. Pure Appl. Chem. **57(7)** (1985) 921-930.
46. Boger D.V. Ann. Rev. Fluid Mech. **19** (1987) 157-182.
47. Muller S.J. Experimental analysis of flow through an axisymmetric suddex contraction: Rheologicul characterization and LDV measurements. Ph D thesis MIT Cambridge M.A., MA.1986.
48. Lawber J.V., Muller S.J., Brown R.A., Armstrong R.C. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **20** (1986) 51-92.
49. Mc.Kinley G.H., Roiford W.P., Brow R.A., Armstrong R.C. Journal of Fluid Mech. **223** (1991) 411-456.
50. Yesilata B., Ozekin, Neti S. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **85** (1999) 35-62.
51. Boger D.V., Binnington R.J. J. Rheol. **38** (1994) 333-349.
52. Walters K., Webster M.F. Phil. Trans. Royal Soc. London. Ser A. **308** (1982) 199-218.
53. Cable P.J.,Boger D.V. AIChE Journal, **24** (1978) 992-999.
54. Boger D.V., Binnington R.J. J. Non-Newtonian. Fluid Mech.**35** (1990) 339-360.
55. Rohstein J.P., Mc Kinley G.H. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **98** (2001) 33-63.
56. Rothstein J.P., Mc Kinley G.H. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **86** (1999) 61-88.
57. Maia J.M. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **85** (1999) 107-125.
58. Binding D.M. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **41** (1991) 27-42.
59. Crochet M.J., Davies A.R., Walters K. Numerical simulation of non-Newtonian flow (Elsevier,1984).
60. Tunner R.I. J. Non-Newtonian Fluid. Mech. **10**, 1969 (1982).
61. Voo J.Y., Joseph D.D. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **19**, 15 (1985).
62. Boger D.V., Hur D.U., Binnigton R.J. J. Non-Newtonian. Fluid Mech. **20**, 31 (1986).
63. Alves M.A., Oliveira P.J., Pinho F.T. J. Non-Newtonian Fluid Mech. **93** (2004) 117-130.
64. Afonso A.M., Oliveira P.J., Pinho F.T. Alves M.A., J. Non-Newtonian Fluid Mech. **677** (2011), 272-304.
65. Снигерев Б.А., Тазюков Ф.Х., Кутузов А.Г., Амер Аль Раваш. Течение упруговязкой жидкости со свободной поверхностью// Вестник Казанского технологического ун-та., 2007, Вып.1., С.86-93.
66. Мануйко Г.В., Аминова Г.А., Дьяконов Г.С., Бронск5ая В.В. Моделирование периодического процесса полимеризации бутадиена на модифицированном литиевом катализаторе с учетом изменения его активности. // Вестник Казанского технологического ун-та, 2012, Вып.1., С.79-86.

© **Ф. А. Гарифуллин** - д-р техн. наук, проф. каф. технология конструкционных материалов КНИТУ; **Ф. Х. Тазюков** - д-р техн. наук, проф. каф. теоретической механики и сопротивления материалов КНИТУ; tazyukov@mail.ru; **М. А. Ахмадиев** – канд. физ.-мат. наук, доц. каф. высшей математики КНИТУ; **Р. С. Шайхетдинова** - ст. препод. каф. технология конструкционных материалов КНИТУ, rami21@yandex.ru.