

## МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКСТРУДЕРА КАК НЕЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Ключевые слова: процесс экструзии, устойчивость экструдера, диаграммы Ламерея.

Рассматриваются вопросы исследования устойчивости процесса экструзии полимеров. Для определения устойчивого режима работы экструдера как нелинейного объекта управления предлагается использование метода точечных преобразований с построением диаграмм Ламерея, основанных на так называемых «функциях последования», представляющих собой зависимости давления и производительности червяка и головки экструдера.

Keywords: extrusion process, extruder stability, Lamerey charting.

Addresses issues of stability process of extrusion polymers. To determine a stable operating mode of the extruder as nonlinear control object is proposed to use the method of point transformations with Lamerey charting based on the so-called "the functions of the successor", which are dependencies of pressure and capacity of the extruder worm and nozzle.

Проблема изучения динамики экструзионного процесса связана с наличием нелинейности в цепи обратной связи в структурной схеме экструдера, приведенной в [1]. Это существенно затрудняет аналитическое исследование переходных процессов в реальных условиях «больших отклонений». Нелинейность обусловлена наличием в формуле производительности таких величин, как вязкость и индекс течения, которые для аномальновязких жидкостей являются переменными величинами. Присутствие в обратной связи блока перемножения делает систему существенно нелинейной. В этой связи оценка устойчивости объекта в условиях меняющихся параметров процесса экструзии точными методами не представляется возможным. Очевидно, что поставленная задача поддержания постоянства давления смеси в рабочей зоне экструдера не может быть решена без рассмотрения более общей проблемы сохранения устойчивости в указанной системе. Обзор существующих подходов к оценке устойчивости подобных объектов позволяет убедиться в преимуществах метода фазовых траекторий и метода точечных преобразований [3, 4].

Применение метода фазовых траекторий можно показать на примере системы второго порядка с трёхпозиционным реле. Как показано в [3], характеристика переключения и фазовая траектория этой системы имеет вид (см. рис. 1, а, б).

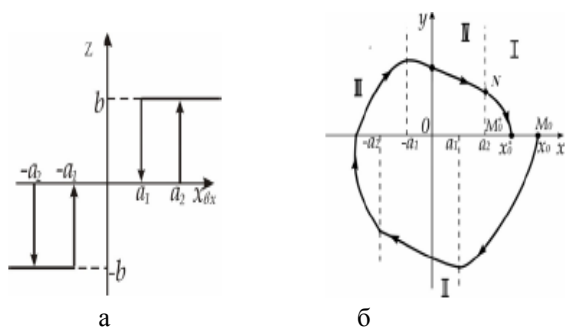


Рис. 1 - Характеристика трёхпозиционного реле (а) и его фазовая траектория (б)

Чтобы исследовать динамику системы методом фазовых траекторий, необходимо выяснить, как, в зависимости от начальных условий, перемещается рабочая точка  $M_0$  по оси абсцисс. Для этого вся фазовая траектория разделяется на отдельные участки (I, II, III, IV). Из всех участков рассмотрим изменение фазовой траектории на оси  $+x$ . [3].

Допустим, что начальное положение изображающей точки системы  $M_0$ , где  $x(0) = x_0$ . Изображающая точка будет двигаться по соответствующим траекториям и снова приходит на ось  $+x$  в точку  $M_0^*$ , где  $x^* < x_0$ . Если при любых значениях  $x_0$  оказывается, что  $x^*$  всегда меньше  $x_0$ , то система имеет затухающий и поэтому устойчивый переходный процесс. Но если  $x^* > x_0$ , то это свидетельствует о расходящемся и поэтому неустойчивом процессе и возможности автоколебаний в предельном цикле.

В отличие от метода фазовых траекторий, где требуется построение кривых движения системы в фазовом пространстве, графоаналитический метод точечных преобразований позволяет определить устойчивость или неустойчивость нелинейной системы без построения фазовых траекторий. [4] Очевидно, изменение положения точки  $M_0$ , не зависит от  $y$ . Величина  $y$  для обоих значений  $M_0$  и  $M_{*0}$  равна 0. Это изменение  $\Delta x$  зависит от начального значения  $x_0$ . В результате получаем зависимость  $x_1 = f(x_0)$ .

При наличии двух взаимосвязанных характеристик движения системы, зависящих от начальных условий, анализ сводится к отысканию так называемых функций последования точки  $M_0$  в последующие  $M^*$ , графическое изображение которых образует так называемую диаграмму Ламерея. [4]. Диаграмма строится в виде двух кривых, отражающих указанные функции. В этом случае по вертикальной оси диаграммы Ламерея откладываются значения искомой координаты на условном «входе»  $x_1$  и «выходе»  $x_2$  процесса. Их равенство свидетельствует о стационарном (установившемся) режиме. По горизонтальной оси откладывается либо тот же параметр, но в другой временной фазе, либо главный определяющий (другой) параметр  $x_0$ , от которого зависят как  $x_1$ , так и  $x_2$ . Изобразив диаграмму в

виде двух кривых (рис.2), можно получить решение так называемых прямой и обратной задач.

Прямую задачу можно применить при анализе системы. Суть построения сводится к отысканию значений  $x_1=x_2$  в точке установившегося режима. Для этого необходимо задаться параметрами процесса, кроме  $x_1$  и  $x_2$  после чего рассчитать и построить функции последования на графике  $x_0, x_1$  и  $x_0, x_2$ .

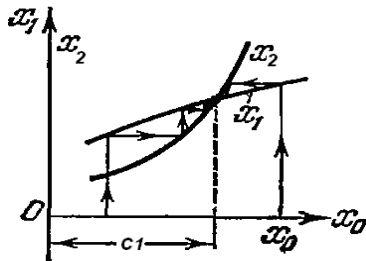


Рис. 2 - Диаграмма Ламерея в виде двух кривых с устойчивым предельным циклом

Обратная задача способна решить вопросы синтеза системы. Для этого предлагается отложить по вертикальной оси значения в установившемся режиме и построить график для первой функции последования. Тогда, появляется возможность представить расположение второй функции последования, которая должна проходить под соответствующим углом.

Применительно к экструдеру данный метод позволяет оценить устойчивость «в большом», по изменению давления на выходе экструдера и, соответственно, производительности на выходе экструдера. Используя аналогию между работой экструдера и процессом заполнения резервуара со сливом и подачей жидкости, можно построить динамическую модель экструзии, в которой изменение условий входа приводит к изменению соотношения между длиной зоны загрузки и длиной зоны дозирования. Основное уравнение динамики процесса может быть записано в форме:

$$V = \int_0^{\tau} Q_s \xi \phi \tau - \int_0^{\tau} Q_0 \xi \phi \tau \quad (1)$$

где  $V$  – запас материала, образующийся вначале цилиндра (в зоне загрузки),  $Q_s(\tau)$  – мгновенная производительность зоны загрузки, представленная в виде функции времени;  $Q_0(\tau)$  – мгновенная производительность зоны дозирования, представленная в виде функции времени. Следовательно, скорость изменения запаса равна [5]:

$$dV/dt = Q_s(\tau) - Q_0(\tau) \quad (2)$$

Очевидно, что в установившемся режиме течения смеси объем поступающего материала равен объему материала, выходящему из формирующей головки. Тогда установившийся режим течения смеси можно охарактеризовать условием:

$$Q_s(\tau) = Q_0(\tau), dV/dt = 0. \quad (3)$$

Полагая цилиндр с вращающимся червяком источником поступающей в систему смеси, а головку – источником выходного материала, условие (3) можно переписать в виде:

$$Q_4(\tau) = Q_0(\tau), dV/dt = 0 \quad (4)$$

Производительности указанных участков экструдера зависят соответственно от величин давлений, развиваемых на конце червяка и выходе формирующей головки [2,5]:

$$Q_r(P) = K_g \frac{P(M)}{\eta_{эф}}, \quad (5)$$

$$Q_4(P) = \frac{\pi^2 D^2 k_n h_{cp} N \sin \varphi \cos \varphi}{2} \left( -\frac{ie}{t} F_a - \frac{\pi^2 k_0 D h_{cp}^3 \varphi \sin^2 \varphi P}{12 \eta_{эф} L} \right) \left( -\frac{ie}{t} F_p \right) \quad (6)$$

В свою очередь, давление может быть выражено как [2]:

$$P(M) = \frac{M - k_2 \omega}{k_1} \quad (7)$$

Тогда (5) и (6) с учетом (7) примут вид:

$$Q_r(M) = K_g \left( \frac{M - k_2 \omega}{k_1} \right) \frac{1}{\eta_{эф}} \quad (8)$$

$$Q_4(M) = \frac{\pi^2 D^2 k_n h_{cp} \omega \sin \varphi \cos \varphi}{2} \left( -\frac{ie}{t} F_a - \frac{\pi^2 k_0 D h_{cp}^3 \varphi \sin^2 \varphi}{12 \eta_{эф} L} \frac{M - k_2 \omega}{k_1} \right) \left( -\frac{ie}{t} F_p \right) \quad (9)$$

Таким образом, наблюдается наличие двух взаимосвязанных характеристик движения системы  $Q_a(M_c)$  и  $Q_r(M)$ , зависящих от начальных условий. Анализ устойчивости в такой системе может быть проведен указанным методом точечных преобразований.

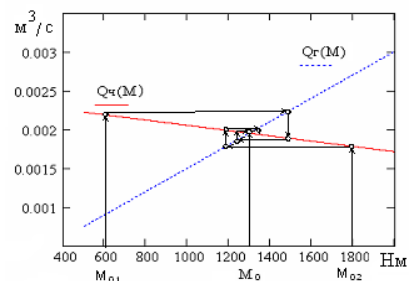
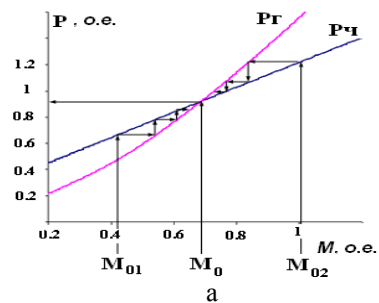


Рис. 3 - Функции последования экструдера: а) в виде кривых давления; б) в виде кривых производительностей

Задаваясь начальным значением момента, развиваемого червяком, а затем, проецируя рабочую точку с одной характеристики на другую, можно

получить ряд значений производительностей в переходном процессе. Подставим численные значения параметров и, считая, что привод экструдера развивает момент, равный статическому моменту, получим диаграмму Ламерея, отражающую ход кривых (рис. 3, б).

Аналогичная диаграмма может быть построена и для кривых давления. В этом случае, в качестве функции последования следует принять выражение (7), определяющее связь крутящего момента и давления на выходе червяка  $P_q(M)$ .

В качестве выражения, определяющего связь крутящего момента с противодействием  $P_c(M)$  следует принять (3.24) из [2], при условии, что крутящий момент, развиваемый приводом равен статическому моменту нагрузки. Тогда диаграмма примет вид, показанный на рис.3,а. На диаграмме отчетливо прослеживается нелинейность кривой противодействия  $P_c$ . Видно, что при любом начальном значении момента  $M_{0i}$ , переходные процессы сходятся, то есть стремятся к завершению в точке пересечения  $M_0$ . Точка пересечения кривых свидетельствует об устойчивости системы. Физически это соответствует равенству поступающего и выходящего из системы потоков экструдата и равенству давления, развиваемого червяком, давлению смеси, образуемому в головке, т.е. наличию установившегося режима работы экструдера с выполнением условия (3). Очевидно, что схождение процессов, или явление самовыравнивания системы зависит от углов наклона характеристик к оси абсцисс (рис. 3.9, б):

$$\gamma_q = \frac{\partial Q_q}{\partial M}, \gamma_r = \frac{\partial Q_r}{\partial M} \quad (10)$$

В случае  $\gamma_q < \gamma_r$  переходные процессы сходятся, то есть стремятся к завершению в точке пересечения. Если же по каким-либо причинам наклон характеристики  $Q_q$  окажется положительным, то будет наблюдаться расходящийся процесс. Это может произойти в случае снижения вязкости при внезапном повышении температуры и снижении давления смеси. Так как, производительность головки зависит от выходного давления смеси, то резкое повышение или снижение давления может повлечь рост или снижение производительности головки, и следовательно привести к потере устойчивости течения экструдата.

Таким образом, учитывая зависимость давления от скорости и момента червяка для каждого индивидуального типа шприцуемого продукта существует  $M_0$  с установившимся значением  $Q$  и  $P$ , которые являются оптимальным с точки зрения качества продукта.

Наряду с пропорциональной зависимостью приводного момента и давлений на выходе рабочего цилиндра и формующей головки, при анализе устойчивости процесса важно также учитывать влияние скорости вращения червяка. В этом случае функции последования становятся функциями двух переменных:

$$Q_q = f_1(M, \omega); Q_r = f_2(M, \omega) \quad (11)$$

Очевидно, в этом случае объемная диаграмма Ламерея принимает вид двух взаимопересекающихся поверхностей. Кривая, полученная в результате пересечения поверхностей, будет представлять множество точек с координатами  $(\omega_{ш}; M_{ш})$ , соответствующих установившемуся режиму. Таким образом, задаваясь указанным выше диапазоном изменения варьируемых параметров в виде матричных массивов, можно получить трехмерную диаграмму Ламерея (рис. 4).

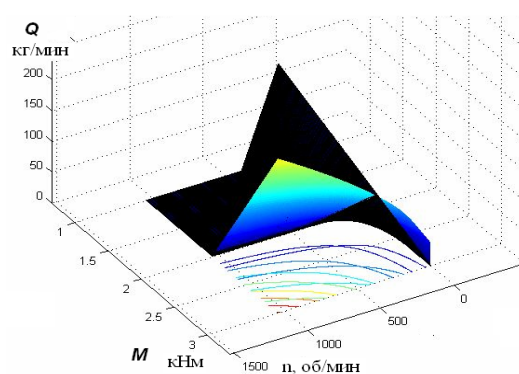


Рис. 4 - Трехмерная диаграмма Ламерея экструдера

## Выводы

Дана оценка устойчивости экструдера «в большом» как нелинейного объекта управления методом точечных преобразований с помощью диаграмм Ламерея. Установлено, что устойчивость объекта управления зависит от взаимного угла наклона образующих данную диаграмму кривых. Приведенные диаграммы позволяют сделать вывод, что устойчивый процесс экструзии наблюдается при схождении процессов изменения давления в головке при определенных значениях  $M_{ш}$  и  $\omega_{ш}$ .

## Литература

1. Ганиев, Р. Н. Математическая модель экструдера как объекта автоматического управления – Вестник Казанского технол. ун-та. - №5, Т17, с. 264-267.
2. Ганиев, Р. Н. Оптимизация процесса экструзии в шинном производстве применением частотно-регулируемого электропривода: дис. канд. техн. наук/ Р. Н. Ганиев. – Ульяновск, 2012. – 200 с.
3. Андронов, А. А. Теория колебаний/ А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. – М., 1957. – 915 с.
4. Бессекерский, В. Л. Теория систем автоматического управления/ В.Л. Бессекерский, Е. П. Попов. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Профессия, 2003. – 752 с, ил.
5. Торнер, Р.В. Теоретические основы переработки полимеров (механика процессов) / Р.В. Торнер. – М. : Химия, 1977.—464с.
6. Ганиев, Р. Н. Электропривод экструдера на основе системы векторного управления асинхронным двигателем. – Вестник Казанского технол. ун-та. - №12, Т16, с. 263-265.