

А. А. Салин, Н. С. Гришин, С. И. Поникаров

ДЕЙСТВИЕ СИЛ КОРИОЛИСА НА РАДИАЛЬНЫЕ ПОТОКИ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ЭКСТРАКТОРАХ

Ключевые слова: окружная скорость жидкости, действие кориолисовых сил, скорость проскальзывания.

Представлена система дифференциальных уравнений движения идеальной жидкости Эйлера в поле действия центробежных сил. Рассмотрено влияние кориолисовых сил на характер движения жидкостей в центробежном экстракторе. По опытным данным получена формула для определения истинной окружной скорости жидкости с учетом проскальзывания..

Keywords: circumferential velocity of the fluid, the effect of Coriolis forces, slip velocity.

The system of differential equations of motion of an ideal fluid Euler in the field of centrifugal force is represented. The influence of Coriolis forces on the character of the movement of fluids in a centrifugal extractor was concerned. Formula for determining the true circumferential velocity of the fluid taking into account slippage was determined..

Введение

Радиальные потоки центробежных аппаратов характеризуются двумя компонентами скорости: скоростью в направлении радиуса ротора и окружной скоростью, отличающейся по величине от скорости тарелки, обусловленной действием кориолисовых сил [1]. На характер движения жидкостей в межтарелочном пространстве противоречиво действуют различные факторы. При движении жидкостей от центра к периферии окружная скорость жидкости уменьшается, и чем больше радиус, тем больше проскальзывание и, наоборот, при движении её от периферии к центру жидкость опережает ротор. Кроме того, при увеличении расхода проходного сечения и скорости вращения ротора эффект проскальзывания увеличивается. Хотя, согласно литературным данным [2] действие сил Кориолиса на два порядка, меньше других центробежных сил ($\approx 0,002$), однако определение величины окружной скорости радиальных потоков представляет значительный интерес, как для расчета гидродинамических процессов, так и массопередачи. С достаточной для практических расчетов точностью можно считать, что радиальная составляющая скорости может быть выражена отношением расхода жидкости к проходному сечению щели.

Для определения величины относительной окружной скорости жидкости в литературе имеются как приближенные, так и частные решения точных дифференциальных уравнений для случая течения потоков в щелях между коническими и плоскими вставками сепараторов [1,2,3,4-6]. Однако, значительные конструктивные отличия контактных элементов в аппаратах рассматриваемого типа от конфигурации внутренних устройств тарельчатых сепараторов, для которых были получены вышеуказанные решения, вызывают необходимость их подтверждения применительно к режимам работы центробежных экстракторов дифференциально-контактного типа.

Теоретическая часть

Известно, что при движении жидкости относительно вращающегося ротора, помимо центростремительного ускорения и ускорения свободного

падения будет действовать также ускорение Кориолиса [1]. В частности, при движении жидкости в окружном направлении (по оси φ) будет иметь место ускорение Кориолиса по направлению радиуса, равное:

$$K_r = 2 \cdot \omega \cdot V_\varphi, \quad (1)$$

и при движении жидкости в радиальном направлении - ускорение Кориолиса по направлению оси φ :

$$K_\varphi = 2 \cdot \omega \cdot V_r. \quad (2)$$

Запишем уравнения движения жидкостей в цилиндрических координатах [7].

Подставляя значения проекций ускорений $\omega^2 r$, g , K_r и K_φ (рис. 1) в уравнения и, используя основной принцип гидродинамики - сумма проекций сил, действующих на движущийся объем жидкости, равна произведению массы жидкости на ее ускорение - получим уравнения движения для единичной массы жидкости в виде:

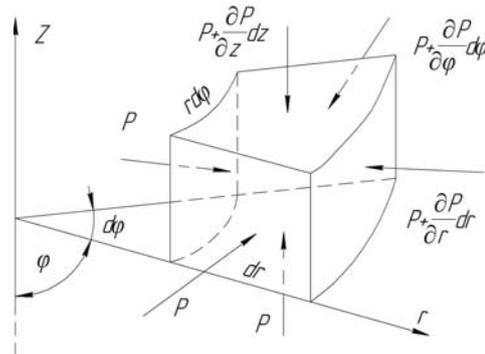


Рис. 1 - Схема действия давлений на элементарный объем в центробежном аппарате

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + \omega^2 \cdot r + 2 \cdot \omega \cdot V_\varphi &= \frac{dV_r}{dt}; \\ -\frac{1}{\rho \cdot r} \cdot \frac{\partial P}{\partial \varphi} - 2 \cdot \omega \cdot V_r &= \frac{dV_\varphi}{dt}; \\ -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} - g &= \frac{dV_z}{dt}. \end{aligned} \quad (3)$$

Система уравнений (3) может быть несколько преобразована. Учитывая, что компоненты

скорости являются непрерывной функцией r , φ , z и τ , правую часть этих уравнений можно выразить через частные производные:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V_r}{\partial \tau} \cdot V_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} \cdot V_\varphi + \frac{\partial V_r}{\partial z} \cdot V_z + \frac{\partial V_r}{\partial \tau} - \frac{1}{r} \cdot V_\varphi^2 = \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \tau} + \omega^2 \cdot r + 2 \cdot \omega \cdot V_\varphi; \\ & \frac{\partial V_\varphi}{\partial \tau} \cdot V_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} \cdot V_\varphi + \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \cdot V_z + \frac{\partial V_\varphi}{\partial \tau} - \frac{1}{r} \cdot V_R \cdot V_\varphi = \\ & = -\frac{1}{\rho \cdot r} \frac{\partial P}{\partial \varphi} - 2 \cdot \omega \cdot V_r; \\ & \frac{\partial V_z}{\partial \tau} \cdot V_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} \cdot V_\varphi + \frac{\partial V_z}{\partial z} \cdot V_z + \frac{\partial V_z}{\partial \tau} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g. \end{aligned} \quad (4)$$

Полученная система уравнений (4) представляет собой дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости Л.Эйлера в поле действия центробежных сил.

Одним из решений дифференциальных уравнений движения Л.Эйлера для установившегося потока невязкой жидкости (3) является уравнение Бернулли, имеющее большое практическое применение при расчете параметров движения жидкости во вращающихся роторах.

Для вывода уравнения Бернулли умножим левые и правые части уравнений (3), соответственно, на dr , $r d\varphi$, dz . После сложения правых и левых частей уравнений получим:

$$\begin{aligned} V_r \cdot dV_r + V_\varphi \cdot dV_\varphi + V_z \cdot dV_z = & -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \cdot dr + \frac{\partial P}{\partial \varphi} \cdot d\varphi + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz \right) + \\ & + \omega^2 \cdot r \cdot dr + 2 \cdot \omega \cdot V_\varphi \cdot dr - 2 \cdot \omega \cdot V_r \cdot r \cdot d\varphi - g \cdot dz. \end{aligned} \quad (5)$$

Можно записать, что

$$V_r \cdot dV_r = d\left(\frac{V_r^2}{2}\right); \quad V_\varphi \cdot dV_\varphi = d\left(\frac{V_\varphi^2}{2}\right); \quad V_z \cdot dV_z = d\left(\frac{V_z^2}{2}\right);$$

а их сумма:

$$d\left(\frac{V_r^2}{2}\right) + d\left(\frac{V_\varphi^2}{2}\right) + d\left(\frac{V_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{V_r^2 + V_\varphi^2 + V_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{V^2}{2}\right)$$

При установившемся движении давление в данной точке не зависит от времени. Следовательно, сумма слагаемых в скобках уравнения (5) представляет собой полный дифференциал dP . Тогда уравнение (5) запишется:

$$d\left(\frac{V^2}{2}\right) = -\frac{dP}{\rho} + \omega^2 \cdot r \cdot dr + 2 \cdot \omega \cdot V_\varphi \cdot dr - 2 \cdot \omega \cdot V_r \cdot r \cdot d\varphi - g \cdot dz.$$

После интегрирования этого уравнения получим:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{1}{\rho} P - \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2} - 2 \cdot \omega \int V_\varphi \cdot dr + 2 \cdot \omega \int V_r \cdot r \cdot d\varphi + g \cdot z = const$$

Для частного случая, когда V_φ и V_z равны нулю, т.е. когда линия тока жидкости совпадает с

направлением оси z (осевое движение) последнее уравнение запишется:

$$\frac{V_z^2}{2} + \frac{P}{\rho} - \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2} + g \cdot z = const. \quad (6)$$

Если рассматривать движение для двух сечений струйки в направлении оси вращения, то для случая полностью заполненного ротора жидкостью можно записать:

$$\frac{V_{z1}^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} - \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2} + g \cdot z_1 = \frac{V_{z2}^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} - \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2} + g \cdot z_2. \quad (7)$$

Экспериментальная часть

Для определения значимости эффекта проскальзывания относительно стенок ротора (насадки) радиальных потоков на производительность и эффективность работы безнапорных центробежных экстракторов дифференциально-контактного типа выполнена экспериментальная работа по определению проскальзывания жидкости в контактной зоне аппарата [8] с различными контактными устройствами.

В ходе экспериментального исследования переменными в опытах являлись числа оборотов ротора « n », нагрузка « Q » и размер щели « h ». Числа оборотов изменялись от 545 до 2100 об/мин, нагрузка « Q » от 50 до 600 л/час, размер щели по нормали « h » от 1 до 22 мм.

Исследования проводились в центробежном аппарате [9], ротор которого выполнен из оргстекла, что позволяло с помощью строботометра визуально производить замеры уровня жидкости внутри ротора в контактной зоне в манометрических трубках. Схема замера давлений представлена на рис. 2.

Для определения уровня R_2 - в контактную зону аппарата устанавливались две радиальных перегородки, которые обеспечивали равенство угловых скоростей жидкости и аппарата, а уровне жидкостей R_1 , R_2 и R_3 определялись при помощи шкал, нанесенных внутри контактной зоны аппарата и манометрических трубок.

Расчетную формулу для определения экспериментальных значений истинной окружной скорости $\omega_{ж}$ по данным опыта можно получить из следующих соображений. Рассматривая контактную зону аппарата и полость манометрической трубки как сообщающиеся сосуды, можно записать [10]:

а) без проскальзывания жидкости (при наличии радиальных перегородок в аппарате)

$$\begin{aligned} 0,5 \cdot \rho_{ж} \cdot \omega_0^2 \cdot (R_H^2 - R_1^2) = \\ = 0,5 \cdot \rho_{ж} \cdot \omega_0^2 \cdot (R_H^2 - R_2^2) - \Delta P_{1(сопр)} \end{aligned} \quad (8)$$

б) при проскальзывании жидкости (при отсутствии радиальных перегородок)

$$\begin{aligned} 0,5 \rho_{ж} \omega_0^2 (R_H^2 - R_1^2) = \\ = 0,5 \rho_{ж} \omega_0^2 (R_H^2 - R_3^2) - \Delta P_{2(сопр)} - 0,5 \rho_{ж} (\omega_0 - \omega_{ж})^2 \end{aligned} \quad (9)$$

где $\Delta P_{1(сопр)}$, $\Delta P_{2(сопр)}$ - потеря давления за счет сопротивления движению жидкости в контакт-

ной зоне аппарата, соответственно с перегородками и без них; ω_0 и $\omega_{ж}$ - окружная скорость ротора и жидкости.

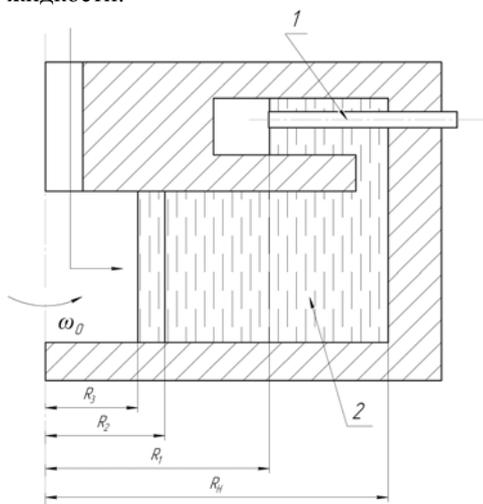


Рис. 2 - Схема замера давлений, где: 1 - манометрическая трубка; 2 - насадочная зона ротора; R_n - наружный радиус слоя жидкости и ротора; R_1 - радиус уровня жидкости в манометрической полости; R_2 - радиус уровня жидкости в роторе без проскальзывания (ротор с радиальными перегородками); R_3 - радиус уровня жидкости в насадочной зоне при проскальзывании (полый ротор)

Пренебрегая сопротивлением, вызванным трением жидкости о поверхности радиальных перегородок, можно считать, что $\Delta P_{1(comp)} = \Delta P_{2(comp)}$. Исходя из вышеизложенного, принимаем, что $\omega_0 \cdot (R_n^2 - R_1^2) = \omega_{ж} \cdot (R_n^2 - R_3^2)$ соответственно, аналогично с работой [9] получим выражение для расчета действительной окружной скорости радиального потока в виде:

$$\omega_{ж} = \pm \omega_0 \sqrt{\frac{R_n^2 - R_2^2}{R_n^2 - R_3^2}} \quad (10)$$

Знак (+) в уравнении (10) характеризует, что угловая скорость вращения жидкости при движении её от периферии к центру опережает скорость вращения аппарата, а знак (-) - угловая скорость вращения жидкости при движении от центра к периферии отстает от скорости вращения аппарата.

На рис. 3, 4 представлены некоторые результаты экспериментального исследования процесса проскальзывания радиальных потоков в зависимости от различных значений влияющих параметров.

Обработка экспериментальных данных показала, что при числах $Re = 35-140$ происходит ступенчатое изменение величины проскальзывания жидкости, что связано с переходом от ламинарного движения потока турбулентному.

Проверка применимости расчета формул по определению окружной скорости жидкости для тарельчатых сепараторов [3,11-14] показала значительное расхождение (до 40%) с экспериментальными данными, т.к. формулы были выведены без учета влияния высоты межтарелочного зазора, которые использовались только для зазоров менее

0,002м и относительно малых расходов фаз. В связи с этим уточненная формула приобретает следующий вид:

$$\omega_{ПР} = 10,7 \sqrt{\frac{Q \cdot \omega_0 \cdot h}{\lambda_0 \cdot R^4}} \quad (11)$$

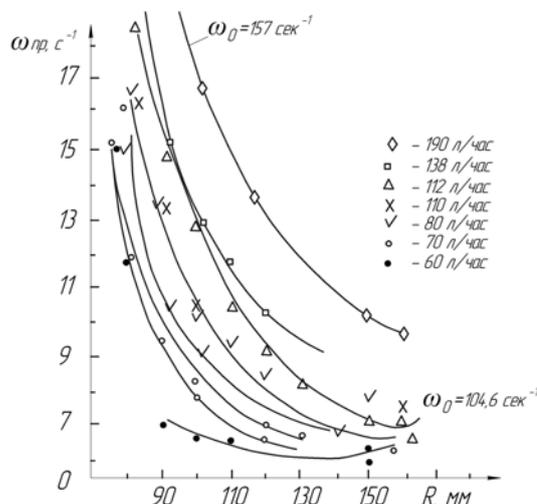


Рис. 3 - Проскальзывание жидкости при движении её от центра к периферии в зависимости от радиуса

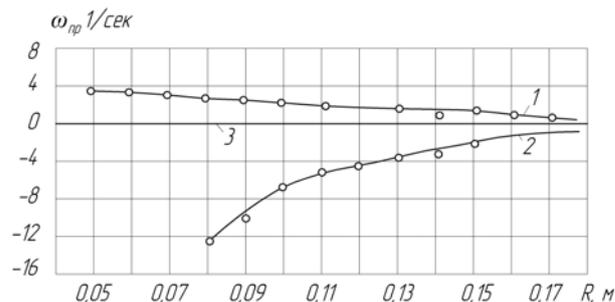


Рис. 4 - Зависимость проскальзывания радиальных однофазных потоков при $n = 1500$ об/мин, где: 1 - движение керосина от периферии к центру; 2 - движение водной фазы от центра к периферии; 3 - скорость противоточного двухфазного потока

Формула удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными [9].

Кроме того, при наличии в роторе различного вида насадок, из-за резкого увеличения площади соприкосновения протекающего потока по элементам насадок, скорость проскальзывания значительно уменьшается, поэтому в расчетную зависимость был введен параметр, учитывающий увеличение площади соприкосновения потока в насадочной зоне ротора, тогда формула (11) запишется так:

$$\omega_{ж} = \omega_0 - 10,7 \cdot \left(\frac{Q \cdot \omega_0 \cdot h}{\lambda \cdot R^4} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{f_P}{f_H} \right), \quad (12)$$

где f_P и f_H - площадь соприкосновения радиального со стенками ротора и насадки.

Таким образом, экспериментальные исследования показали, что для радиальных однофазных

потоков наблюдается значительное изменение окружных скоростей из-за проскальзывания, вызванного действием сил Кориолиса.

Литература

1. В. И. Соколов, *Центрифугирование* Химия, Москва, 1976. 408 с.
2. П. Г. Романков, С. А. Плюшкин, *Жидкостные сепараторы* Машиностроение, Ленинград, 1976. 256 с.
3. Н. Н. Липатов, *Сепарирование в молочной промышленности* Пищевая пром-сть, Москва, 1971. 400 с.
4. Н. Я. Лукьянов, *Теория и расчет молочных сепараторов* Пищевая пром-сть, Москва, 1977. 72 с.
5. В. И. Соколов, Е. В. Семенов, А. Н. Ливищев, *Сахарная пром-сть*, 12, 56-60 (1973).
6. Е. Н. Гольдин, В. А. Карамзин *Гидродинамические основы процессов тонкослойного сепарирования* Агропромиздат, Москва, 1985. 264 с.
7. А. А. Салин, Н. С. Гришин, С. И. Поникаров, *Вестник Казанского технологического университета*, 17, 4, 231-234 (2014).
8. Патент РФ № 2295377, Способ проведения массообменных процессов в центробежных экстракторах / Д. Н. Гришин, Н. С. Гришин // Зарегистрировано 20.03.07 г. Бюллетень № 8.
9. И. Д. Закиев, Н. С. Гришин, *Вестник Казанского технологического университета*, 15, 17, 158-161 (2012).
10. Н. С. Гришин, Экспериментальное изучение движения жидкостей в некоторых центробежных экстракторах / Н. С. Гришин, Ю. А. Дулатов // *Тр. КХТИ*. -1973. -Вып. 51. - 1973. -С. 45-49.
11. Е. М. Гольдин, *ОТГН*, 7, 20-23 (1957).
12. Н. Н. Липатов, *Пищевая пром-сть*, 6, 10-18 (1965).
13. Ю. П. Золотин, *Пищевая пром-сть*, 7, 7-10 (1964).
14. В. Д. Сурков, *Молочная пром-сть*, 2, 33-36 (1950).

© **А. А. Салин** – канд. техн. наук, асс. каф. машин и аппаратов химических производств КНИТУ, s888aa@mail.ru;
Н. С. Гришин – д-р тех. наук, проф. той же кафедры; **С. И. Поникаров** – д-р тех. наук, проф., зав. каф. машин и аппаратов химических производств КНИТУ.