

Я. С. Мухтаров, Р. Ш. Суфиянов, В. А. Лашков

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА ЦЕНТРОБЕЖНОГО ОТДЕЛЕНИЯ ЖИДКОЙ ФАЗЫ

Ключевые слова: центробежное фильтрование, экономико-математическая модель.

Рассмотрены основные стадии обезвоживания осадка с помощью фильтрующих центрифуг. Предложена экономико-математическая модель и получено выражение для расчета времени формирования осадка и отделения жидкой фазы.

Keywords: centrifugal filtration, economic and mathematical model.

The main stage dewatering using filtering centrifuges. An economic-mathematical model and derive an expression for the calculation of the time of formation of sludge and liquid phase separation.

Анализ и синтез любой химико-технологической системы, в том числе и систем, содержащих аппараты удаления жидкой фазы, базируется на математическом описании процессов, протекающих в ее аппаратах во всей их взаимосвязи. На основе математического моделирования процессов возможно проведение экономико-математического их исследования. Экономико-математический анализ, на наш взгляд, должен заключаться в определении взаимосвязи между геометрическими и режимными параметрами аппаратов химико-технологической системы и экономическими параметрами процесса.

Рассмотрим в аспекте экономико-математического анализа основные этапы раскрытия целевой функции применительно к различным процессам удаления жидкой фазы с целью дальнейшего использования критерия эффективности при оптимальном расчете систем аппаратов обезвоживания [1]. Для проведения анализа необходимы математические модели данных процессов, при этом возможно использование известных по литературным источникам или разработка собственных математических описаний, если известные модели либо чрезмерно сложны для практического применения, либо вообще отсутствуют.

Помимо основной цели – представления критерия эффективности в развернутом виде, для анализа эффективности функционирования того или иного аппарата (особенно при решении оптимизационных задач на низших уровнях иерархии систем аппаратов удаления жидкой фазы) может быть полезным исследование взаимосвязи параметров процессов и аппаратов с технологическими показателями, имеющими экономическую окраску, – удельной производительностью, энергоемкостью [2]. Результаты таких исследований могут помочь при предварительном назначении типоразмеров эвристически выбранного к компоновке оборудования, а также при решении более частных задач оптимизации.

Целевая функция развернутая в общем виде, в ряде случаев, может значительно упрощаться путем отбрасывания либо сокращения ее компонентов, не оказывающих существенного влияния на результат решения конкретной экономико-математической задачи.

Центробежное фильтрование суспензий, содержащих твердую фазу средней дисперсности, широко распространено в химической технологии и смежных с ней отраслях промышленности. В современных фильтрующих центрифугах непрерывного действия процесс, как правило, протекает в тонком слое.

Известные описания процесса центробежного фильтрования наиболее полно представлены в трудах В.И. Соколова [3], Д.Е. Шкоробада [4]. Несмотря на свои безусловные достоинства, данные математические модели, независимо от различия подходов, имеют, на наш взгляд, некоторые общие недостатки. В первую очередь, отметим, что в большинстве этих работ предполагается наличие трех периодов центробежного фильтрования, последним из которых является механическая сушка осадка. Использование такого способа осушения отфильтрованного осадка обосновано если процесс осуществляется в одном аппарате, но становится нецелесообразным если в процессе задействована система аппаратов, включающая аппарат(ы) механического «обезвоживания» и сушки. Далее, описание различных периодов фильтрования в этих моделях опирается на физические представления различной природы, что усложняет стыковку математических моделей при практическом расчете процесса. Кроме этого, применение этих моделей требует проведения большого количества предварительных исследований для определения различного рода коэффициентов и параметров процесса, входящих в расчетные формулы.

Рассмотрим процесс центробежного фильтрования в тонком слое суспензии, содержащей нежимаемую твердую фазу (концентрированную систему).

Пусть процесс фильтрования протекает в две стадии: 1) удаление жидкой фазы первого периода центрифугирования; 2) удаление капиллярной влаги. Физическая картина процесса при этом будет следующей: на первой стадии происходит формирование осадка и фильтрация сквозь него свободной жидкости. При достижении свободной поверхностью жидкости поверхности осадка начинается вторая стадия процесса, продолжающаяся до достижения некоторой влажности, являющейся предельной

– минимальной для данных условий центрифугирования.

В течение второй стадии происходит перемещение капиллярной влаги с поверхности к периферии осадка до некоторой величины h_k – высоты капиллярного подъема жидкости в центробежном поле, на которой жидкая фаза удерживается капиллярными силами и при данных числах оборотов ротора удалена быть не может.

При таком подходе к рассмотрению процесса, объединены в одну стадию второй и третий (отчасти) периоды центробежного фильтрования, что, однако, вполне допустимо для концентрированных систем.

Для обработки суспензий в плотном слое, что характерно для большинства современных центрифуг непрерывного действия, можно записать следующую зависимость

$$dV = Fdh, \quad (1)$$

где V – объем осадка, m^3 ; F – поверхность фильтрования, m^2 ; h – толщина слоя жидкости в роторе, m .

Запишем известное уравнение фильтрования [5]

$$\frac{dV}{Fd\tau} = \frac{\Delta P}{\mu(R_{oc} + R_{fn})} Fdh, \quad (2)$$

где τ – время, $ч$; ΔP – перепад давления, $Па$; μ – динамический коэффициент вязкости, $Нс/м^2$; R_{oc} , R_{fn} – соответственно, сопротивление осадка и фильтрующей перегородки.

Для центробежного фильтрования [3]

$$\Delta P = \frac{\rho_j \omega_c^2}{2} (R_2^2 - R_1^2), \quad (3)$$

где ρ_j – удельная плотность, $кг/м^3$; ω_c – скорость вращения ротора центрифуги, $с^{-1}$; R_1 , R_2 – радиусы внутренней поверхности ротора и внешней поверхности суспензии, $м$.

Приняв $R_{fn} = 0$ и $R_{oc} = x_0 r_0 V/F$ получим

$$\frac{dV}{Fd\tau} = \frac{\rho_j \omega_c^2 (R_2^2 - R_1^2)}{2\mu r_0}, \quad (4)$$

r_0 – удельное объемное сопротивление осадка.

Затем выразим

$$-dh = \frac{\rho_j \omega_c^2}{2\mu r_0 h_{oc}} (R_2^2 - R_1^2) d\tau, \quad (5)$$

После интегрирования левой части от h до h_{oc} , а правую – от 0 до τ , получим

$$h_0 - h_{oc} = \frac{\rho_j \omega_c^2}{2\mu r_0 h_{oc}} (R_2^2 - R_1^2) \tau_1.$$

Отсюда получим

$$\tau_1 = \frac{2\mu r_0 h_{oc} (h_0 - h_{oc})}{\rho_j \omega_c^2 (R_2^2 - R_1^2)}. \quad (6)$$

С учетом $h = h_{oc}$ и $(R_2^2 - R_1^2) = 2R_{ср.ц} h$ запишем итоговое уравнение в следующем виде

$$\tau_1 = \frac{\mu r_0 (h_0 - h_{oc})}{\rho_j \omega_c^2 Fr_{ср.ц} g}. \quad (7)$$

где Fr – фактор разделения.

Таким образом, получено выражение для определения продолжительности первой стадии обезвоживания осадка, на которой происходит основное отделение жидкой фазы.

Литература

1. Я.С. Мухтаров, Р.Ш. Суфиянов, В.А. Лашков, *Вестн. Казан. технол. ун-та*, **17**, 3, 242-244 (2014).
2. Я.С. Мухтаров, Р.Ш. Суфиянов, В.А. Лашков, *Вестн. Казан. технол. ун-та*, **17**, 3, 230-232 (2014).
3. В.И. Соколов, *Центрифугирование*. Химия, Москва, 1979. 407 с.
4. Д.Е. Шкоропад, *Центрифуги для химических производств*. Машиностроение, Москва, 1975. 248 с.
5. В.А. Жужиков, *Фильтрование. Теория и практика разделения суспензий*. Изд. 3-е, доп. и перераб. Химия, Москва, 1971. 440с.