

К. В. Кучукбаев, В. И. Елизаров, В. В. Елизаров

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ДАННЫХ ПРИ РАЗРАБОТКЕ ПРИКЛАДНОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ХОЗРАСЧЕТНОГО КОНТРОЛЛЕРА

Ключевые слова: хозяйственный расчет, расход, плотность, нелинейная интерполяция, метод наименьших квадратов.

Предлагается нелинейная интерполяция плотности жидкостей и газов от температуры на основе значений расхода, полученных на эталонном "Расходомере ИСО". Показано влияние точности определения плотности на величину расхода материального потока.

Keywords: economic calculation, flow, density, nonlinear interpolation, least squares method.

Proposed non-linear interpolation of the density of liquids and gases on the basis of the temperature of the flow values obtained on the reference "ISO Flowmeter". Shows the effect of density on the accuracy of the determination of the flow rate of material flow.

Материальные потоки, являющиеся сырьем или продуктом какого-либо завода ОАО "Нижнекамскнефтехим", а так же энергетические потоки (перегретый, насыщенный пар и вода) представляют высокую ценность в экономических межзаводских отношениях. Автоматизированная информационно-измерительная система хозяйственного учета позволяет объективно решать спорные вопросы между заводами поставщиками и потребителями, исключая волевые и директивные меры исполнителей.

При разработке прикладного программного обеспечения для контроллера, выполняющего расчет расхода и количества жидкостей и газов на основе комплекса международных стандартов ГОСТ 8.568.1-2005–ГОСТ [1] 8.586.5-2005 (для измерения расхода и количества жидкостей и газов), стандарта ГОСТ 30319.(0-2)-96 [2] (для нахождения свойств природного газа) и рекомендация УГМетр ОАО «Нижнекамскнефтехим» «Уравнения определения теплофизических свойств перегретого пара, насыщенного пара и воды» от 22.03.2006 [3] (для нахождения свойств перегретого пара, насыщенного пара и воды) для нахождения показателя адиабаты и динамической вязкости используется простейшая кусочно-линейная интерполяция, как по t (температуре), так и по p (давлению), применение которой можно оправдать незначительным влиянием изменения данных свойств среды (при изменении параметров t (температуры) и p (давления)) на вычисляемый расход.

Зависимость ρ (плотности) от p (давления) линейна. Зависимость же ρ (плотности) от t (температуры) при изобарном процессе (табличные данные рассматриваемые в пределах одного значения давления) имеет нелинейный вид. Это видно из табличных данных, а так же следует из уравнения Менделеева-Клапейрона $\rho = \frac{pM}{tR}$. С учетом того, что значения $M = \text{const}$ (молярной массы) и $R = \text{const}$

(универсальной газовой постоянной) $\rho \approx \frac{p}{t}$. Данное свойство напрямую влияет на расчет расхода материального потока, как видно из формулы [1]:

$$q_m = 0,25 \pi d_{20}^2 K_{cy}^2 CEK_{ш} K_{п} \varepsilon (2 \Delta p \rho)^{0,5} \quad (1)$$

где q_m – массовый расход среды, $\pi = 3.14159265$, d_{20} – диаметр отверстия сужающего устройства, K_{cy} – коэффициент, учитывающий изменение диаметра отверстия сужающего устройства, вызванное отклонением температуры среды от 20°C , C – коэффициент истечения (для диафрагмы), E – коэффициент скорости входа, $K_{ш}$ – коэффициент шероховатости, ε – коэффициент расширения, $K_{п}$ – поправочный коэффициент (для диафрагм), учитывающий притупление входной кромки диафрагмы, Δp – перепад давления на сужающем устройстве.

Кусочно-нелинейная интерполяция плотности от температуры позволяет наиболее точно находить промежуточные значения величины по имеющемуся дискретному набору известных значений.

При нелинейной интерполяции зависимость плотности жидкости и газа в расчетах записывается в виде

$$\rho = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (2)$$

При линейной интерполяции зависимость плотности жидкости и газа в расчетах записывается в виде

$$\rho = a_0 + a_1 t \quad (3)$$

Для определения коэффициентов уравнения необходимо воспользоваться методом наименьших квадратов (МНК).

В случае полинома первого порядка $m=1$, т.е. $\varphi(x) = a_0 + a_1 x$, система нормальных уравнений примет вид:

$$\left. \begin{aligned} Na_0 + a_1 \sum_{i=1}^N x_i &= \sum_{i=1}^N f_i \\ a_0 \sum_{i=1}^N x_i + a_1 \sum_{i=1}^N x_i^2 &= \sum_{i=1}^N x_i f_i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

При $m=2$ имеем:

$$\left. \begin{aligned} Na_0 + a_1 \sum_{i=1}^N x_i + a_2 \sum_{i=1}^N x_i^2 &= \sum_{i=1}^N f_i \\ a_0 \sum_{i=1}^N x_i + a_1 \sum_{i=1}^N x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^N x_i^3 &= \sum_{i=1}^N x_i f_i \\ a_0 \sum_{i=1}^N x_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^N x_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^N x_i^4 &= \sum_{i=1}^N x_i^2 f_i \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Здесь N -число измерений, f_i , x_i – экспериментальные данные, a_i ($i=1,2,3$) – параметры уравнений.

МНК позволяет найти коэффициенты зависимостей и выбрать наилучшую из них по минимальной сумме отклонений.

Определим эмпирические зависимости между температурой и плотностью вещества. За основу исследования примем табличные данные при $P_{изб}=1 \text{ кгс/см}^2$, полученные путем расчета расхода этилена на эталонном "Расходемере ИСО".

Таблица 1 – Плотность этилена из расчетов расхода на эталонном "Расходемере ИСО"

Температура	Плотность этилена при $P_{изб}=5,099 \text{ кгс/см}^2$
$t, ^\circ\text{C}$	Эталонные значения, полученные из "Расходемера ИСО", ρ_i , кг/м^3
-33,15	7,46
-23,15	7,1
-13,15	6,79

Учитывая число измерений $N=3$, имеем

$$\sum_{i=1}^3 t_i = -69,45; \sum_{i=1}^3 t_i^2 = 1807,7675;$$

$$\sum_{i=1}^3 t_i \rho_i = -500,9525; \sum_{i=1}^3 \rho_i = 21,35;$$

Получим систему уравнений для определения линейной зависимости плотности от температуры:

$$\left. \begin{aligned} 3a_0 - 69,45a_1 &= 21,35 \\ -69,45a_0 + 1807,7675a_1 &= -500,9525 \end{aligned} \right\}$$

Решая систему линейных уравнений, найдем $a_0 = 6,34$, $a_1 = -0,034$.

Следовательно, линейная зависимость имеет вид: $\rho = 6,34 - 0,034t$.

Вычислим сумму квадратов отклонений:

$$S_1 = \sum_{i=1}^3 (a_0 + a_1 t_i - \rho_i)^2 = 0,00079323 \quad (6)$$

Рассмотрим квадратичную зависимость плотности от температуры (2). Система нормальных уравнений имеет вид

$$\left. \begin{aligned} 3a_0 + a_1 \sum_{i=1}^3 t_i + a_2 \sum_{i=1}^3 t_i^2 &= \sum_{i=1}^3 \rho_i \\ a_0 \sum_{i=1}^3 t_i + a_1 \sum_{i=1}^3 t_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^3 t_i^3 &= \sum_{i=1}^3 t_i \rho_i \\ a_0 \sum_{i=1}^3 t_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^3 t_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^3 t_i^4 &= \sum_{i=1}^3 t_i^2 \rho_i \end{aligned} \right\}$$

Учитывая число измерений $N=3$ и ранее найденные суммы,

$$\sum_{i=1}^3 t_i^3 = -51109,81763; \sum_{i=1}^3 t_i^4 = 1524745;$$

$$\sum_{i=1}^3 t_i^2 \rho_i = 13177,15538,$$

получим систему уравнений для определения коэффициентов квадратичной зависимости плотности от температуры:

$$\left. \begin{aligned} 3a_0 - 69,45a_1 + 1807,7675a_2 &= 21,35 \\ -69,45a_0 + 1807,7675a_1 - 51109,81763a_2 &= -500,9525 \\ 1807,7675a_0 - 51109,81763a_1 + 1524745a_2 &= 13177,155 \end{aligned} \right\}$$

Решая систему уравнений, найдем

$$a_0 = 6,458456, a_1 = -0,02192, a_2 = 0,0025.$$

Следовательно, квадратичная зависимость имеет вид:

$$\rho = 6,458456 - 0,02192t + 0,0025t^2$$

Вычислим сумму квадратов отклонений:

$$S_2 = \sum_{i=1}^3 (a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 - \rho_i)^2 = 4,49342 \cdot 10^{-8} \quad (7)$$

Сравнивая минимальные суммы отклонений расчетных данных (6), (7) имеем, наилучшей эмпирической зависимостью является квадратичная.

Ниже представлена таблица, полученная на основе рассчитанных эмпирических зависимостей.

Таблица 2 – Плотность этилена из расчетов расхода на эталонном "Расходемере ИСО" и хозяйственных контроллерах, алгоритмы программного обеспечения которых включают в себя линейную и нелинейную интерполяцию

Температура, $t, ^\circ\text{C}$	Плотность этилена при $P_{изб}=5,099 \text{ кгс/см}^2$, ρ_i , кг/м^3			Относительная погрешность, %	
	Эталонные значения, полученные из "Расходемера ИСО"	Значения, полученные при линейной интерполяции	Значения, полученные при нелинейной интерполяции	При линейной интерполяции	При нелинейной интерполяции
-33,15	7,46	7,4671	7,459835	0,095174	0,002217
-28,15	7,27	7,2971	7,27361	0,372765	0,049651
-23,15	7,1	7,1271	7,099885	0,38169	0,001625
-18,15	6,94	6,9571	6,93866	0,246398	0,019314
-13,15	6,79	6,7871	6,789935	0,04271	0,000963

При условии, что все свойства и параметры материального потока (этилена) будут неизменными, определим экономическую сторону вопроса.

С учетом того, что массовый расход потока определяется по формуле (1), составим отношение массовых расходов, плотность которых находится по линейной и нелинейной интерполяции при температуре $-28,15^\circ\text{C}$:

$$\frac{q_{m1}}{q_{m2}} = \sqrt{\frac{7,2971}{7,27361}} = 1,0032295, \text{ где } q_{m1}, q_{m2} - \text{расход}$$

этилена, рассчитанный по формуле (1) при линейной (3) и квадратичной зависимости плотности (2), соответственно.

Пусть рыночная стоимость этилена составляет 30000 руб./т, а завод потребитель одновременно закупает его в количестве 10000 т, тогда $30000 \cdot 10000 = 300$ млн. руб. (затраты завода-потребителя имеющего расходомер с нелинейной интерполяцией). Затраты завода-потребителя,

имеющего расходомер с линейной интерполяцией данных составляет: $30000 * 10000 * 1,0032295 = 300\,968\,850$ руб.

Следовательно, применение нелинейной интерполяции при разработке прикладного программного обеспечения для контроллера, выполняющего расчет расхода и количества жидкостей и газов, фактически позволяет заводу-потребителю получить экономию в сумме 968850руб или около 97руб./т этилена

Работа выполнена в рамках гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых – докторов наук, номер гранта МД-5663.2014.8.

Литература

1. ГОСТ 8.586.(1-5)–2005 Измерение расхода и количества жидкостей и газов с помощью стандартных сужающих устройств
2. ГОСТ 30319.(0-2)-96 Газ природный. Методы расчета физических свойств
3. Рекомендация УГМетр ОАО «Нижнекамскнефтехим» «Уравнения определения теплофизических свойств перегретого пара, насыщенного пара и воды» от 22.03.2006.
4. Д.В. Елизаров, В.И. Елизаров, С.А. Мерзляков, *Вестник Казан. технол. ун-та*, **16**, 12, 206-210 (2013)
5. С.Г. Дьяконов, В.В. Елизаров, Д.В. Елизаров, С.А. Мерзляков, *Вестник Казан. технол. ун-та*, **3**, 1, 57-63 (2009)

© **К. В. Кучукбаев** – студ. факультета управления и автоматизации НХТИ КНИТУ, lis86116@mail.com; **В. В. Елизаров** – д-р техн. наук, профессор кафедры автоматизации технологических процессов и производств НХТИ КНИТУ; **В. И. Елизаров** – д-р техн. наук, заведующий кафедрой автоматизации технологических процессов и производств НХТИ КНИТУ.