

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА КЛАССИЧЕСКОЙ СМО

Ключевые слова: система массового обслуживания, моменты высших порядков.

Разработана программа для ЭВМ, позволяющая рассчитать моменты высших порядков до десятого уровня.

Keywords: queuing system, higher-order moments.

Developed a computer program which allows calculating the higher-order moments up to ten levels.

Во многих областях практической деятельности человека мы сталкиваемся с необходимостью пребывания в состоянии ожидания.

Подобные ситуации возникают в очередях в билетных кассах, в крупных аэропортах, при ожидании обслуживающим персоналом самолетов разрешения на взлет или посадку, на телефонных станциях в ожидании освобождения линии абонента, в ремонтных цехах в ожидании ремонта станков и оборудования, на складах снабженческо-сбытовых организаций в ожидании разгрузки или погрузки транспортных средств. Во всех перечисленных случаях имеем дело с массовостью и обслуживанием.

Изучением таких ситуаций и занимается теория массового обслуживания.

Основной задачей теории массового обслуживания является изучение режима функционирования обслуживающей системы и исследование явлений, возникающих в процессе обслуживания. [1] Так, одной из характеристик обслуживающей системы является время пребывания требования в очереди. Очевидно, что это время можно сократить за счет увеличения количества обслуживающих устройств. Однако каждое дополнительное устройство требует определенных материальных затрат, при этом увеличивается время бездействия обслуживающего устройства из-за отсутствия требований на обслуживание, что также является негативным явлением.

Следовательно, в теории массового обслуживания возникают задачи оптимизации: каким образом достичь определенного уровня обслуживания (максимального сокращения очереди или потерь требований) при минимальных затратах, связанных с простым обслуживающих устройств.

Рассмотрим классическую СМО (система массового обслуживания) (в классификации Кендалла – модель М/М/1) так как она является наиболее изученной и известной по многочисленным приложениям моделью системы массового обслуживания. [2]

Наибольший интерес в классической СМО представляют числовые характеристики установившегося режима, к которым относятся в первую очередь такие величины, как общее число заявок в системе, средняя длина очереди и средний коэффициент загрузки обслуживающего устройства (прибора), а также моменты этих величин.

На основе проведенного ранее анализа вычислены как нулевые, так и центральные моменты общего числа заявок в классической СМО и полученные

формулы, позволяющие рассчитывать моменты этой величины любого порядка и анализировать их поведение в зависимости от величины параметра ρ .

Общая формула для нулевого момента классической СМО имеет вид:

$$m_{nk} = \sum_{k=0}^{\infty} k^n p_k \quad (1)$$

где $P_k = \rho^k P_0$ - вероятности стационарных состояний системы; $P_0 = 1 - \rho$ - вероятность отсутствия заявок в системе (коэффициент простоя) и n - порядок момента.

Обратимся теперь к общим формулам для центральных моментов классической СМО.

Ясно, что в самом общем виде это будут

$$M_{nk} = \sum_{k=0}^{\infty} (k - \bar{k})^n P_k \quad (2).$$

Известно, что расчет этих величин зачастую достаточно трудоемок. [3]

В настоящее время для классических СМО разработаны программы способные рассчитать на ЭВМ моменты высших порядков до 5 уровня.

Вследствие этого, появляется необходимость разработать специальную программу, позволяющую восстановить моменты любого порядка и проанализировать их поведение в зависимости от приведенной интенсивности потока заявок в системе.

Разработанная нами система способна рассчитывать моменты высших порядков до десятого уровня и провести анализ их поведения (рис.1).

Расчет моментов высших порядков	
Интенсивность входящего потока заявок	
Интенсивность потока обслуживания	
Ограничения на число заявок	
Число точек графика при 1 прогонке	
Число прогонок до получения результата	
Рассчитать Построить графики	

Рис. 1 – Главное окно программы

Разработанная программа позволит не только рассчитать моменты высших порядков до 10 уровня, но и получить дополнительную информацию, описывающую работу классической системы массового обслуживания, возможность сравнить результаты моделирования при разных значениях входных характеристик (из-за быстрого прогона программы) (рис.2).



Рис. 2 – Результат выполнения программы (графики)

В сфере коммерческой деятельности замечается определенная потребность в подобных исследованиях, поэтому данная тема является актуальной.

Литература

1. Саульев В.К. Математические модели теории массового обслуживания./ В.К. Саульев. Москва, 1979, Статистика, 96с.
2. Кирпичников А.П., Климанова Е.Ю. О моментах высших порядков классической СМО/ А.П. Кирпичников, Е.Ю. Климанова // Вестник Казан.технол. ун-та.-2011. - №8.-С. 207-221.
3. Бусарев М.И., Кирпичников А.П., Флакс Д.Б. Одноканальная система массового с ограниченным средним временем пребывания заявки в системе в целом/ М.И. Бусарев, А.П. Кирпичников, Д.Б. Флакс// Вестник Казан.технол. ун-та.-2011. -№22. –С.155-161.

© А. А. Кудыгалов - магистр каф. АССОИ КНИТУ. adel_kudigalov@mail.ru; Е. Ю. Климанова – ст. препод. той же кафедры, klimanovsl@rambler.ru.