

А. Ф. Пискунов, В. А. Рябый, А. П. Кирпичников,
И. В. Кравченко

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО РАЗРЯДА НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ

Ключевые слова: высокочастотный разряд низкого давления, плазма, физико-математическая модель.

Предлагается физико-математическая модель ВЧ разряда низкого давления с токовым слоем, формируемым магнитной «ударной» волной, движущейся в плазме от границы с цилиндрическим индуктором. Проводится сравнение полученных параметрических расчетов ВЧ разряда с результатами экспериментов.

Keywords: Low frequency RF discharge, plasma, physico-mathematical model.

Physico-mathematical model has been proposed for a low pressure RF discharge with a current layer formed by a magnetic “shock” wave that moves into plasma from a cylindrical antenna coil boundary. Corresponding calculation results for RF discharge parameters are compared with experimental data.

Физико-математическая модель разряда

Электрический контур ВЧ разряда включает подвижный токовый слой и скин-слой на границе плазмы. Токовый слой представляет магнитоэлектростатическую ловушку, в которую захватываются электроны с малыми пинч-углами. Эти электроны ионизируют атомы газа. При движении слоя в нем индуцируется электрическое поле, поддерживающее ток.

Омические потери энергии в подвижном токовом слое компенсируются в механизме аннигиляции магнитного поля. Подвижный токовый слой формируется под действием эффекта Холла, стационарный пограничный скин-слой существует в условиях бессилового магнитного поля. Токовые слои формируются в виде одновитковых спиралей с генерацией азимутального поля. Токи скин-слоя и подвижного слоя замыкаются через торцевые области плазмы.

При оптимальной частоте генератора магнитное поле определенного знака заполняет разрядный объем в течение полупериода поля и потом замещается полем противоположного знака.

Определение скорости конвективной диффузии магнитного поля в плазме

Из уравнения индукции

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \text{rot} \frac{1}{ne} [\vec{J} \vec{B}] = -\text{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \vec{J} \right),$$

где B – индукция магнитного поля, J – плотность тока, n – концентрация замагниченных электронов, e – элементарный электрический заряд, σ – проводимость плазмы.

При кривизне силовых линий магнитного поля следует [1]

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \frac{1}{ne\mu} [\vec{B} \nabla] \vec{B} = \frac{1}{\sigma\mu} \Delta \vec{B},$$

где μ – магнитная постоянная.

В рамках одномерной задачи

$$\text{rot} [\vec{B} \nabla] \vec{B} |_z = \text{rot} \left(B^2 \frac{\vec{R}}{R} \right) |_z = -\frac{2}{R^2} B \frac{\partial B_z}{\partial \varphi},$$

где R, z, φ – пространственные координаты.

Тогда последнее уравнение можно привести к виду

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \left[\frac{1}{tg\Phi} \frac{2}{R} \frac{1}{ne\mu} B \right] \frac{\partial B}{\partial R} = \frac{1}{\sigma\mu} \Delta B, \quad B \equiv B_z,$$

где Φ – угол между касательной к спиральной кривой и радиус-вектором.

В пренебрежении диффузионным членом

$$\frac{\partial B}{\partial t} + U \frac{\partial B}{\partial R} \cong 0.$$

При этом скорость конвективной диффузии

$$U = \frac{1}{tg\Phi} \frac{2}{R} \frac{1}{ne\mu} B = \chi B.$$

Тангенс угла $tg\Phi$ можно приближенно вычислить, принимая электрическое поле E_φ

$$E_\varphi \sim \frac{J_R B}{ne} = \frac{J_\varphi}{\sigma}, \quad \frac{J_\varphi}{J_R} = tg\Phi = \omega_n \tau_e,$$

где $\sigma = \frac{ne^2}{mv}$ – проводимость, m – масса электрона, ν – частота столкновений; $\omega_n = \frac{eB}{m}$ – циклотронная частота; τ_e – время столкновения.

Среднее значение квадрата плотности тока внутри подвижного токового слоя толщиной $2l$ приближенно равно [2]

$$\vec{J}^2 = \frac{B^2}{2} \frac{1}{\mu l}.$$

Скорость омической диссипации должна быть равна потоку Пойтинга

$$\frac{lJ^2}{\sigma} = U \frac{B^2}{\mu},$$

откуда

$$U = \frac{0,5}{\sigma\mu l}.$$

Полуширину токового слоя l можно оценить, приравниванием выражений для U с усреднением величины обратного радиуса на радиусе камеры R_0

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_0} \int_l^{R_0} \frac{dR}{R}.$$

Определение магнитного поля в плазме

Интегрируя уравнение конвективной диффузии магнитного ВЧ поля $B = B_0 \sin \omega t \rho l$ с условием $B = 0$ при $t = 0$ и $R = R_0$, получим

$$B(t) - \frac{\chi}{2} \int_0^t \left(\frac{\partial}{\partial R} B^2 dt \right) = 0.$$

Магнитная энергия поступает в область плазмы с координатами (R, t) в механизме конвективной диффузии и аннигиляции поля, заполнившего разрядный объём в предыдущем полупериоде ВЧ поля. Умножая выше, приведенные уравнения на R и интегрируя, получим

$$\int_0^{R_0} B^2(R, t) R dR - \frac{U}{2} \int_0^{T/2} B^2 dt = U \int_0^{T/2} B_{\text{пл}}^2 dt = B_{\text{пл}}^2 R_0,$$

где T – период ВЧ поля.

При условии $dR = U dt$, $U \frac{T}{2} = R_0$ получим оценку магнитного поля в плазме $B_{\text{пл}} \cong 0,45 B_0$.

Определение концентрации плазмы в разряде

Замагниченные электроны в объеме плазмы внутри подвижной спирали создают магнитный момент, который должен быть скомпенсирован магнитным моментом тока $I_{\text{пл}}$ в слое [3]:

$$\frac{I_{\text{пл}}}{H} = \frac{n_{\text{пл}} K T_e}{B_{\text{пл}}},$$

где $B_{\text{пл}} \cong 0,45 B_0$, $B_0 = \frac{\mu I_0 N}{H}$; K – постоянная Больцмана; T_e – температура электронов плазмы; I_0 – ток индуктора; N – число витков индуктора; H – высота индуктора; $n_{\text{пл}}$ – концентрация электронов с «вмороженным» магнитным полем, $I_{\text{пл}} \cong N I_0$, откуда следует

$$I_0^2 = 50 \tilde{\gamma} K T_e H,$$

где $\tilde{\gamma} = n_{\text{пл}} 10^{-17}$, $K T_e$ – энергия электронов.

Радиус орбиты электрона, который может быть захвачен в магнитную «яму» должен быть меньше полуширины слоя. При этом предельный угол θ_m между вектором скорости электрона и вектором магнитного поля

$$\theta_m \sim \frac{l \omega_H}{V},$$

где V – скорость электрона.

Концентрацию электронов $n_{\text{в}}$ с «вмороженным» магнитным полем можно вычислить с максвелловским распределением частиц по скорости с ограничением по углу θ_m

$$n_{\text{в}} \cong \frac{0,5(l \omega_H)^2}{2 K T_e / m}.$$

Эти электроны со скоростью токового слоя U могут быть захвачены в магнитную «яму», часть из них покинет слой в результате атомных столкно-

вений с частотой ν . Концентрацию захваченных электронов n_3 можно определить из уравнения баланса частиц в слое $n_{\text{в}} U = 2 n_3 \nu l$.

Используя выражение для $U = U(\sigma l)$, $\omega_H = \omega_H(B)$, $B \cong \frac{\mu I_0 N}{H}$, можно получить $n_3 \cong 1,5 n_e H$.

Эти электроны оставляют слой, формируя магнитный момент плазмы $n_{\text{пл}} = n_3$.

Описание столкновительных процессов в токовых слоях

Оценка частоты столкновений в пограничном скин-слое. Конвективный перенос магнитного поля доминирует над диффузионным, когда эффект Холла является определяющим в обобщенном законе Ома. Такой перенос поля определяется электронами, в которые «вморожено» магнитное поле. Поэтому режим стационарного пограничного токового слоя возможен в условиях бессилового поля, которое реализуется в спиральных линиях тока.

Линии тока в двухмерном приближении задаются в виде

$$\frac{R d\varphi}{J_{\varphi}} = \frac{dz}{J_z}.$$

Интегрируя уравнение для одновитковой спирали ($\Delta\varphi \sim 2\pi$) получим

$$J_z = \frac{J_{\varphi}}{2\pi R/H}.$$

Из условия для бессилового поля

$$\text{rot} \vec{B} = \mu \vec{J} = \alpha \vec{B}.$$

Можно получить

$$J_t = \frac{1}{\mu} \text{rot} B|_z = \frac{B_{\varphi}}{\mu \delta_{\text{ск}}}.$$

С использованием полученных соотношений получим:

$$\frac{B_{\varphi}}{\mu \delta_{\text{ск}}} = \frac{J_{\varphi}}{2\pi R/H}.$$

Откуда размер скин-слоя равен

$$\delta_{\text{ск}} = \frac{2\pi R/H}{\alpha}.$$

Величину α оценим из уравнения Фарадея

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

или

$$\text{rot} \frac{\vec{J}}{\sigma} = \text{rot} \left(\frac{\alpha}{\mu \sigma} \vec{B} \right) = \alpha \left(\frac{\alpha}{\mu \sigma} \right) \vec{B} = - \frac{\partial B}{\partial t}.$$

Принимая $\frac{\partial B}{\partial t} = -\omega \vec{B}$ (ω – частота поля генератора) получим

$$\alpha = \sqrt{\sigma \mu \omega},$$

$$\delta_{\text{ск}} = \frac{2\pi R/H}{\sqrt{\sigma \mu \omega}}.$$

Поэтому эффективная частота столкновений

$$v_{\text{эф}} = v(2\pi R/H)^2.$$

При описании столкновительных механизмов в слое предполагалось, что перенос тока осуществляется электронами низких энергий, для которых радиусорбиты соизмерим с размерами скин-слоя. Для таких электронов становятся преимущественными кулоновские столкновения ($v = v_{\text{кул}}$).

Описание столкновительного механизма в подвижном токовом слое. Проводимость части электронов в магнитном поле может быть описана как проводимость в направлении электрического поля и перпендикулярно магнитному [4]. Такую проводимость без описания конфигурации магнитной ямы оценить нельзя. Примем в качестве основного столкновительного механизма рассеяние электронов на атомах. Поправку ξ к частоте атомных столкновений v_{ea} можно получить с использованием экспериментальных значений частоты ВЧ поля.

В условиях резонанса при частоте f поля генератора

$$U = 2R_0 f = \frac{0,5\xi}{\sigma\mu l}.$$

Принимая $\sigma = \frac{3 \cdot 10^9}{v_{\text{эф}}} \tilde{y}$; $v_{\text{эф}} = v_{\text{ea}} \xi$; $v_{\text{ea}} = 10^6 a$; $a = n_a 10^{-19}$; $\tilde{y} = 1,5Hu$;

$y = n_e 10^{-17}$; $P_a = \frac{z}{1,4} 10^{-3}$ мбар, n_a – концентрация атомов, получим

$$f = 10^2 \frac{P_a}{R_0} \left(\frac{\xi}{e\tilde{y}} \right) \sim \frac{P_a}{R_0}.$$

Такая зависимость оптимальной частоты генератора от давления газа P_a и радиуса устройства подтверждена экспериментально [5].

Для случая $R_0 \sim 0,1$ м; $P_a \sim 10^{-3}$ мбар; $f \sim 2 \cdot 10^6$ с поправка равна $\xi \approx 6$.

Определение оптимального отношения радиуса устройства к его высоте

Отношение $\frac{R_0}{H}$ будет определено из условия прохождения тока в подвижном слое.

Из уравнения Фарадея следует

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

откуда электрическое поле

$$E_\varphi \approx l \frac{\partial B}{\partial t}.$$

С использованием уравнения индукции в виде $\frac{\partial B}{\partial t} = U \frac{\partial B}{\partial R}$, получим $E_\varphi = UB_{\text{пл}}$

$$J_\varphi = \sigma E_\varphi = \sigma UB_{\text{пл}}.$$

Используя различные выражения для тока разряда, получим

$$J = \frac{B}{\mu} H \cong \sigma UB_{\text{пл}} 2\pi R l.$$

Усредняя отношение $\frac{H}{R}$ по радиусу, получим $\frac{R_0}{H} \sim 1$.

Определение ширины спирального пограничного скин-слоя

Используя различные выражения для тока, получим соотношение

$$\frac{B}{\mu} H = \sigma E_\varphi \delta_{\text{ск}} h = \sigma \omega B \frac{R}{2} \delta_{\text{ск}} h,$$

где H , h – высота индуктора и ширина токового слоя.

Откуда следует

$$\frac{h}{H} = \frac{2}{\mu \sigma \delta R_0 \omega}.$$

Оценки для $R_0 = 0,1$ м и различных давлений в разрядной камере дают для $P_a \sim 10^{-3}$ мбар $\frac{h}{H} \cong 0,4$; для $P_a \sim 50^{-3}$ мбар $\frac{h}{H} \cong 0,7$.

Определение потерь мощности в разряде

Изменение во времени индуктивности L разрядного контура можно оценить, принимая $L = \frac{\pi\mu}{H} (R_0^2 - R^2)$ и вычисляя

$$\frac{\partial L}{\partial t} \cong 2\pi\mu \frac{U\dot{R}(t)}{H} \sim \pi\mu \frac{UR_0}{H}.$$

Оценку проведем для $R_0 \sim 0,1$ м, частоте $f \sim 2 \cdot 10^6$ 1/с и $U \cong 2Rf \cong 2 \cdot 10^5$ м/с.

Тогда эквивалентное сопротивление $R_L = \frac{\partial L}{\partial t} \cong 1,6$ Ом.

Таким образом, индуктивная связь индуктора с плазмой не является только трансформаторной.

Ионный ток на стенке камеры площадью S оценим в виде $I_i = 25yS$ А.

Используя соотношение из $J_0^2 = 50H\tilde{y}KT_e$, $\tilde{y} = 1,5Hu$, оценим потери энергии W_i (с ионом и электроном теряется энергия ~ 30 В) в виде $W_i \sim 750yS$ и эквивалентное сопротивление

$$R_L = \frac{W_i}{J_0^2} \cong 100 \frac{R_0}{H^2} \left(1 + \frac{H}{R_0} \right).$$

Так для $R \sim H \sim 0,1$ м имеем $R_L \cong \frac{200}{KT_e}$ Ом. Это сопротивление приведено к первичному контуру.

Определение цены иона

Цену иона Π определим как потери энергии в разряде W_Σ , отнесенные к ионному току

$$\Pi = \frac{W_\Sigma}{I_i} = \frac{I_i^2 R_\Sigma}{I_i},$$

где $I_i = 25yS = jS$; $S = 2\pi R_0^2 \left(1 + \frac{R_0}{H} \right)$; $y = \frac{\tilde{y}}{1,5H}$; $I_0^2 = 50H\tilde{y}KT_e$,

тогда

$$\zeta = \frac{R_{\Sigma} K T_e}{2 \left(\frac{R_0}{H}\right)^2 \left(1 + \frac{R_0}{H}\right)}$$

Проблема организации замкнутого тока в плазме

В рассматриваемой модели предполагается, что замыкание токовых слоев происходит по торцам цилиндрического разрядного объема. Разрядная область вблизи эмиссионного электрода может шунтироваться электродом. Если на другом торце камеры токовый контур замыкается через плазму, то это приводит к дополнительным потерям.

Эксперименты показывают, что эффективность ВЧ разряда улучшается с использованием полусферической разрядной камеры [6, 7]. В настоящем расчетном исследовании эти потери не учитывались.

Альтернативным вариантом конфигурации разрядной камеры с полусферической камерой может быть использование на торце цилиндрической камеры проводящей сетки. Целесообразность электрического соединения этого дополнительного электрода с эмиссионным должна быть исследована.

Таким образом, физико-математическая модель ВЧ разряда низкого давления имеет следующие особенности:

- контур тока в плазме включает стационарный скин-слой у индуктора и токовый слой, движущийся с конвективной скоростью к оси цилиндрического разряда;
- магнитная связь между контуром тока и индуктором не является полностью трансформаторной;
- омические потери в подвижном токовом слое компенсируются в механизме аннигиляции магнитного поля в плазме изменяющего знак в течение каждого полупериода ВЧ поля;
- аналитическая модель ВЧ разряда сформулирована для случая резонанса, когда изменение полярности поля в объеме плазмы согласуется с изменением полярности импульса ВЧ поля;
- подвижный токовый слой является магнитоэлектростатической ловушкой для электронов с малым углом между вектором скорости электрона и вектором магнитного поля;
- процессы переноса в токовых слоях описаны с помощью столкновительных механизмов с использованием усредненных параметров плазмы по времени импульса ВЧ поля и пространственным координатам.

Сравнение результатов параметрических зависимостей с результатами экспериментов

Расчетные значения потерь мощности в разряде, отнесенные к площади поверхности разрядной камеры, в зависимости от давления аргона и диаметра камеры приведены на рис. 1.

Эти значения качественно согласуются с результатами экспериментов [5], приведенных на рис. 2. Принятые в расчетах значения диаметра камеры несколько отличаются от экспериментальных. Количественное совпадение расчетных и экспериментальных значений потерь улучшается, если приве-

денные в [5] экспериментальные значения давления занижены. Это возможно, т.к. прямые измерения давления в разрядной камере отсутствовали.

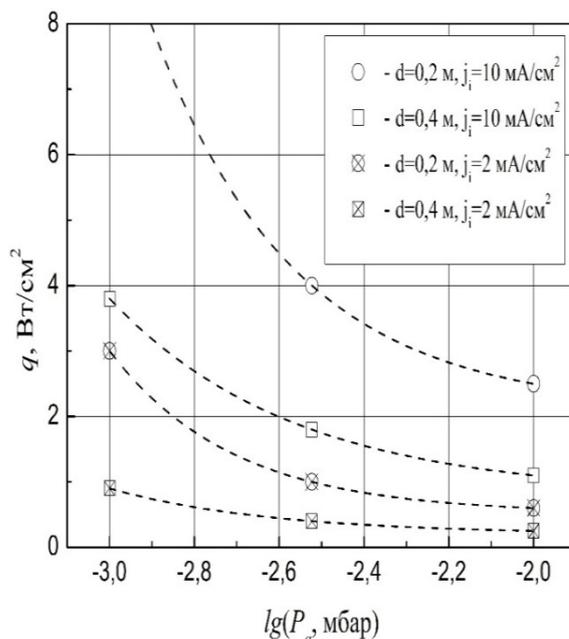


Рис. 1 - Расчетные значения потерь мощности в разряде

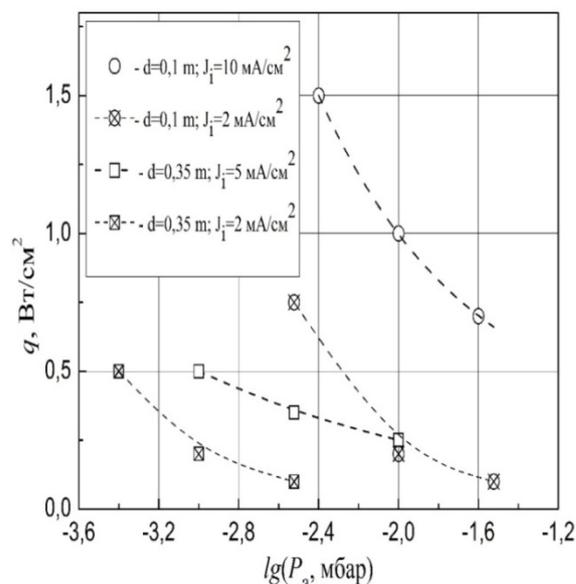


Рис. 2 - Экспериментальные значения потерь мощности в разряде

На рис. 3 приведены зависимости значения цены иона от давления аргона для различных диаметров разрядной камеры. В [5] приводятся экспериментальные значения цены иона ~ 600 эВ/ион для диаметра камеры 0,2 м и ~ 400 эВ/ион- для диаметра 0,4 м. Величины давлений при этом не приводятся. Если эти результаты относятся к оптимальным для каждого диаметра камеры значениям, то согласие расчетных и экспериментальных значений цены иона удовлетворительное.

Расчётные значения температуры электронов приведены на рис. 4.

В работе показано, что оптимальное значение частоты генератора пропорционально радиусу

разрядной камеры в согласии с экспериментом [5]. Предложена целесообразная схема электронов в разрядной камере.

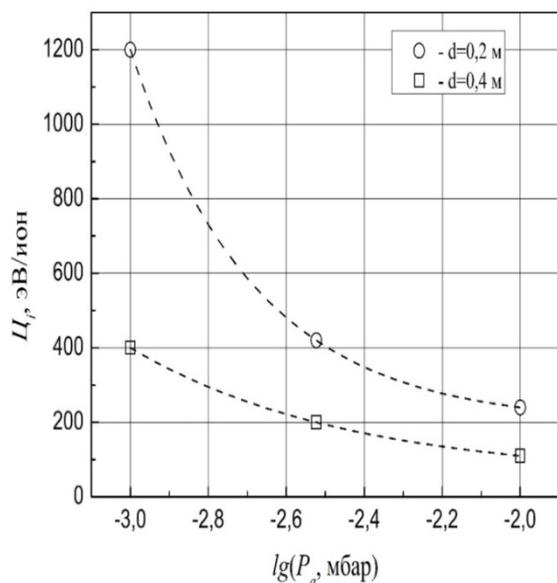


Рис. 3 - Расчетные значения цены иона

Выводы

Предложена модель высокочастотного цилиндрического разряда низкого давления. Рассчитаны потери мощности, цена иона и температура электронов в разряде при различном давлении аргона и радиусе разрядной камеры. Модель удовлетворительно описывает известные качественные зависимости энергетических характеристик разряда от его внешних параметров. Описаны возможные механизмы формирования оптимальной частоты ВЧ генератора и отношения высоты разрядной камеры к ее радиусу.

Показана целесообразность модернизации конфигурации разрядной камеры.

Работа выполнена в рамках гранта Правительства РФ по государственной поддержке научных исследований, проводимых под руководством ведущих зарубежных учёных, от 25 ноября 2010 г. № 11.G34.31.0022.

© **А. Ф. Пискунков** - кан. физ.-мат. наук, начальник отдела научно-исследовательского института прикладной механики и электродинамики Московского авиационного института (национального исследовательского университета), riame@sokol.ru; **В. А. Рябый** - кан. техн. наук, с.н.с. научно-исследовательский институт прикладной механики и электродинамики Московского авиационного института (национального исследовательского университета), riame@sokol.ru; **А. П. Кирпичников** - д-р физ.-мат. наук, проф., зав. каф. ИСУИР КНИТУ, kirpichnikov@kstu.ru; **И. В. Кравченко** - кан. техн. наук, доцент факультета «Двигатели летательных аппаратов», Московского авиационного института (национальный исследовательский университет), irina_kravch@mail.ru.

© **A. F. Piskunkov** - associate professor, Moscow Aviation Institute, riame@sokol.ru; **V. A. Riaby** - associate professor, Moscow Aviation Institute, riame@sokol.ru; **A. P. Kirpichnikov** – Prof. KNRTU, kirpichnikov@kstu.ru; **I. V. Kravchenko** - associate professor, Moscow Aviation Institute, irina_kravch@mail.ru.

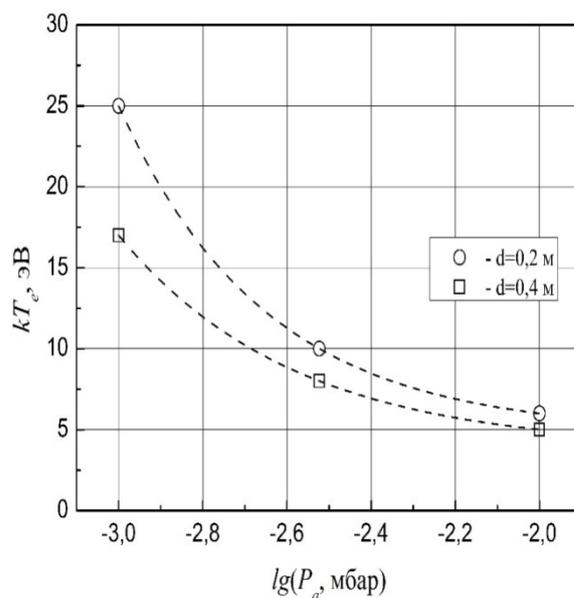


Рис. 4 - Расчетные значения температуры электронов

Литература

1. А.С. Кингсеп, К.В. Чукбар, В.В.Яньков, *Электронная магнитная гидродинамика*. В сб. *Вопросы теории плазмы*. Энергоатомиздат, Москва., **16**. 209-250. (1987).
2. Э Прист, Е Форбс, *Магнитное пересоединение*. Физматлит, Москва, 2005. 592 с.
3. Г. Альвен, *Космическая электродинамика*, 1967.
4. Н.Кролл, А.Трайвелнис, *Основы физики плазмы*. Мир, Москва, 1967. 525 с.
5. H.W. Loeb, J. Freinsinger, and K.H. Groh. IAF-90-231. 41st IAF Congress, Dresden, 1990.
6. H.J. Leiter, D. Feili, RIT15S – A Radio Frequency Ion Engine for High Specific Impulse Operation. 37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference/ AIAA 2001-3491.
7. М.Н. Булаева, А.П. Кирпичников, И.В. Кравченко, Х.В. Лёб, П.Е. Машеров, В.А. Рябый, Д.П. Ткаченко, *Вестник Казан. технол. ун-та*, **15**, 18, С. 69-73 (2013);