

А. И. Разинов, А. В. Клинов

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ДИФФУЗИЯ В СПЛОШНОЙ ФАЗЕ ПРИ ИОННОМ ОБМЕНЕ*Ключевые слова:* диффузия, ионный обмен, коэффициенты многокомпонентной диффузии, коэффициенты массоотдачи.

Наиболее сложной составляющей математической модели ионного обмена является описание кинетики процесса, для чего в инженерной практике используются уравнения массоотдачи каждой из фаз. Расчет коэффициентов массоотдачи требует знания коэффициентов молекулярной диффузии относительно границы раздела фаз. Если для ионита выражения, связывающие эти коэффициенты с коэффициентами диффузии отдельных ионов, приводятся в литературе, то для сплошной фазы обоснованные выражения отсутствуют. В данной работе путем решения системы уравнений потоков каждого вида ионов и условия электронейтральности раствора получены выражения для коэффициентов молекулярной диффузии относительно границы раздела фаз в сплошной фазе при ионном обмене. Рассмотрены многокомпонентный и бинарный случаи. Показано отличие этих выражений от известных как для фазы ионита, так и для раствора при растворении в нем вещества. Выявлена существенная зависимость для коэффициентов молекулярной диффузии относительно границы раздела фаз в сплошной фазе от концентраций и зарядов ионов, участвующих в ионном обмене, а также от их нумерации. На ряде примеров для двухкомпонентного случая рассмотрены предельные изменения коэффициентов диффузии при стремлении долей компонентов к нулю и единице. Для трехкомпонентного случая показана на графиках зависимость элементов матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии от соотношения долей компонентов, продемонстрировано, что недиагональные элементы матрицы могут быть как положительными, так и отрицательными, как быть меньше диагональных, так и превышать их. Определен способ нумерации компонентов позволяющий минимизировать недиагональные элементы матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии.

A. I. Razinov, A. V. Klinov

MOLECULAR DIFFUSION PHENOMENA OF ION EXCHANGE IN THE BULK PHASE*Keywords:* diffusion, ion exchange, multicomponent diffusion coefficients, mass transfer coefficients.

The most complex component of the mathematical model of ion exchange is the description of the kinetics of the process, for which the mass transfer equations for each phase are used in engineering practice. Calculation of the mass transfer coefficients requires knowledge of the coefficients of molecular diffusion relative to the phase boundary. If for the ion exchanger the expressions relating these coefficients to the diffusion coefficients of individual ions are given in the literature, then for the continuous phase there are no substantiated expressions. In this paper, by solving the system of equations for the flows of each type of ion and the condition of electroneutrality of the solution, expressions are obtained for the coefficients of molecular diffusion relative to the phase boundary in the continuous phase during ion exchange. Multicomponent and binary cases are considered. The difference between these expressions and those known both for the ion exchanger phase and for the solution when a substance is dissolved in it is shown. A significant dependence is revealed for the coefficients of molecular diffusion relative to the phase boundary in the continuous phase on the concentrations and charges of the ions participating in the ion exchange, as well as on their numbering. A number of examples for the two-component case are used to examine the limiting changes in diffusion coefficients when the mole fractions of the components tend to zero and one. For the three-component case, the graphs show the dependence of the elements of the matrix of multicomponent diffusion coefficients on the ratio of the component fractions; it is demonstrated that the off-diagonal elements of the matrix can be both positive and negative, both smaller than the diagonal ones and greater than them. A method for numbering components is determined that allows minimizing the off-diagonal elements of the matrix of multicomponent diffusion coefficients.

Процесс ионного обмена широко используется в различных отраслях промышленности, в основном, для водоподготовки с целью ее умягчения или обессоливания [1-4]. Обоснованный выбор ионообменного аппарата, его проектный расчет, а также определение оптимальных условий проведения процесса возможны лишь на основе адекватной математической модели. Наиболее сложной составляющей такой модели является описание кинетики процесса, что в свою очередь требует знания уравнений массопереноса в ионите и растворе [5]. В инженерных расчетах, как правило, используются уравнения массоотдачи в каждой из фаз. При расчете коэффициентов массоотдачи требуются коэффициенты молекулярной диффузии, определенные относительно границы раздела фаз (матрицы коэффициентов в многокомпонентном случае) [5, 6]. Выражения для коэффициентов молекулярной диффузии в ионите приведены в [7-9], где

они определены через коэффициенты диффузии отдельных ионов (эйнштейновские коэффициенты диффузии D_i , характеризующие средний квадрат смещения частиц компонента i за единицу времени в равновесных условиях [6, 10, 11]).

В сплошной фазе обоснованные выражения для коэффициентов молекулярной диффузии относительно границы раздела фаз при ионном обмене, на наш взгляд, отсутствуют. Различные авторы предлагают использовать для расчета коэффициентов массоотдачи либо эйнштейновский коэффициент диффузии поглощаемого ионитом иона [8], либо коэффициент диффузии, определяемый при растворении вещества [9, 12, 13]. В [7] приведено аналитическое решение для профилей концентраций в частном случае двух одновалентных ионов при использовании пленочной модели массоотдачи. Однако эта модель применима лишь для качественного анализа [6], кроме

того, выражения для коэффициента диффузии относительно границы раздела фаз в [7] не приводится.

Целью данной работы является получение выражений для коэффициентов молекулярной диффузии относительно границы раздела фаз в сплошной фазе при ионном обмене, позволяющих использовать их в расчетах коэффициентов массоотдачи. Поскольку концентрация ионов при водоподготовке, как правило, незначительна, будем использовать приближение бесконечно разбавленного раствора.

Рассмотрим многокомпонентный случай: n – число различных ионов в растворе, k – число ионов, участвующих в ионном обмене. Запишем поток ионов сорта i за счет молекулярного переноса в соответствии с уравнением Нернста-Планка

$$J_i = -D_i \nabla c_i - D_i c_i z_i (F \nabla \varphi / RT), \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где ∇c_i – градиент концентрации ионов сорта i , z_i – заряд иона сорта i , F – постоянная Фарадея, $\nabla \varphi$ – градиент потенциала электрического поля, возникающего за счет перераспределения зарядов при диффузии ионов (диффузионного потенциала), R – универсальная газовая постоянная, T – температура. Обозначим для дальнейшего сокращения записи выражение в круглых скобках буквой w . Условие электронейтральности раствора будет иметь вид

$$\sum_{i=1}^n c_i z_i = 0 \quad (2)$$

Суммарный поток заряда из раствора в ионит и обратно будет равен нулю (электронейтральность ионита), потоки ионов, не участвующих в ионном обмене, также равны нулю

$$\sum_{i=1}^k J_i z_i = 0, \quad (3) \quad J_i = 0, \quad i = \overline{k+1, n}. \quad (4)$$

Подставим (1) в (3) и найдем величину в круглых скобках w

$$w = - \left(\sum_{i=1}^k D_i z_i \nabla c_i \right) / \left(\sum_{i=1}^k D_i c_i z_i^2 \right) \quad (5)$$

Подставив (1) в (4) можно выразить

$$\nabla c_i = -c_i z_i w, \quad i = \overline{k+1, n}. \quad (6)$$

Применим дифференциальный оператор Гамильтона к соотношению (2) и найдем ∇c_k , что в последствии позволит совместно с (3) сократить размер квадратной матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии, а в частном случае $k=2$ она выродится в единственный коэффициент диффузии.

$$\nabla c_k = - \sum_{i=1, i \neq k}^n z_i \nabla c_i / z_k. \quad (7)$$

Подставим (6) в (7), тогда

$$\nabla c_k = - \sum_{i=1}^{k-1} z_i \nabla c_i / z_k + \sum_{i=k+1}^n c_i z_i^2 w / z_k \quad (8)$$

Полученное соотношение (8) используем в (5)

$$w = - \frac{\sum_{i=1}^{k-1} D_i z_i \nabla c_i - D_k \left(\sum_{i=1}^{k-1} z_i \nabla c_i - \sum_{i=k+1}^n c_i z_i^2 w \right)}{\sum_{i=1}^k D_i c_i z_i^2} =$$

$$= - \frac{\sum_{i=1}^{k-1} (D_i - D_k) z_i \nabla c_i}{\sum_{i=1}^k D_i c_i z_i^2 + D_k \sum_{i=k+1}^n c_i z_i^2}. \quad (9)$$

Найденное выражение для w подставим в (1)

$$J_i = -D_i \nabla c_i + D_i c_i z_i \frac{\sum_{i=1}^{k-1} (D_i - D_k) z_i \nabla c_i}{\sum_{i=1}^k D_i c_i z_i^2 + D_k \sum_{i=k+1}^n c_i z_i^2} =$$

$$= -D_i \nabla c_i \frac{\sum_{l=1}^k D_l c_l z_l^2 + D_k \sum_{l=k+1}^n c_l z_l^2 - c_i z_i^2 (D_i - D_k)}{\sum_{l=1}^k D_l c_l z_l^2 + D_k \sum_{l=k+1}^n c_l z_l^2} +$$

$$+ \frac{D_i c_i z_i \sum_{j=1, j \neq i}^{k-1} (D_j - D_k) z_j \nabla c_j}{\sum_{l=1}^k D_l c_l z_l^2 + D_k \sum_{l=k+1}^n c_l z_l^2}, \quad i = \overline{1, k-1} \quad (10)$$

Как видно из полученного уравнения (10), поток каждого иона раствора, участвующего в ионном обмене, зависит от градиентов концентраций всех таких ионов за исключением последнего, градиент концентрации которого выражен через других (7). Потоки найдены в системе отчета, связанной с границей раздела фаз ионит-раствор, что следует из условий (3), (4) и отражается в дальнейшем верхним индексом «г». Потоки можно записать с использованием матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии

$$J_i^g = - \sum_{j=1}^{k-1} D_{ij}^g \nabla c_j, \quad i = \overline{1, k-1}. \quad (11)$$

Диагональные D_{ii}^g и недиагональные D_{ij}^g элементы матрицы с учетом (10) можно записать

$$D_{ii}^g = D_i \frac{\sum_{l=1, l \neq i}^k D_l c_l z_l^2 + D_k \sum_{l=k+1}^n c_l z_l^2}{\sum_{l=1}^k D_l c_l z_l^2 + D_k \sum_{l=k+1}^n c_l z_l^2},$$

$$D_{ij}^g = - \frac{D_i c_i z_i z_j (D_j - D_k)}{\sum_{l=1}^k D_l c_l z_l^2 + D_k \sum_{l=k+1}^n c_l z_l^2}, \quad i, j = \overline{1, k-1}. \quad (12)$$

В частном случае, когда число ионов, участвующих в ионном обмене, равно двум ($k=2$), матрица (12) вырождается в единственный коэффициент диффузии относительно границы раздела фаз

$$D_{II}^{\Gamma} = D_1 D_2 \sum_{i=1}^n c_i z_i^2 / \left(\sum_{i=1}^2 D_i c_i z_i^2 + D_2 \sum_{i=3}^n c_i z_i^2 \right). \quad (13)$$

Эйнштейновские коэффициенты диффузии D_i можно выразить через ионные проводимости соответствующих ионов λ_i [12, 14]. Поскольку уравнения (1) записывались в приближении бесконечно разбавленного раствора, то и значения ионных проводимостей также следует брать при тех же условиях. Данные для водных растворов приводятся в [12, 14] и другой справочной литературе.

Часто для описания ионного обмена используют коэффициент диффузии при растворении вещества, состоящего из катионов (К) и анионов (А) [12, 13]. Используя все предыдущие рассуждения и уравнения, выражение для него можно получить, заменив условия (3), (4) на

$$J_A z_A + J_K z_K = 0, \quad (14)$$

так как в этом случае возникающий градиент потенциала электрического поля будет выравнивать потоки зарядов катионов и анионов, приводя к единому коэффициенту диффузии электролита D^3 [15]

$$D^3 = D_A D_K (|z_A| + z_K) / (D_A |z_A| + D_K z_K) \quad (15)$$

Рассмотрим для примера простейший случай катионного обмена между водным раствором NaCl и ионитом, содержащим H^+ . Присвоим следующие номера ионам: $Na^+ - 1$, $H^+ - 2$, $Cl^- - 3$. Обозначим концентрацию электролита c_3 , которая в соответствии с (2) будет равна c_3 , а доли катионов от общего их количества x_1 и x_2 . Тогда

$$D_{II}^{\Gamma} = \frac{D_1 D_2 c_3 (x_1 + x_2 + 1)}{c_3 (D_1 x_1 + D_2 x_2 + D_2)} = \frac{2 D_1 D_2}{D_1 x_1 + D_2 (x_2 + 1)} \quad (16)$$

Как видно, этот коэффициент в отличие от (15) зависит от соотношения концентраций катионов в растворе. Рассмотрим два предельных случая:

$$x_1 \rightarrow 0, x_2 \rightarrow 1 \quad D_{II}^{\Gamma} = D_1, \quad (17)$$

$$x_1 \rightarrow 1, x_2 \rightarrow 0 \quad D_{II}^{\Gamma} = \frac{2 D_1 D_2}{D_1 + D_2}. \quad (18)$$

Коэффициенты диффузии отдельных ионов в воде при бесконечном разбавлении и $T=298K$ возьмем из [15]: $D_1 = 1.33 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}$, $D_2 = 9.31 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}$,

$D_3 = 2.03 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}$. Тогда

$$\text{для случая (17)} \quad D_{II}^{\Gamma} = 1.33 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с},$$

$$\text{для случая (18)} \quad D_{II}^{\Gamma} = 2.33 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}.$$

Коэффициент диффузии D_{II}^{Γ} определяет поток 1-

го компонента (в данном случае Na^+) в соответствии с (11) как множитель перед антиградиентом его концентрации. Если потребуется определить поток ионов H^+ , то следует перенумеровать компоненты $H^+ - 1$, $Na^+ - 2$ и тогда

$$\text{для случая (17)} \quad D_{II}^{\Gamma} = 9.31 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с},$$

$$\text{для случая (18)} \quad D_{II}^{\Gamma} = 2.33 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}.$$

Этим коэффициенты диффузии относительно границы раздела фаз отличаются от коэффициентов взаимной (бинарной) диффузии в среднеобъемной системе отсчета, которые одинаковы для обоих компонентов [6, 10-12]. Объясняется это тем, что при ионном обмене градиенты концентраций первого и второго компонентов не равны друг другу с противоположным знаком, как их потоки, а подчиняются соотношению (7).

Из вышесказанного можно сделать вывод о том, что чем больше коэффициент диффузии данного иона, участвующего в ионном обмене, тем меньше градиент его концентрации. Это подтверждается найденными в [7] профилями концентраций одновалентных ионов в рамках пленочной модели массоотдачи.

Коэффициент диффузии электролита, определяемый (15) для растворения соли NaCl в воде при бесконечном разбавлении, будет равен $1.61 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}$.

Рассмотрим еще один пример: водный раствор гидрокарбоната кальция $Ca(HCO_3)_2$. Данная соль преимущественно определяет карбонатную (временную) жесткость воды, для устранения которой часто применяют процесс ионного обмена. Отличие от рассмотренного ранее примера при расчете коэффициентов диффузии относительно границы раздела фаз будет заключаться в двухвалентности иона Ca^{+2} .

Обозначим $Ca^{+2} - 1$, $H^+ - 2$, $HCO_3^- - 3$. Коэффициенты диффузии в воде при бесконечном разбавлении и $T=298K$ возьмем из [15] $D_1 = 0.79 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}$, а D_3 найдем по [12, 15] через ионную проводимость λ_i^0 , $\text{м}^2 / (\text{Ом} \cdot \text{моль})$ при бесконечном разбавлении

$$D_i = \frac{\lambda_i^0 R T}{F^2 |z_i|} = 8.93 \cdot 10^{-10} \lambda_i^0 T / |z_i|, \text{ м}^2 / \text{с} \quad (19)$$

$$D_3 = 1.18 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}. \text{ Тогда}$$

$$\text{для случая (17)} \quad D_{II}^{\Gamma} = 0.79 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с},$$

а случай (18) приобретет вид

$$D_{II}^{\Gamma} = \frac{3 D_1 D_2}{2 D_1 + D_2}, \quad (20) \quad D_{II}^{\Gamma} = 2.03 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}.$$

Если перенумеровать компоненты $H^+ - 1$, $Ca^{+2} - 2$, тогда

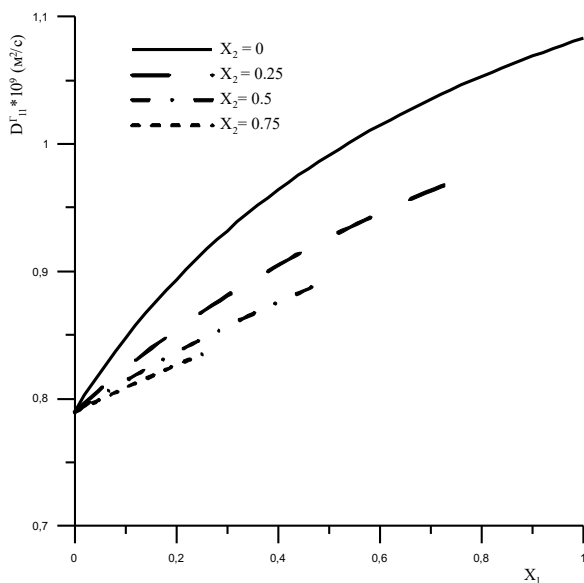
для случая (17) $D_{II}^{\Gamma} = 9.31 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}$,

для случая (18) $D_{II}^{\Gamma} = 1.46 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}$.

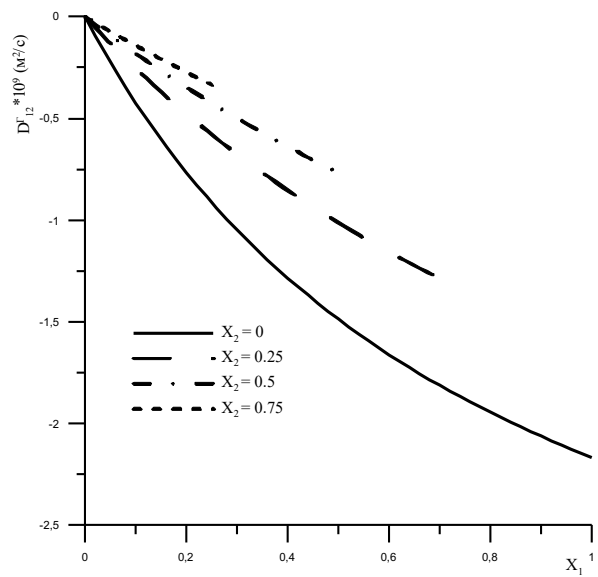
Коэффициент диффузии электролита, определяемый (15) для растворения соли $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$ в воде при бесконечном разбавлении, будет равен $1.01 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}$.

Рассмотрим пример ионного обмена, в котором участвуют не два, а три катиона: обмен ионов Ca^{+2} из водного раствора гидрокарбоната кальция на содержащиеся в ионите катионы H^{+} и Na^{+} . Такие иониты часто используются на практике при умягчении воды с целью снижения ее кислотности. По-

скольку число катионов, участвующих в ионном обмене, $k=3$ из уравнения (11) следует необходимость расчета матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии 2×2 по (12). Допустим нам необходимо найти поток ионов Ca^{+2} , пронумеруем компоненты следующим образом: $\text{Ca}^{+2} - 1$, $\text{H}^{+} - 2$, $\text{Na}^{+} - 3$, $\text{HCO}_3^{-} - 4$ ($k=3$, $n=4$). Обозначим, как и для бинарного случая, доли катионов от их общего количества x_i . На рис. 1 показано, как меняются диагональный D_{II}^{Γ} и недиагональный D_{12}^{Γ} элементы матрицы в зависимости от x_1 при фиксированных значениях x_2 (x_3 находится из суммы долей равной 1, а s_4 из соотношения (2)).



а



б

Рис. 1 – Зависимость диагонального а) и недиагонального б) элементов матрицы коэффициентов трехкомпонентной диффузии от доли 1-го компонента при фиксированных долях 2-го ($\text{Ca}^{+2} - 1$, $\text{H}^{+} - 2$, $\text{Na}^{+} - 3$)

Fig. 1 – Dependence of diagonal (a) and non-diagonal (b) elements of the coefficients matrix of three-component diffusion coefficients on the share of the 1st component at fixed shares of the 2nd component ($\text{Ca}^{+2} - 1$, $\text{H}^{+} - 2$, $\text{Na}^{+} - 3$)

Как и в бинарном случае существенное влияние на величину коэффициентов диффузии, а в многокомпонентном случае и на знак недиагональных элементов оказывает нумерация компонентов. Покажем на примере, поменяв нумерацию только 2-го и 3-го компонентов: $\text{Ca}^{+2} - 1$, $\text{Na}^{+} - 2$, $\text{H}^{+} - 3$. Зависимости D_{II}^{Γ} и D_{12}^{Γ} для такого варианта отображены на рис. 2.

Как видно из соотношения (12), при желании уменьшить модуль недиагональных элементов матрицы необходимо в качестве j-го и k-го компонентов выбирать, если это возможно, компоненты с близкими эйнштейновскими коэффициентами диффузии.

По результатам работы можно сделать следующие **выводы**:

1. Получены выражения для матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии относительно границы раздела фаз при ионном обмене для жидкой фазы через коэффициенты диффузии отдельных ионов (12);
2. Показано, что в частном случае, когда в ионном обмене участвуют лишь два иона, матрица вырождается в единственный коэффициент (13);
3. Как элементы матрицы (12), так и коэффициенты (13) зависят от соотношения концентраций, зарядов ионов и их нумерации;
4. На примерах показано, что эта зависимость может быть весьма существенной и коэффициенты (13) отличаются от коэффициента диффузии при растворении электролита (15);
5. При использовании полученных выражений для расчета коэффициентов массоотдачи

(матриц коэффициентов в многокомпонентном случае) необходимо очень внимательно подходить к выбору нумерации ионов.

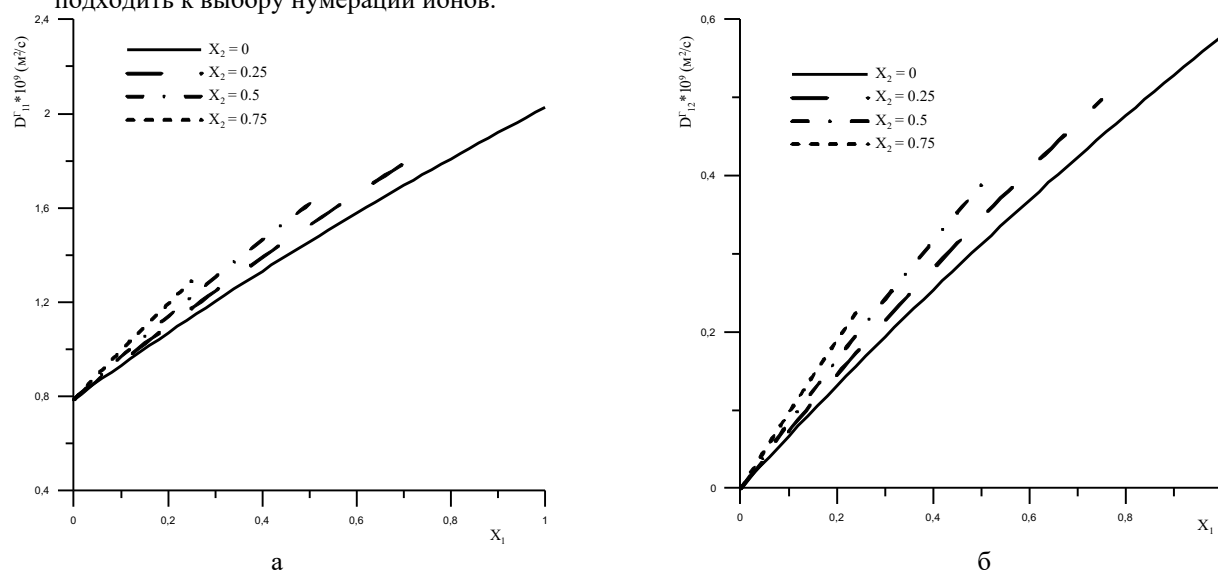


Рис. 2 – Зависимость диагонального а) и недиагонального б) элементов матрицы коэффициентов трехкомпонентной диффузии от доли 1-го компонента при фиксированных долях 2-го (Ca^{+2} – 1, H^+ – 2, Na^+ – 3)

Fig. 2 – Dependence of diagonal (a) and non-diagonal (b) elements of the coefficients matrix of three-component diffusion coefficients on the share of the 1st component at fixed shares of the 2nd component (Ca^{+2} – 1, H^+ – 2, Na^+ – 3)

Литература

1. K. Judith, C. Reinhold, R. Dietmar, J. *Agricult. Food Chem.*, **59**, 1, 22–42 (2011) DOI: 10.1021/jf1032203.
2. S.A. Parsons *Water Res.*, **34**, 8, 2369–2375 (2000).
3. F. Al-Sheikh, C. Moralejo, M. Pritzker, W. A. Anderson, A. Elkamel, *Sep. Sci. Technol.*, **56**, 3, 462–473 (2021). DOI: 10.1080/01496395.2020.1718706.
4. A. Bashir, L. A. Malik, S. Ahad et al., *Environ Chem. Lett.*, **17**, 729–754 (2019). DOI: 10.1007/s10311-018-00828-y.
5. А. В. Клинов, А. И. Разинов, А. Е. Прокопович, Е. В. Саблин, *Теорет. основы хим. технологии*, **58**, 1, 17–26 (2024). DOI: 10.31857/S0040357124010038.
6. А. И. Разинов, А. В. Клинов, Г. С. Дьяконов, *Процессы и аппараты химической технологии*. Лань. Санкт-Петербург, 2022. 688 с.
7. F. Helfferich, *Ion Exchange*. Dover Publications. New York, 1995. 626 p.
8. M. D. LeVan, G. Carta, *Perry's Chemical engineers' handbook: adsorption and ion exchange*. McGraw-Hill Professional. New York, 2007. 70 p.
9. Ю. А. Кокотов, *Иониты и ионный обмен*. Химия. Ленинград, 1980. 152 с.
10. С. Г. Дьяконов, А. И. Разинов, *Журн. техн. физики*, **50**, 9, 1948–1954 (1980).
11. С. Г. Дьяконов, А. И. Разинов, *Теорет. основы хим. технологии*, **16**, 1, 105–109 (1982).
12. Т. Шервуд, Р. Пигфорд, Ч. Уилки, *Массопередача*. Химия. Москва, 1982. 696 с.
13. Г. С. Борисов, В. П. Брыков, Ю. И. Дытнерский и др., *Основные процессы и аппараты химической технологии*. Альянс. Москва, 2007. 496 с.
14. Р. Рид, Д. Праусниц, Т. Шервуд, *Свойства газов и жидкостей*. Химия. Ленинград, 1982. 592 с.
15. Л. И. Антропов, *Теоретическая электрохимия*. Высшая школа. Москва, 1984, 519 с.

References

1. K. Judith, C. Reinhold, R. Dietmar, J. *Agricult. Food Chem.*, **59**, 1, 22–42 (2011) DOI: 10.1021/jf1032203.
2. S. A. Parsons *Water Res.*, **34**, 8, 2369–2375 (2000).
3. F. Al-Sheikh, C. Moralejo, M. Pritzker, W. A. Anderson, A. Elkamel, *Sep. Sci. Technol.*, **56**, 3, 462–473 (2021). DOI: 10.1080/01496395.2020.1718706.
4. A. Bashir, L. A. Malik, S. Ahad et al., *Environ Chem. Lett.*, **17**, 729–754 (2019). DOI: 10.1007/s10311-018-00828-y.
5. A. V. Klinov, A. I. Razinov, A. E. Prokopovich, and E. V. Sablin, *Theoret. bases of chemical technology*, **58**, 1, 17–26 (2024). DOI: 10.31857/S0040357124010038.
6. A. I. Razinov, A. V. Klinov, G. S. Diakonov, *Processes and apparatuses of chemical technology*. Lan. St. Petersburg, 2022. 688 p.
7. F. Helfferich, *Ion Exchange*. Dover Publications. New York, 1995. 626 p.
8. M. D. LeVan, G. Carta, *Perry's chemical engineers' handbook: adsorption and ion exchange*. McGraw-Hill Professional. New York, 2007. 70 p.
9. Y. A. Kokotov, *Ionites and ion exchange*. Chemistry. Leningrad, 1980. 152 p.
10. C. G. Dyakonov, A. I. Razinov, *Zhurn. tehn. physika*, **50**, 9, 1948–1954 (1980).
11. C. G. G. Dyakonov, A. I. Razinov, *Theoret. bases of chemical technology*, **16**, 1, 105–109 (1982).
12. T. Sherwood, R. Pigford, C. Wilkie, *Mass transfer*. Chemistry. Moscow, 1982. 696 p.
13. G. S. Borisov, V. P. Brykov, Y. I. Dytnersky et al, *Basic processes and apparatuses of chemical technology*. Alliance. Moscow, 2007. 496 p.
14. R. Reed, D. Prausnitz, T. Sherwood, *Properties of gases and liquids*. Chemistry. Leningrad, 1982. 592 p.
15. L. I. Antropov, *Theoretical electrochemistry*. Higher School. Moscow, 1984, 519 p.

© А. И. Разинов – канд. техн. наук, доцент кафедры процессов и аппаратов химической технологии (ПАХТ), Казанский национальный исследовательский технологический университет (КНИТУ), Казань, Россия, a_razinov@mail.ru; А. В. Клинов – д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой ПАХТ, КНИТУ, alklin@kstu.ru.

© **A. I. Razinov** – PhD (Technical Sci.), Associate Professor, the department of Processes and Apparatuses of Chemical Technology (PACT), Kazan National research Technological University (KNRTU), Kazan, Russia, a_razinov@mail.ru; **A. V. Klinov** – Doctor of Sciences (Technical Sci.), Professor, Head of the PACT department, KNRTU, alklin@kstu.ru.