

Известно, что в статически неопределимых конструкциях с изменением соотношения жесткостей её элементов происходит перераспределение усилий между ними. Усилия концентрируются в зонах больших жесткостей и уменьшаются в элементах, жесткость которых понизилась или осталась неизменной. В случае, если произвести ремонт статически неопределимой конструкции материалом, у которого деформативность ниже, чем у основного материала конструкции, происходит дальнейшее перераспределение усилий от добавочной нагрузки не только в самом ремонтируемом элементе, но и между элементами статически неопределимой конструкции пропорционально изменившемуся соотношению жесткостей элементов. Особенности, возникающие при применении для усиления материалов с характеристиками, отличными от таковых у основного конструкционного материала, обязательно необходимо учитывать при оценке напряженно-деформированного состояния усиливаемых конструкций, так как эти особенности, наряду с уровнем существующих начальных напряжений, существенно влияют на эффективность усиления. Теоретические и экспериментальные исследования, направленные на выявление влияния соотношения деформативностей ремонтного и основного материалов на степень восстановления несущей способности элементов конструкций, отремонтированных без вывода из напряженного состояния, были выполнены в монографии [1]. Были даны расчетные методы проектирования ремонтов статически определимых конструкций и, в первую очередь, подбора механических характеристик ремонтных материалов. Экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния, а также расчетная методика оценки степени восстановления несущей способности статически неопределимых конструкций, усиленных под нагрузкой, представлены в работе [2]. Определению несущей способности усиливаемых нагруженных конструкций с учетом упругопластических деформаций посвящены работы [3 – 5]. Вариационному методу расчета напряженно-деформированного состояния усиливаемых нагруженных конструкций посвящена работа [6, 7]. В публикациях [1 – 5], особенности прочности и деформирования конструкций, усиливаемых в напряжённом состоянии, изучались, в основном, для элементов, имеющих, как правило, простейшие формы поперечного сечения. В работах [6, 7] рассматривались случаи усиления конструкций материалом идентичным основному материалу конструкции. В данной статье описывается вариационный метод определения эффективности усиления нагруженных конструкций, усиливаемых иным материалом. Особенности, возникающие при применении для усиления материалов с характеристиками, отличными от таковых у основного конструкционного материала, рассмотрим на примере усиления участка стержня (рис. 1а), когда модуль упругости элемента усиления больше чем модуль упругости основного материала конструкции (рис. 1а). В рассматриваемом примере – высота исходного поперечного сечения, – высота элемента усиления, –

высота сечения после усиления. Усиление проводится без полной разгрузки конструкции, при наличии в поперечном сечении ремонтных напряжений (рис. 1б). После усиления от воздействия добавочных эксплуатационных нагрузок возникают дополнительные напряжения. Рис. 1 – Схема усиленного элемента (а) и эпюры нормальных напряжений: б – при действии ремонтных нагрузок; в – при действии дополнительных нагрузок после усиления; г – эпюра результирующих напряжений; д – эпюра результирующих напряжений, при упругопластических деформациях. Эпюра этих напряжений в зоне упругих деформаций показана на рис. 1в. Результирующие нормальные напряжения, приведенные рис. 1г, получаются в результате наложения на . При увеличении нагрузки после усиления, напряжения на одной из граней усиленного сечения достигнут величины предела текучести, а напряжения на противоположной грани сечения – увеличиваться. В случае, когда при наложении на , возникли пластические деформации, результирующая эпюра напряжений (рис. 1д) не является арифметической суммой и , так как в этом случае произойдет перераспределение напряжений. Поэтому величины , , и высота зоны пластических деформаций являются неизвестными и находятся при решении задачи. Для решения задачи упругопластического деформирования стержневой системы использовался вариационный метод. Этот метод позволяет учитывать физико-механические характеристики основного материала конструкции и материала элемента усиления, а также такие особенности, как увеличение размеров поперечного сечения стержня конструкции, усиливаемого под нагрузкой, наложение полей напряжений, сопровождающееся возникновением пластических деформаций, наложение напряжений, обусловленных различными факторами, в том числе и технологическими. Принимались основные допущения и соотношения теории стержней с учетом сдвигов [8]. На первом этапе, используя методику, изложенную в [6], определяются деформации и напряжения в элементах поврежденной упругой стержневой системы, при действии ремонтных нагрузок. При этом полагаем, что деформации, возникающие в конструкции до и после усиления, являются только упругими. Затем, на втором этапе расчетов, определяются напряженно-деформированное состояние конструкции после усиления. Напряжения и деформации в усиленной конструкции определяется с учетом действия эксплуатационных нагрузок и наличия ремонтных напряжений. После усиления, при действии дополнительной эксплуатационной нагрузки допускается возникновение упругопластических деформаций в материале усиливаемой конструкции. В этом случае для описания напряженно – деформированного состояния стержневой системы используется теория идеально пластического тела. В тех точках стержня, где возникают упругие деформации, зависимость между напряжениями и деформациями описывается законом Гука, а в точках, где возникают пластические деформации, согласно критерию пластичности Губера – Мизеса, считается , где Здесь -

интенсивность нормальных напряжений после усиления; σ_{τ} - касательные напряжения, действующие в сечении в период усиления; σ_{τ}^* - добавочные касательные напряжения, возникающие в сечении элемента после усиления. Для определения перемещений элементов стержневой системы после усиления используется вариационное уравнение следующего вида:
$$\delta U = \delta U_1 + \delta U_2 + \delta U_3 = 0 \quad (1)$$
 где δU_1 - вариация потенциальной энергии деформации стержневой системы в зоне упругих деформаций; δU_2 - вариация потенциальной энергии в зоне пластических деформаций; δU_3 - вариация работы внешних сил. Выражения для δU_1 и δU_2 в этом случае записываются в виде
$$\delta U_1 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \delta \epsilon_i \sigma_i A_i L_i \quad (2)$$

$$\delta U_2 = \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} \delta \epsilon_j \sigma_j A_j L_j \quad (3)$$
 В выражениях (2) и (3) L_i - длины участков стержневой системы, в которых возникают, соответственно, только упругие и упругопластические деформации; E_i - характеристики упругости соответственно основного материала конструкции и материала используемого для усиления конструкции (ремонтный материал); A_i - площади области упругих деформаций соответственно в зонах основного материала конструкции (область I на рис.1,а) и ремонтного материала (область II на рис.1,а); A_j - площадь области упругопластических деформаций усиленного сечения; σ_i - нормальные и касательные напряжения, возникающие в зоне пластических деформаций сечений стержней, где σ_i - касательные напряжения. Вариация работы внешних сил имеет следующий вид: где P_i - добавочные нагрузки, действующие после усиления конструкции.

Отличительная особенность выражений (2) состоит в том, что в них входят, возникающие в период усиления (ремонта), нормальные и касательные напряжения σ_i , действующие в областях поперечных сечений стержней с площадью (область I), являющихся только частью области увеличенного при усилении. Для вычисления интегралов, которые содержатся в уравнении (2), используется численное интегрирование с использованием формулы Гаусса. Интегрирование проводится по длине стержней и по площади их поперечных сечений, согласно методике, описанное в [6]. С использованием выражений (2) и методики, которая изложена в [6], определяются перемещения стержней. Затем, подсчитываются деформации и напряжения σ_i , возникающие в конструкции после усиления. Для нахождения областей пластических деформаций в стержнях используется итерационный метод. На первой итерации деформации считаются упругими (ϵ_i), а на последующих итерациях, в каждой точке интегрирования проверяется выполнение условия $\sigma_i \leq \sigma_{li}$. Если это условие выполняется, то σ_i , если не выполняется, то нужно находить σ_{li} . Итерационный процесс заканчивается при выполнении условия $\sigma_i \leq \sigma_{li}$, где σ_{li} - заданная величина погрешности, и M_{max} - наибольшие изгибающие моменты в сечениях элементов стержневой системы после усиления на шаге h . Приведем пример расчета рамной конструкции, при схеме нагружения, приведенное на рис. 2. Элементы рамы имеют прямоугольную форму поперечного сечения (рис. 3, а). Геометрические характеристики сечений элементов рамы до усиления были следующими: стойки рамы A ; размеры

сечения ригеля , . Характеристики основного материала конструкции , (здесь – расчетное сопротивление материала). Рис. 2 - Расчетная схема рамы Полагаем, что в период усиления сечение правой стойки рамы увеличивается по сравнению с первоначальными размерами. При этом высота усиленной стойки становится равным . Усиление рамы проводилось при разных значениях относительного уровня ремонтных напряжений . Для усиления правой стойки рамы используются материалы с более высокими физико-механическими характеристиками, чем основной материал конструкции. Рис. 3 - Графики зависимости Расчеты производились при разных соотношениях модулей упругости материала элемента усиления к основному материалу конструкции . По результатам расчетов, проведенных с учетом только упругих деформаций, получены графики зависимости (линии 1 на рис. 3), где – показатель степени возрастания первоначальной несущей способности конструкции, равное отношению несущей способности конструкции после усиления к её несущей способности до усиления [1]. В рассматриваемом примере показатель вычисляется по формуле , где и – нагрузки, воспринимаемые рамной конструкцией до и после усиления. Результаты расчетов позволили установить, что несущая способность усиленного под напряжением конструкции при применении для усиления материалов, деформативные характеристики которых выше, чем у основного материала конструкции , получаются больше по сравнению со случаем, когда усиление производится материалом, идентичным основному материалу конструкции . Из графиков на рис. 3 (линии 1), полученные по предлагаемой методике при разных фиксированных значениях видно, что с увеличением соотношения деформативных характеристик ремонтного и основного материалов степень повышения первоначальной несущей способности конструкции возрастает. Для сопоставления на рис. 3 также приведены графики , полученные по методике, изложенной в [2] (линии 2). Расхождение результатов расчетов по предлагаемой методике от результатов, полученных по методике [2] при и составляет 7 % . Результаты проведенных расчетов с учетом упругопластических свойств материала приведено в виде графика (линия 3 на рис. 3). Расчеты были выполнены для случая усиления правой стойки рамы материалом с модулем упругости . Нагружение рамы при разных значениях производилось до достижения значения размера области пластических деформаций (8,2 % от площади сечения после усиления) в наиболее нагруженном правом опорном сечении рамы. Полученные результаты показывают, что учет упругопластических свойств материала позволяет увеличивать степень восстановления первоначальной несущей способности конструкции от 16 % при до 21 % при по сравнению с результатами, полученными с учетом только упругих деформаций (линии 1 на рис. 3).