

Рассмотрим замкнутую систему массового обслуживания с ограниченным средним временем нахождения в очереди. За основу возьмем проанализированную нами в работе [1] замкнутую модель М/М/т. Граф такой системы имеет вид, изображенный на рис. 1. Применяя общие выражения для предельных вероятностей состояний системы, и используя те же обозначения, что и в работе [1], имеем $\dots$; $\dots$; $\dots$; $\dots$; $\dots$; $\dots$, то есть при $\dots$; при $\dots$, или при $\dots$; при $\dots$, $\dots$. Отсюда $\dots$. Как и раньше, везде полагаем $\dots$, поскольку при $\dots$ и данный случай, очевидно, ничем не отличается от соответствующего случая замкнутой модели М/М/т, рассмотренной в работе [1]. Числовые характеристики установившегося режима

Вероятность ожидания = (1) $\dots$. Вероятность немедленного обслуживания $\dots$. (2) Среднее число требований, находящихся под обслуживанием, как обычно, $\dots$. Полное число заявок в системе в целом $\dots$. (3) По-другому: $\dots$, и тогда $\dots$, то есть или $\dots$, откуда окончательно имеем в соответствии с формулой (3). Полученное соотношение позволяет легко проверить справедливость формул (1) и (2): $\dots$. При этом, очевидно, относительная пропускная способность $\dots$. Средняя длина очереди $\dots$, так что $\dots$, откуда следует $\dots$. Здесь и этот параметр показывает, какое количество «нетерпеливых» заявок в среднем покидает очередь за среднее время, в течение которого в систему поступает одна заявка. При этом $\dots$; $\dots$. При очереди в системе отсутствует, в этом случае $\dots$. Обратимся далее ко вторым моментам соответствующих величин. Найдем дисперсию числа требований, одновременно находящихся под обслуживанием (числа занятых каналов). В данном случае, очевидно, имеем $\dots$, откуда $\dots$, и тогда $\dots$. Дисперсия общего числа требований в системе Отсюда после несложных преобразований имеем откуда Ковариация числа требований в очереди и под обслуживанием $\dots$, так что $\dots$. Коэффициент корреляции $\dots$. Среднее время обслуживания одного требования $\dots$, дисперсия времени обслуживания $\dots$. Функция распределения времени нахождения в очереди одной заявки определяется формулой [2, 3] $\dots$, в которой $\dots$, и тогда откуда В итоге имеем $\dots$, как и следовало ожидать. Аналогично или Это выражение можно, конечно, несколько упростить, действуя по той же схеме, что и при вычислении $\dots$. Однако эти действия не могут привести к существенно более компактной и, вследствие этого, более удобной для численных расчетов формулировке. Поэтому формула для $\dots$, точно так же, как и соответствующая зависимость в модели [2, 3] открытой СМО с ограниченным средним временем пребывания в очереди, оставлена здесь в таком виде. В итоге имеем и $\dots$, что очевидно. В заключение укажем, что полученную в настоящей работе систему формул, так же, как и в случае открытых систем массового обслуживания, можно распространить на системы с ограниченным средним временем пребывания в системе в целом (как в очереди, так и в обслуживающем устройстве), если в ней всюду совершить замену на $\dots$ и на $\dots$