В статье ставится и решается задача о теплоотдаче движущейся жидкости в полубесконечном цилиндрическом канале, имеющем сечение в форме эллиптического кольца, при граничных условиях первого рода. Данная задача продолжает серию работ, опубликованных в [1-10]. Математическая постановка задачи Даны два осесимметричных полубесконечных эллиптических цилиндра, образующих канал в форме эллиптического кольца. Между ними в осевом направлении (вдоль оси ) перемещается греющая жидкость с постоянной средней скоростью Компоненты скорости вдоль других осей декартовой системы координат предполагаются равными нулю. В начальное сечение канала подается горячая жидкость, температура которой в общем случае является функцией координат. В частном случае эта температура может принимать постоянное значение. Температура внутренней и наружной стенок эллиптического канала, обращенных к жидкости, равна соответственно и В частных случаях может быть Расход греющей жидкости – Требуется найти температурное поле в жидкости и локальный удельный тепловой поток на стенки канала. Дифференциальное уравнение энергии, преобразованное из декартовой системы координат к координатам эллиптического цилиндра, согласно [2,10], позволяет записать поставленную краевую задачу (1) (2) (3) (4) (5) (6) Здесь предполагается общий случай симметричного распределения температуры вдоль координат ина входе в канал Для решения задачи (1)-(6) ее следует редуцировать при помощи замены (7) на две задачи (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (15) (16) В (14) частная производная по заменена, по очевидным соображениям, на полную производную. Решением (14)-(16) будет функция (17) Задача(8)-(13) решается методом разделения переменных. Если положить (18) то можно получить Откуда (19) где - константа разделения. Последующее разделение переменных (19а) дает Это приводит к обычному и модифицированному уравнениям Матье где - постоянная разделения. В итоге получаются три граничные задачи (20) (21) (22) (23) (24) (25) (26) Решением (20), (21) будет выражение (27) Здесь произвольная постоянная как малозначимая опущена. Решается задача (22), (23). Функция должна быть однозначной и периодической относительно координаты Поскольку рассматривается случай, когда распределение температуры симметрично относительно обеих осей эллипса, то функция должна быть четной и иметь период относительно . Решение (22), (23), с учетом вышеизложенного, приводит к выбору обычной функции Матье первого рода (28) Решением уравнения (24) будут модифицированные функции Матье первого и второго рода (29) Использование граничных условий (25), (26) позволяет получить систему уравнений для определения коэффициентов (30) Характеристическое уравнение для нахождения собственных значений из соотношений (30) может быть получено из условия (31) Данное условие позволяет получить нетривиальное решение системы (30), относительно искомых коэффициентов. Таким образом, решением уравнения (19) должна быть, согласно (19а), (28), (29) функция (32) Тогда на основании (18), (27), (32) будет Или с учетом (31) и данного выражения будет (33) Здесь - корни характеристического уравнениия, полученного на основе (31) (34) Если выразить из первого уравнения системы (30) и подставить в соотношение (33), то будет (35) где Вводятся обозначения (36) Тогда (35) принимает вид (37) Применение условия (12) к (37) приводит к выражению (38) Другими словами, необходимо разложить функцию согласно (36), (38) по произведениям обычных и модифицированных (присоединенных) функций Матье. Можно показать, что функции Матье ортогональны в промежутке изменения от до (то есть для эллиптического кольца) [10]. Следует заметить, что, поскольку функции и удовлетворяют одному и тому же уравнению (24), то и функция удовлетворяет этому же уравнению. Выражение (38) с учетом (17) в развернутом виде приводит к соотношению (39) Для определения коэффициентов в (39) обе части данного соотношения умножаются на и интегрируются по от 0 дои по от до Тогда все члены ряда, содержащиеся в правой части, обращаются в ноль, кроме члена, для которого В итоге получаются следующие коэффициенты . (40) С использованием (40) выражение (37) принимает вид (41) На основании (7), (17) и (41) получается окончательное искомое решение задачи (42) Таким образом для получения числового результата необходимо совместно рассмотреть решение (42), используя выражение (36) для и характеристическое уравнение (34). Выражения для удельных тепловых потоков на стенки канала запишутся следующим образом. На внутреннюю стенку канала или (43) На внешнюю стенку канала или (44) Здесь следует попутно отметить, что [11] Если условие (5) упростить и принять, что или где - температура горячей жидкости в начальном сечении эллиптического цилиндра, то решения упрощаются (42а) Удельный тепловой поток на внутреннюю стенку канала (43а) Удельный тепловой поток на внешнюю стенку канала (44а) В соотношениях (42а)-(44а) было также учтено, что [11] . Последний вариант записи решений при в виде (42а)-(44а) более удобен для вычислений, так как коэффициенты разложений и другие протабулированы [12]. Обозначения -текущая температура жидкости в эллиптических координатах, К ; - средняя постоянная скорость движения жидкости в кольцевом эллиптическом канале, м/с; - температура горячей жидкости на входе в канал при , К; - температуры внутренней и наружной стенок канала соответственно при и К; - коэффициент температуропроводности жидкости, м2/с; - фокусное расстояние эллипса, м; - эллиптические координаты (безр., рад.); - внутренняя и внешняя границы канала, безр.; - корни характеристического уравнения (34); - модифицированные функции Матье первого рода при и действительных и отличных от ноля; -модифицированные функции Матье второго рода при и действительных и отличных от ноля; - обычные функции Матье первого рода при и действительных и отличных от ноля; - определяемые константы; - объемный расход жидкости, (м3/с, м3/ч); теплопроводность жидкости, Вт/(м К); - удельный тепловой поток, Вт/