Введение В настоящее время прикладные вычислительные пакеты представляют собой мощный и хорошо развитый аппарат для решения широкого класса физических задач. Не секрет, что они активно используются ведущими мировыми инженерными компаниями при создании и испытании разнообразной высокотехнологичной продукции. Они позволяют экономить финансовые средства и время, заменяя множество дорогостоящих этапов разработки и тестирования численными экспериментами. Однако применение этих пакетов в области научных академических исследований до последнего времени ограничивалось двумя следующими факторами. Как известно, большинство вычислительных пакетов являются проприетарными программными продуктами и требуют крупных финансовых вложений на этапе их приобретения. Но более важно то, что они содержат закрытый программный код и как следствие представляют собой «черный ящик» для исследователя. Это ограничивает возможности по созданию, модификации и верификации новых численных моделей, мешает при оценке точности полученных результатов и т. д. Появление на рынке свободного программного пакета OpenFOAM в последние несколько лет позволило изменить данную ситуацию. Широкий инструментарий для формализации задачи, высокая эффективность реализации, а также хорошая масштабируемость под архитектуру вычислительной системы позволяют легко сконструировать численную модель в пакете. Открытый исходный код в свою очередь дает возможность в деталях контролировать ход решения, начиная от построения сетки до выбора схем аппроксимации слагаемых управляющей системы и методов численного решения. Единственным ощутимым недостатком пакета является его скудная документация, которая, несмотря на активное развитие пакета, пополняется в последнее время лишь статьями исследователей. В настоящей работе рассматривается применение пакета OpenFOAM для решения задачи об осциллирующем движении кругового цилиндра в вязкой несжимаемой жидкости. В связи с указанным недостатком исследование сопровождается большим количеством информации о численной схеме, особенностях ее реализации в пакете и результирующей точности методов. Задача об осциллирующем движении кругового цилиндра в вязкой несжимаемой жидкости относится к разряду перспективных областей исследования классической гидромеханики. Задача хранит в себе большой нераскрытый теоретический и практический потенциал. Морское и гражданское строительство, авиационно-космическое проектирование, робототехника – это лишь некоторые из областей, в которых задача имеет практическое приложение. С теоретической точки зрения огромный интерес представляет изучение сложных физических механизмов взаимодействия, структурных особенностей течения, анализ интегральных характеристик, исследование вопросов устойчивости и бифуркаций решения. Еще один важный фактор, который привлекает современных исследователей к задаче – это обширная экспериментальная база результатов (например [1]- [3]), которая накопилась за несколько последних десятилетий. Она дает широкие возможности для верификации численных моделей и одновременно служит хорошей отправной точкой для разностороннего изучения задачи. Различные подходы к численному исследованию задачи ранее рассматривались в работах [4-8]. В безразмерной постановке задача управляется двумя параметрами: числом Келигана-Карпентера КС и числом Стокса β. Первый характеризует отношение амплитуды колебаний к диаметру цилиндра, второй – квадрат отношения диаметра цилиндра к толщине нестационарного пограничного слоя. Параметры определяются соответственно: , . Здесь – амплитуда скорости колебаний, T – период колебаний, D – диаметр цилиндра, ν – кинематическая вязкость жидкости. В данной работе исследования проводятся в диапазоне малых чисел Стокса β55 при КС10. Как показывают эксперименты, в этом диапазоне колебания цилиндра вызывают различные периодические режимы течения жидкости, структура которых зависит от обоих управляющих параметров. Исследование двухпараметрической области, с большим количеством нестационарных решений требует огромного объема вычислений. Сложная структура режимов течения, неустойчивое поведение возле границ перехода, а также влияние трехмерных эффектов до сих пор не позволили провести полное моделирование задачи во всей области. В настоящей работе проводится большая серия расчетов (более 50 точек в параметрической плоскости) для плоскопараллельной модели задачи. Расчеты охватывают все зоны параметрической области, где экспериментально наблюдалось различное поведение течения. Все вычисления проводятся на высокопроизводительном кластере в пакете OpenFOAM. Конечными целями проводимого исследования являются: моделирование периодических режимов течения, локализация границ их устойчивости, а также верификация полученных результатов с экспериментальными данными. В первом разделе работы рассматривается постановка задачи. Используемая схема дискретизации и алгоритмы решения представлены во втором, третьем, четвертом и пятом разделах работы. Шестой раздел посвящен вопросу моделирования возмущенного потока. В седьмом представлены основные результаты исследования. Постановка задачи Задача о движении осциллирующего цилиндра рассматривается в следующей постановке: круглый цилиндр с радиусом R совершает высокочастотные гармонические колебания в вязкой несжимаемой жидкости по дифференциальному закону: где – горизонтальная составляющая вектора перемещений, – безразмерная частота колебания. В рамках принятой модели процесс описывается нестационарной системой уравнений Навье-Стокса (1). , (1) где – безразмерная скорость, p – безразмерное давление, – число Рейнольдса. Для численного решения данной задачи удобно перейти в подвижную систему координат связанную с цилиндром. В этом случае для сохранения системы движения в форме (1) в новой неинерциальной системе координат, давление определяется как: Здесь первое слагаемое – давление в подвижной системе координат, а второе вклад от инерциальных составляющих. На границе цилиндра в новой системе координат задаются условия прилипания: . (1.1) На бесконечности изменение скорости определяются по следующему гармоническому закону: . (1.2) В предположении о потенциальном течении жидкости на бесконечности из (1.2) можем получить также условия (1.3) для давления: или . (1.3) Дискретизация области решения Для численного решения задачи рассматривается ограниченная область, которая представляет собой прямоугольный параллелепипед, в центре которого помещен круглый цилиндр (Рис 1.). Выбор трехмерной области для моделирования плоского течения проводится в соответствии с особенностью программного обеспечения. Размеры расчетной области указаны на Рис. 1. Граница области состоит из 7 частей: входная граница и выходная граница , нижняя граница и верхняя граница , передняя граница и задняя граница , граница цилиндра . В используемой декартовой системе координат ребра параллелепипеда параллельны основным осям, и плоскость течения параллельна плоскости xOy. Для дискретизации расчетной области используются структурированные блочные сетки, построенные с помощью утилиты blockMesh, входящей в состав пакета OpenFOAM. Область разбивается на непересекающиеся ячейки имеющие форму шестигранников. Разбиение в направлении оси Oz состоит из одной ячейки, так как в силу двухмерности задачи течение в этом направлении отсутствует. Также для учета двухмерности на передней и задней границах области, параллельных плоскости течения, используются специальные граничные условия, обсуждаемые в следующем разделе работы. Рис. 1 – Расчетная область В расчетах используются области двух размеров 50×30×1 и 50×60×1 с соответствующими сетками: m1, содержащей ячеек и m2 — ячеек. Разрешающие особенности сеток характеризуются следующим образом: объем самых мелких ячеек, расположенных на границе с цилиндром, составляет для m1, для m2, количество ячеек на границе цилиндра равно для m1, для m2. Ячейки наибольшего объема расположены в окрестности границ внешней области, максимальный объем ячеек для m1 составляет , для m2 – . Помимо разрешающей способности важными факторами оценки качества построенных расчетных сеток являются [14]: · неортогональность, · скошенность, · равномерность . Эти характеристики оказывают ключевое влияние на точность результирующей аппроксимационной схемы. Сетке m1 соответствуют следующие значения описанных характеристик: максимальная неортогональность – 42.3828 градуса, средняя неортогональность – 4.11196 градуса. Максимальное значение коэффициента скошенности – 0.380392. Максимальное отклонение третьей характеристики достигается в окрестности цилиндра вследствие сгущения в этой области расчетной сетки. Сетке m2 соответствуют следующие значения характеристик: максимальная неортогональность – 42.7689 градуса, средняя неортогональность – 3.1693 градуса. Максимальное отклонение также достигается в окрестности цилиндра. Численная схема Дискретизация системы уравнений движения (1) в пакете OpenFOAM проводится по методу конечных объемов (FVM) в декартовой системе координат. Для этого дискретные значения составляющих скорости и дискретные давления локализуются в центрах ячеек построенной расчетной сетки. Для произвольной ячейки сетки с объемом V система уравнений (1) записывается в следующей интегральной форме: , (2) . Первое слагаемое системы аппроксимируется в центре ячейки как произведение среднего значения подынтегральной функции на объем ячейки V. Для вычисления остальных объемных интегралов по контрольному объему V системы уравнений (2) используется общая процедура Гаусса [9], согласно которой осуществлялся переход от объемного интеграла к поверхностному. Далее поверхностные интегралы представляются в виде суммы интегралов по граням ячейки и приближенно вычисляются по формуле средних прямоугольников. После этого, полудискретная система уравнений для произвольной ячейки представляется в виде: (3) Здесь индекс f указывает на то, что переменная или градиент определены на грани ячейки, P – в центре ячейки, а определяется как вектор ортогональный к грани ячейки и по модулю равный площади этой грани. Для линеаризации системы (3), конвективные слагаемые представляются в следующей форме: , где F – массовый поток через грань с индексом f считается известным. Обновление F связано с итерационной процедурой метода решения задачи. Значения функции и нормальных градиентов на поверхности ячеек в системе (3) для внутренних ячеек расчетной области интерполируются из значений функции в центрах соседних ячеек. Рассмотрим применяемые в данной работе схемы интерполяции переменных. Для аппроксимации градиента давления в расчетах применяется линейная интерполяция. Значение на грани f между двумя ячейками с центрами P и N (рис. 1.) находится по формуле: , где – интерполяционный фактор, определенный выше. Порядок точности используемой аппроксимации обусловлен локальными характеристиками сетки. Он понижается до первого в случае локальной скошенности сетки, т. к. интерполируемое значение определяется не в центре грани. В остальных случаях аппроксимация имеет второй порядок точности. Для интерполяции переменных в конвективных слагаемых используется нелинейная NVD (normalised variable diagram) схема «Gamma», предложенная в работах [12, 13]. Применение этой схемы позволяет обеспечить устойчивость численной задачи, внося минимальную численную диффузию. В качестве схемы высокого порядка точности в «Gamma» используются линейная интерполяция, в качестве безусловно устойчивой схемы низкого порядка – противопоточная схема «upwind». Вычисление дискретных составляющих скорости на грани с индексом f для F > 0 производится по формулам: Здесь , – нормализованные переменные, d

– вектор направленный из точки P в точку N, , – факторы смешивания, – предопределенная константа метода. Выбор больших значений из указанного диапазона обеспечивает наилучшую устойчивость схемы, меньших – увеличивает точность интерполяции. В данной работе использовалось значение . В случае противоположного направления потока F (F0) формулы изменяются соответствующим образом. В диффузионных слагаемых при дискретизации оператора Лапласа необходимо вычислять нормальные градиенты скорости на поверхности ячейки. На ортогональных участках сетки, где вектор S параллелен вектору d, они вычисляются из значений скорости в центрах соседних ячеек по симметричной схеме второго порядка: . (4) На неортогональных участках сетки скалярное произведение представляется в виде суммы двух слагаемых: . Первое из слагаемых отвечает за ортогональный вклад, второе – за неортогональную поправку, при этом для векторов k и l выполняется соотношение . (5) Ортогональный вклад вычисляется по формуле (4), где вместо вектора S используется вектор l, параллельный вектору d, длинна которого определяется по формуле: . Неортогональная поправка вычисляется следующим образом: вектор k находится из соотношения (5), а значение градиента на грани ячейки интерполируется из значений градиентов в центрах соседних ячеек: . Для интерполяции слагаемого применяется аналогичный подход. Аппроксимация диффузионных слагаемых имеет второй порядок точности для равномерных участков сеток, на неравномерных участках порядок понижается до первого [14]. Для дискретизации системы (3) по времени используется неявная схема Эйлера: , (6) , . (7) Здесь верхние индексы «o» и «n» указывают на использование переменной со старого или нового временного слоя соответственно, – шаг по времени. Хотя сама схема является безусловно устойчивой, но для минимизации эффектов связанных с аппроксимацией первого порядка точности, шаг по времени во всех расчетах выбирается из условия – максимальное число Куранта не превышает значения 0.1. Число Куранта в пакете OpenFOAM определяется по формуле: , где – модуль скорости в ячейке, δ – размер ячейки в направлении вектора скорости. Граничные условия Для замыкания результирующей дискретной системы уравнений необходимо определить граничные условия для расчетной области (рис. 1.) и провести дискретизацию в граничных ячейках. На входной и выходной границах области задаются неотражающие граничные условия вида: ,. Они скомбинированы из условий (1.2), (1.3), определенных на бесконечно удаленной границе. Величина горизонтальной составляющей скорости вычисляется при решении задачи. Условие для давления зависит от переменной , определяющей направление потока относительно внешней нормали к границе. Она равна для входной границы, – для выходной границы. На верхней и нижней границах ставятся условия проскальзывания: , , . Эти условия также являются следствием условий (1.2), (1.3) на бесконечности. На границе цилиндра ставятся условия прилипания для скорости: , и условие для давления:

. На передней и задней границах области задаются специальные «пустые» граничные условия, предусмотренные в пакете для случаев, когда вычисления в обозначенном направлении не проводятся. Все представленные граничные условия делятся на два вида: условия Дерихле и условия Неймана. Дискретизация уравнений движения (3) во всех граничных ячейках сводится к рассмотрению этих двух различных случаев. При аппроксимации конвективных слагаемых на границе с условиями Дирихле определены значения скоростей , , что без дополнительной интерполяции позволяет вычислить соответствующие граничные компоненты: , . Аналогично для аппроксимации градиента давления в случае граничных условий Дирихле используется значение на грани ячейки. Для аппроксимации диффузионных слагаемых на границах с условиями Дерихле необходимо вычислять нормальные градиенты скорости. Поскольку используемые сетки всюду ортогональны границам расчетной области, т.е. вектор d, направленный из центра любой граничной ячейки в центр ее грани, принадлежащей границе области, параллелен вектору нормали к этой грани, соответствующие нормальные градиенты могут быть вычислены по формулам: , . Для случая граничных условий Неймана значения скоростей , в центре грани ячейки, необходимые для аппроксимации конвективных слагаемых, могут быть вычислены по следующим формулам: , , где , – известные нормальные градиенты. По аналогичной формуле, в случае граничных условий Неймана, вычисляется значение на грани ячейки для аппроксимации градиента давления: . При аппроксимации диффузионных слагаемых на границах с условиями Неймана значения нормальных градиентов скорости известны: , . Для реализации чередующихся граничных условий на входной и выходной границах используется дополнение groovyBC [17]. В качестве начальных условий задачи во всей расчетной области используются значения скоростей и давления соответствующие невозмущенному потоку. Численное решение Дальнейшее решение дискретной задачи в пакете основано на подходе («segregated approach») раздельного решения уравнений для скорости и давления. Для соблюдения согласованности аппроксимационных схем, уравнение для давления выражается из дискретизованных уравнений движения и неразрывности (6) - (7). Представим уравнение движения в следующем полудискретном виде: . (8) Недискретизованным здесь остается градиент давления, который определен как произведение среднего значения подынтегральной функции на объем ячейки и локализован в центре ячейки. Дискретизация других слагаемых проведена согласно представленным выше схемам (табл. 1), коэффициенты при соответствующих компонентах скоростей и содержатся в диагональных матрицах и размерности 2x2. В приведенной форме (8), все слагаемые уравнения разделены на объем ячейки V. Выразим из уравнения (8) вектор скорости в центре расчетной ячейки : , (8.1) где за H(U) обозначен оператор вида: . Полученный вектор скорости можно интерполировать на грань ячейки следующим образом: , (9) где – обозначает интерполяцию соответствующих коэффициентов матрицы. Подставляя (9) в уравнение неразрывности, получим дискретное уравнение для давления: . Аппроксимация оператора Лапласа здесь проводится так же, как и в диффузионном члене. Результирующую систему уравнений с выделенным уравнением для давления запишем в виде: (10) . (11) Для решения задачи в форме (10) - (11) используется программа icoFoam, реализующая алгоритм PISO (Pressure Implicit Splitt Operator) [9] -[10]. Итерационная процедура алгоритма основана на последовательном решении уравнений для скоростей и давления. Согласно используемой реализации [13] вычисление неизвестных полей на новом временном слое проводится по следующей схеме: 0. По полю скоростей U, известному с предыдущего временного слоя, вычисляются потоки F. 1. Проводится неявное вычисление предиктора нового поля скоростей. Для этого решается система, образованная из уравнений (12), где поле давления берется со старого временного слоя: (В общем случае найденный предиктор не удовлетворяет уравнению неразрывности). 2. Проводится k-циклов коррекции: 2.1. По найденному приближению поля скоростей вычисляются значения оператора H(U): , и рассчитываются значения : , представляющие собой новые значения скоростей без учета давления (см. (8.1)). 2.2. Найденные скорости интерполируются на границы , после чего вычисляются соответствующие значения потоков: . Второе слагаемое в правой части выражения служит для замены слагаемого оператора , полученного в результате интерполяции, слагаемым – известным с предыдущего временного слоя, для которого в точности выполняется уравнение неразрывности. 2.3. Рассчитывается новое поле давления. Для этого решается система уравнений вида: . 2.4. Найденные давления используются для коррекции потоков: и поля скоростей: 2.5. Выполняется коррекция граничных условий. В представленном алгоритме следует отметить несколько важных моментов: · При малых числах Куранта связи между скоростью и давлением в уравнениях движения считаются более сильными, чем нелинейные связи на фиксированном временном слое. В связи с этим матрицы коэффициентов, , зависящие от значений потоков F, обновляются на каждой итерации по времени только на этапе предиктора. · В алгоритме решаются две линейные задачи: первая для вычисления предиктора поля скоростей (шаг 1), вторая для расчета нового поля давления в цикле коррекций (шаг 2.3). Все остальные операции выполняются по явным формулам. · При решении линейных задач для обеспечения диагонального преобладания матриц соответствующих систем используется отложенная коррекция [15]. Согласно этому методу конвективные слагаемые представляются в виде суммы: . Первое слагаемое в правой части, полученное в результате дискретизации с использованием противопоточной схемы «upwind», не нарушает диагонального преобладания матрицы и поэтому используется для определения коэффициентов системы. Оставшийся комплекс, представляющий поправку более высокого прядка, определяется явным образом и добавляется в столбец свободных членов. Аналогичный подход используется для дискретизации диффузионных членов на неортогональных участках сетки. Как было отмечено ранее, дискретизация этих слагаемых представляется в виде: . Ортогональный вклад используется для определения коэффициентов системы, неортогональная поправка задается явным образом и добавляется в столбец свободных членов. Для решения линейных систем с необходимой точностью, с учетом вышеописанного представления слагаемых, требуется несколько итераций: решение, полученное на каждой итерации, используется для обновления добавочных слагаемых в столбце свободных членов. В случае системы уравнений для давления такой цикл коррекций реализуется на шаге 2.3. Точное решение задачи здесь обеспечивает консервативность результирующих потоков. Основные параметры алгоритма PISO – число коррекций k (шаг 2) и число неортогональных коррекций (шаг 2.3) – выбираются равными соответственно (3, 3) для используемых сеток. Для решения системы уравнений для давления (шаг 2.3) применяется метод сопряженных градиентов PCG с геометро-алгебраическим многосеточным предобуславливателем GAMG (Geometric agglomerated algebraic multigrid solver). В реализации GAMG для сглаживания используется метод Гауса-Зейделя с числом 1, 2 пре- и пострелаксаций соответственно, для агломерации ячеек сетки используется faceAreaPair алгоритм [16]. Система уравнений для скоростей решается методом би-сопряженных градиентов PBiCG с предобуславливателем основанным на неполной LU факторизации (Diagonal incomplite-LU). Сходимость по всем методам выполняется до значений невязки меньших 1e-8. Все вычисления выполняются распределенным образом по технологии MPI, применяя метод декомпозиции области решения (domain decomposition). Для этого расчетная область делится на 2-4 подобласти по вертикали в зависимости от рассматриваемого случая. Подзадачи в каждой подобласти рассчитываются на различных ядрах процессора. Моделирование возмущенного потока До некоторого критического значения при фиксированном значении параметра β течение в области остается устойчивым к внешним возмущениям и сохраняет симметрию и периодичность. При значениях KC больших критического устойчивость теряться, и течение утрачивает исходную симметрию под действием внешних возмущений. В случае реального физического явления или при проведении лабораторных экспериментов такие возмущения всегда присутствуют. В случае прямого численного моделирования природа естественных внешних возмущений может быть связанна только с вычислительными ошибками или ошибками дискретизации. При проведении численных экспериментов в области умеренных влияние вышеописанных ошибок на симметрию проявляется не раньше, чем после 15-20 периодов колебания. Для моделирования переходных режимов в окрестности естественных возмущений оказывается мало, поэтому в область течения вносятся дополнительные возмущения по методу Мартинеза [18]. Этот метод ранее применялся Джастинсоном для решения задачи о гармонических колебаниях цилиндра в работе [6]. Согласно этому методу возмущения порождаются вращением цилиндра относительно оси Oz: некоторый промежуток времени цилиндр поворачивается по часовой стрелке, а затем, через небольшой временной интервал, он поворачивается в противоположном направлении до исходной позиции. Результаты Все проведенные расчеты отмечены на карте режимов (рис. 2) в параметрической плоскости β-KC. В зависимости от наблюдаемой структуры течения они обозначены различными маркерами. В большей части диапазона преобладают периодические режимы. По характерным структурным различиям можно выделить шесть типов периодического течения. Ромбовидными и круглыми маркерами обозначены симметричные относительно плоскости колебания режимы. Они реализуются в области малых чисел KC. Характерная структура течения для симметричных режимов, представленная на рисунке 3 (верхний). Для визуализации использовались невесомые частицы, которые вымывались течением из малой окрестности цилиндра. Рис. 2 – Карта режимов При переходе через симметричные режимы теряют устойчивость. Потеря устойчивости происходит в пользу несимметричных периодических режимов, отмеченных на карте квадратными и крестообразными маркерами. Течение отклоняется от оси колебания цилиндра. В случае режима, обозначенного крестообразными маркерами, существенно изменяется и период течения. Зоны устойчивости этих переходных режимов располагаются вдоль границы потери симметрии. Характерные картины течения представлены на рисунке 3 (нижний) и рисунке 4 (верхний). Рис. 3 – Структура течения для β=35, KC=4.5 и β=35, KC=5 С дальнейшим ростом KC течение переходит в псевдопериодический режим, обозначенный треугольным маркером (▼). В этой зоне слабая периодичность наблюдается в течение нескольких циклов, затем происходит смена направления сброса вихрей. С увеличением KC периодичность полностью утрачивается. Точки с непериодическим режимом течения обозначены на карте маркерами +. В области больших KC был локализован еще один периодический режим течения (отмечен маркером ▲). Режим характеризуется формированием диагональных вихревых дорожек. Они образуются из вихревых пар, которые каждые полпериода срываются с разных сторон цилиндра (рис. 4 нижний). Рис. 4 – Структура течения для β=35, KC=5.5 и β=35, KC=8 Полученные данные хорошо согласуются с экспериментальными наблюдениями. Аналогичные результаты в частности были получены в экспериментальной работе Татсуно и Бирмана [1]. На рис. 1 пунктирными линиями отмечены зоны периодических режимов полученные этими авторами. Можно установить следующее соответствие между обозначениями: A* - ◊, A - ○, C - ×, D - □, E - ▼, F - ▲. Как видно большинство моделируемых точек лежат в границах экспериментальных режимов. Хорошая согласованность результатов наблюдается и в области перехода между симметричными и несимметричными режимами. Небольшое смещение зоны режимов наблюдается в окрестности границы режима B. Для плоско-параллельной задачи режим B с преобладающими, согласно Татсуно и Бирману, трехмерными свойствами становится неразличимым. Как видно на рисунке его место, согласно представленной двухмерной модели, занимает режим A. Что касается области режима G, схема которого представлена в работе [1], то его место занимают непериодические течения.