

В последнее время появляется всё большее количество различного рода товаров и услуг, и всё чаще возникают проблемы, связанные с организацией пунктов торговли и обслуживания населения. Для описания подобных объектов хорошо подходят модели систем массового обслуживания (СМО) с пуассоновскими потоками заявок, рассмотренные в цикле работ [1 - 8]. Однако, СМО, встречающиеся в повседневной практике, зачастую представляют собой сложные системы, имеющие во входном потоке заявки разных типов. Предположим, что рассматриваемая СМО имеет m обслуживающих устройств и входной поток требований, содержащий заявки нескольких типов: - 0-й тип - заявки, которые обслуживаются только при наличии свободного обслуживающего устройства и никогда не становятся в очередь. В случае, если на момент поступления в систему очередной подобной заявки в системе не оказывается свободного обслуживающего устройства, данная заявка покидает систему необслуженной. - 1-й тип - заявки, которые обслуживаются при наличии свободного обслуживающего устройства, либо становятся в очередь, если число требований в очереди меньше определённого числа. В случае, когда в очереди уже имеется или более требований, вновь поступившая заявка 1-го типа получает отказ и выбывает из системы необслуженной; - 2-й тип - заявки, которые обслуживаются при наличии свободного обслуживающего устройства, либо становятся в очередь, если число требований в очереди меньше определённого числа. В случае, когда в очереди уже имеется или более требований, вновь поступившая заявка 2-го типа получает отказ и выбывает из системы необслуженной, и т.д.; h -й тип - заявки, которые обслуживаются при наличии свободного обслуживающего устройства, либо становятся в очередь, если число требований в очереди меньше определённого числа. В случае, когда в очереди уже имеется или более требований, вновь поступившая заявка h -го типа получает отказ и выбывает из системы необслуженной. Рис. 1 - Граф состояний и переходов СМО

Потоки заявок такого рода будем называть поликомпонентными, а системы, обслуживающие каждый тип заявок по отдельным правилам, - системами дифференцированного обслуживания поликомпонентных потоков [9, 10]. Граф состояний и переходов такой СМО приведён на рис.1. Принятые обозначения: - ограничения длины очереди для заявок j -го типа; где - интенсивности потоков заявок j -го типа; , где - приведенные интенсивности потоков заявок j -го типа. В этих соотношениях величины имеют смысл разностей между предельными длинами очередей заявок j -го и $j-1$ -го типов. Потоки заявок каждого типа, образующие поликомпонентный поток, являются простейшими и имеют интенсивности , суммарные поликомпонентные потоки с интенсивностями также являются простейшими (пуассоновскими) [11]. Среднюю интенсивность обслуживания заявок одним обслуживающим устройством обозначим как . В этом случае интенсивность выходного потока обслуженных заявок до m -го состояния кратна

и зависит от числа занятых каналов. После m -го состояния интенсивность потока обслуженных заявок равна λ . Поток обслуженных заявок также носит простейший характер. С учётом принятых обозначений и допущений получим непрерывную марковскую цепь, граф состояний которой приведен на рис. 1. С учетом формул, полученных для вероятностей стационарных состояний, приведенных в работе [12], найдём общую зависимость средней длины очереди от параметров входного потока заявок в стационарном режиме работы системы: Однако, при приближении приведённой интенсивности входного потока к значению, равному числу обслуживающих устройств, полученная формула неприменима, поскольку даёт неопределённость типа $\infty \cdot 0$. Для раскрытия неопределённости, применяя правило Лопиталя, найдем предел Тогда, средняя длина очереди в общем случае запишется в следующем виде: Легко показать, что при стремлении параметра λ к нулю, полученные зависимости], как и следовало ожидать, переходят в формулы классической теории массового обслуживания для однокомпонентных потоков заявок [7, 8]. Результаты, полученные в настоящей работе, могут быть использованы при оптимизации и проектировании объектов, работающих по принципу систем массового обслуживания.