

В контексте компетентностного подхода, лежащего в основе образовательных стандартов последнего поколения, приходится пересматривать преподавание дисциплин математического цикла (алгебра и геометрия, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика, дискретная математика и др). Если ранее внимание уделялось формированию знаний, умений и навыков в рамках общеобразовательных и общекультурных компетенций, то стандартами третьего поколения устанавливаются требования к формированию профессиональных компетенций. Это означает, что в процессе преподавания одной дисциплины, одного раздела или одной темы необходимо обращать внимание на практическое применение изученного инструментария при решении прикладных задач, как связанных с выбранным обучающимися направлением подготовки, так и в других областях. Такой подход позволяет говорить о многомерности дисциплин в смысле применения полученных знаний при изучении других разделов, как внутри самой дисциплины, так и других дисциплин, и в различных сферах деятельности. В профессиональных компетенциях проявляются свойства, характеризующиеся понятиями «междисциплинарность» и «многомерность». В словарях понятие «многомерность» имеет переносное значение, т.е. рассматриваемый, оцениваемый с нескольких сторон. Что касается многомерности внутри самой математики, то каждому значению размерности, воспринимаемой человеческим разумом, соотносится математическое свойство. Например, в [1] рассматриваются алгебраические уравнения в соответствии с размерностью человеческого разума: 1) алгебраическому уравнению первой степени $ax+b=0$ ($a \neq 0$) поставлены в соответствии нульмерный и одномерный разумы; 2) алгебраическому уравнению второй степени $ax^2+bx+c=0$ поставлены в соответствие одномерный и двумерный разумы; 3) уравнению третьей степени $ax^3+bx^2+cx+d=0$ ($a \neq 0$) – двумерный и трёхмерный разумы, так как оно в координатном пространстве (x,y,z) изображает плоскости $x=x_1$, $x=x_2$ и $x=x_3$, где x_1 , x_2 , x_3 – корни уравнения. Функцию $y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+c$ ($a \neq 0$) автор представляет в виде суммы функции $y=ax^4+cx^2+c$ и $y=bx^3+dx$. Первая сводима к функции вида $y=az^2+cz+c$. (одномерный и двумерный разумы), а второй функции $y=bx^3+dx$ соответствуют двумерный и трёхмерный разумы. Следовательно, алгебраическому уравнению четвертой степени $ax^4+bx^3+cx^2+dx+c=0$ можно поставить в соответствие одномерный, двумерный и трёхмерный разумы. Функцию $y=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$ ($a \neq 0$) невозможно представить посредством суммы многочленов не более третьей степени. Следовательно, алгебраическому уравнению пятой степени $ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f=0$ невозможно сопоставить разумы, все размерности которых были бы меньше или равны трём. То же самое можно сказать об общих алгебраических уравнениях высших степеней. По мнению автора, существует какая-то неявная связь между человеческим разумом и теорией Галуа о

неразрешимости в радикалах алгебраических уравнений пятой и высших степеней. Проблему алгебраических уравнений высших степеней Лагранж назвал «вызовом человеческому разуму», которую решили «избранники богов» француз Галуа и норвежец Абель (оба гениальные, оба гонимые, оба рано ушедшие...) [1]. Но это отступление о размерности внутри математики и восприятии этой размерности человеком, т.е. о «внутренней размерности». Что же касается рассмотрения применения математики и ее инструментария в других научных сферах и сферах человеческой деятельности, то воспользуемся ее «внешней размерностью» или многомерностью, которая отражается в профессиональных компетенциях, сформулированных в ФГОС, и должна проявляться в подготовке бакалавров. Вопросы многомерной математической подготовки бакалавров и ее теоретические основы рассматриваются в работе А.В. Дорофеева [2]. Категория «многомерность» и ее методологические аспекты, отмечает ученый, разрабатываются в философии, психологии и информатике. В философии и психологии многомерность связана с методологическими проблемами познания: способ интерпретации мышления; характеристика измерения множественности состояний виртуального пространства; свойство ментальных структур к выстраиванию и видоизменению в опыте субъекта при его взаимодействии с предметным миром [2]. Концепция многомерной математической подготовки, базирующаяся на принципах реализации компетентностного подхода, предусматривает комплексное обучение. Такое обучение обеспечивает междисциплинарные связи математических дисциплин, имеет прикладную направленность знаково-символической деятельности в процессе решения профессиональных задач и способствует формированию профессиональных компетенций и компетенций самостоятельной познавательной деятельности. Следовательно, процесс формирования этих компонент должен проектироваться с позиции многомерности отдельно взятой дисциплины или ее инструментария, предполагающих соразмерные индивидуальные отношения и изменения между компонентами педагогической системы для «обогащения» ее новым качеством [2, 3, 4]. Реализация многомерности возможна через наполнение учебной дисциплины профессиональным содержанием и соответствующими видами деятельности для формирования у бакалавра информационно-методологической и управленческой культуры, а также готовности к изменению характера и содержания профессиональной деятельности [2]. Основной вклад дисциплин математического цикла заключается в использовании полученных математических знаний, умений и навыков в качестве приложений через моделирование, схематизацию, приближенные вычисления и обработку экспериментальных данных. Изучение содержания курса математики будем рассматривать через использование моделей в качестве «внешних опор» для мыслительной деятельности профессионального плана, опираясь, при этом, на

принципы универсальности (выражение всеобщности методов, применяемых в разных областях человеческой деятельности), междисциплинарности (комплексный подход к обучению, воспитанию и развитию творческой активности студента) математики, а также учитывая принцип единства математического и профессионального мышления (оперирование мыслительными операциями с учетом специфики будущей профессии) [2, 4, 5]. Такой подход способствует развитию навыков математического моделирования разнообразных явлений и ситуаций и реализует многомерность математической подготовки. В качестве примера многомерности применения математического инструментария рассмотрим матрицу и алгебру матриц, так как этот раздел изучается бакалаврами и гуманитарных, и технических направлений подготовки. Отметим, что в этой статье мы только проанализируем многообразие существующих задач, решение которых основано на матричных моделях и применении аппарата алгебры матриц к их решению без учета направления и профиля подготовки. Понятие матрицы и матричная алгебра имеют важное значение во всех научных областях в прямом значении как математическая модель (экономика, биология, планирование, управление и т.п.), так и в переносном, как заимствованный термин (социология, психология, педагогика и т.п.) Объясняется это тем, что значительную часть взаимосвязей или отношений между объектами различной природы удобно описывать с помощью матриц. Отношение – математическое понятие и одним из способов его задания является матрица. Кроме того, матрицы позволяют с минимальными затратами труда и времени обрабатывать огромный и разнообразный статистический материал, различные исходные данные, характеризующие уровень, структуру, особенности рассматриваемых объектов, процессов и явлений различной природы. Теория матриц начала своё существование в середине XIX века в работах Уильяма Гамильтона и Артура Кэли, хотя первые упоминания о матрицах – «волшебных квадратах» – относятся к древнему Китаю и арабским математикам. Фундаментальные результаты в теории матриц принадлежат Вейерштрассу, Жордану, Фробениусу. Матрица – математический объект, представляющий собой совокупность строк и столбцов, на пересечении которых находятся её элементы. Поэтому любые данные, организованные в виде прямоугольной таблицы, могут рассматриваться как матрица. Многомерность понятий «матрица» и «алгебра матриц» проиллюстрируем примерами. Пример 1. Матрица влияния оплаты на взаимоотношения в группе (таблица 1) [6] Таблица 1. Взаимосвязь действий членов группы Дифференциация в оплате Низкая Высокая Высокая Способствует успешному функционированию группы и развитию благоприятных отношений между членами группы Порождает много проблем в отношениях между членами группы Низкая Порождает много проблем в отношениях между членами группы Способствует успешному функционированию группы и развитию благоприятных отношений между

членами группы В этом примере матрицей названа таблица, используемая для компактного представления характеристик объектов. Пример 2. Определить общую стоимость сырья, если предприятие выпускает продукцию трех видов: P1, P2, P3 и использует сырье двух типов: S1 и S2. Нормы расхода сырья характеризуются матрицей: $A = (a_{ij})$, где каждый элемент показывает, сколько единиц сырья j -го типа расходуется на производство единицы продукции i -го вида; план выпуска продукции задан матрицей-строкой $B = (b_i)$; стоимость единицы каждого типа сырья – матрицей-столбцом $C = (c_j)$. Для решения этой задачи используется операция умножения матриц: общая стоимость сырья вычисляется формулой $Z = B \cdot A \cdot C$. Пример 3. Завод по изготовлению телевизоров, находясь в состоянии 1, может увеличить спрос путем организации рекламы. Это требует добавочных затрат и уменьшает доход. В состоянии 2 завод может увеличить вероятность перехода в состояние 1 путем увеличения затрат на исследования. Приведенная задача является задачей управления, а описанная ситуация – дискретным случайным процессом или, по другому, управляемой цепью Маркова (Марковским процессом), задаваемой матрицей переходов. При решении задачи возможны две стратегии. Первая состоит в отказе от затрат на рекламу и исследования, а вторая – в согласии на них. Матрицы переходных вероятностей (P_1, P_2) и матрицы доходов (R_1, R_2) для данных стратегий будут иметь вид: $P_1 = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$, $P_2 = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$, $R_1 = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 15 & 10 \\ 10 & 15 \end{pmatrix}$. Выбор стратегии позволяет оптимизировать управления процессами [7]. Отметим что, Марковский процесс служит моделью для многих процессов в теории массового обслуживания, в физике (распад радиоактивного вещества), в биологии (распределение эпидемий, рост популяции). Для описания состояния процесса используется матрица перехода, n -я степень которой описывает состояние системы за n шагов. Пример 4. Рассмотрим простейшую модель прохождения молекулы фосфора через экосистему «Пастбище». Для простоты примем во внимание четыре возможных состояния молекулы (рис. 1). Рис. 1. Экосистема «Пастбище». Состояния: A1 – почва, A2 – травяной покров, A3 – скот, A4 – внешнее окружение экосистемы «Пастбище». Экосистема представлена графом, а матрицы являются их способами хранения. Матричная форма задания графов обладает достаточной наглядностью при любой степени сложности графа и позволяет автоматизировать процесс обработки информации. Матрица, соответствующая экосистеме «Пастбище», имеет вид Если продолжительность шага равна одному дню, то n -ая степень матрицы P системы позволяет найти среднее число дней до выхода фосфора, при условии, что в начальном состоянии он находился в почве (вероятность выхода молекулы из системы по происшествии n дней определяется элементом P^n_{14}) [8]. Практика часто сталкивается с задачами, в которых необходимо принимать решения в условиях неопределенности. Такие ситуации относятся к конфликтным. Совокупность математических методов анализа и оценки конфликтных ситуаций объединены теорией игр, моделями которой можно описать экономические, правовые, классовые, военные

конфликты, взаимодействие человека с природой. Любая игра (конфликт) определяется заданием матрицы игры или платежной матрицы. Пример 5. Найти стратегии игроков А, В и цену игры, заданной матрицей . Для решения задачи определяются верхняя и нижняя границы игры, затем решением системы уравнений, составленной по определенным правилам, определяются стратегии игроков и цена игры. Таким образом, для формирования профессиональных компетенций необходимо не только установление междисциплинарных связей, но и связей между понятиями и инструментарием одной дисциплины с другими, их заимствование и многообразие их применения. В этом смысле матричные методы многомерны по отношению к области их применения и очень удобны – именно этим объясняется их распространенность. Однако использование только матричных методов не является достаточным, так как матрицы не показывают полной картины процесса или явления, но в соединении с остальными методами дает возможность наглядно увидеть закономерности, происходящие в процессах, и сделать правильные выводы.