Введение В работе [1] была исследована двумерная задача дифракции электромагнитной волны на слоистом композите с периодической проводящей решеткой. В [2] было показано, что слоистая пластина, армированная тонкими проводящими включениями, может быть использована в качестве сканирующего экрана при получении дополнительной информации о неоднородностях в волноводных структурах. Задачи дифракции электромагнитных волн на проводящих тонких экранах относятся к классическим задачам электродинамики [3]. Если электромагнитное поле в волноводной структуре может быть разложено в ряд по полному набору собственных волн, то задачи дифракции равносильны бесконечным системам линейных алгебраических уравнений (БСЛАУ) относительно коэффициентов таких разложений. Приближенные решения БСЛАУ строятся как решения конечных СЛАУ, полученных методом усечения. Системы линейных алгебраических уравнений, возникающие при численном решении задач дифракции волн на экранах, имеют полностью заполненные матрицы коэффициентов. Размерность их может быть достаточно большой при сложной конфигурации дефектов в волноводной структуре, особенно в трехмерном случае. В данной работе на примере координатных задач дифракции электромагнитных волн на проводящих тонких экранах показано, как вычислительный алгоритм естественным образом разделяется на независимые подзадачи и, следовательно, может быть эффективно реализован на многопроцессорном вычислительном комплексе. Постановка задачи дифракции Пусть часть координатной поверхности в трехмерном пространстве – бесконечно тонкая идеально проводящая пластина (экран) Обозначим через оставшуюся часть поверхности Для простоты рассуждений предположим, что пространство вне заполнено однородной изотропной средой. Пусть вне экрана имеется источник, возбуждающий гармоническую электромагнитную волну. Нужно найти поле, возникающее при дифракции этой волны на экране. Математическая формулировка задачи дифракции состоит в следующем. С каждой стороны от нужно найти решения системы уравнений Максвелла для комплексных амплитуд электромагнитного поля (1) (предполагается, что зависимость составляющих поля от времени имеет вид ), удовлетворяющие условиям на бесконечности, граничным условиям на и условиям сопряжения на . Граничные условия и условия сопряжения стандартные: на проводящей поверхности касательные составляющие вектора должны обращаться в нуль, на границе раздела двух сред (даже условной) касательные составляющие векторов и должны быть непрерывны. Одна из координатных осей является положительной нормалью к поверхности . Положительное и отрицательное полупространства будем помечать индексами + и – соответственно. В положительном полупространстве будем искать решения положительной ориентации (соответствующие волнам, переносящим энергию в направлении нормали, или затухающие в этом направлении), а в отрицательном полупространстве – противоположной ориентации. Декартова система координат Рассмотрим систему уравнений (1) в декартовой системе координат. Выберем в качестве поперечного сечения открытой волноводной структуры плоскость Пусть в этой плоскости имеется двоякопериодическая система экранов, в данном случае – экран (экраны) в прямоугольнике периодов, а дополнение до всего прямоугольника. Будем искать решения системы уравнений (1) как квазипериодические функции вида (волны Флоке) – периоды, – параметры Флоке, суммирование ведется по всем целым значениям переменных. Касательные (по отношению к плоскости составляющие электрического вектора имеют вид и коэффициенты Флоке вектора – где Будем вычислять корни из комплексных выражений так, чтобы частным решениям вида соответствовали бы волны положительной ориентации по отношению к оси z. Граничные условия и условия сопряжения при сводятся к равенствам на, на . Легко получить, что Введем искомые векторы-строки Пусть волна от внешнего источника – также волна Флоке с коэффициентами Тогда первая часть парного сумматорного функционального уравнения (ПСФУ) на . (2) Из остальных условий сопряжения на следует равенство на (3) Методом интегрально-сумматорного тождества [4, 5] ПСФУ (2), (3) сводится к БСЛАУ (4) где (5) Очевидно, что и при Цилиндрическая система координат В случае цилиндрической системы координат выберем в качестве сечения волноводной структуры цилиндрическую поверхность Каждую компоненту векторов и разложим в ряд Фурье по переменной α вида Тогда коэффициенты Фурье с номером n искомых функций должны удовлетворять системе уравнений (6) В частном случае, когда поле не зависит от координаты z, система уравнений (6) распадается на независимые подсистемы. Любое решение представляет собой сумму двух решений – перпендикулярной поляризации и параллельной поляризации Для неориентированного решения параллельной поляризации здесь и далее и – функции Ханкеля. Слагаемые с коэффициентами определяют волны отрицательной ориентации относительно внешней нормали к сечению, а слагаемые с коэффициентами – волны положительной ориентации. Если внутри цилиндрической поверхности нет источников, то для этой области Для плоской волны, возбуждаемой удаленным источником, здесь – функции Бесселя. Будем искать возмущение поля от экрана в виде (приводим только потенциальные функции) Из граничных условий и условий сопряжения на цилиндрической поверхности тем же способом, что и в случае декартовой системы координат, выводится ПСФУ на (7) на (8) относительно новых неизвестных Эквивалентная ПСФУ (7), (8) БСЛАУ структуры (4) также может быть получена методом интегрально-сумматорного тождества. Если система экранов на цилиндрической поверхности является периодической, то можно искать компоненты поля как квазипериодические функции переменной z. При этом суммы в ПСФУ вида (7), (8) становятся двойными, и БСЛАУ задачи дифракции существенно усложняется. Но, как и в случае декартовой системы координат, она распадается на независимые подсистемы, если, например, тонкие проводящие экраны образуют периодическую систему соосных колец. Сферическая система координат Система уравнений Максвелла (1) в сферической системе координат превращается в систему из шести уравнений с частными производными относительно шести комплекснозначных функций от трех пространственных переменных. Каждая из искомых функций может быть разложена (в любой области, ограниченной сферами с центром в начале координат) в ряд Фурье по переменной α вида сходящийся в классическом (или в обобщенном) смысле. Если граничные условия и условия сопряжения в задаче дифракции могут быть разделены на независимые условия для коэффициентов Фурье компонент составляющих поля, то эта задача распадается на систему независимых подзадач. Вторая возможность распараллеливания задачи связана с тем, что любое решение системы уравнений для коэффициентов Фурье можно представить в виде суммы двух частных решений: магнитного типа при и электрического типа при Пусть идеально проводящий экран – часть сферы радиуса R с центром в начале координат. В осесимметричном случае легко найти методом разделения переменных частные решения потенциальных уравнений поля. Для волны, возбуждаемой внешним источником, при и при – присоединенные функции Лежандра. Эта волна может содержать как приходящие с бесконечности сферические гармоники, так и уходящие на бесконечность гармоники. Уходящие от сферы волны определяют потенциальные функции Искомые потенциальные функции поля внутри сферы имеют вид Из условий при r = R следует, что здесь – новые искомые коэффициенты. Эти коэффициенты должны удовлетворять парному сумматорному уравнению (9) (10) Здесь и – отрезок, дополняющий до [0,π]. В работах [6, 7] показано, что методом интегрально-сумматорного тождества парное уравнение (9), (10) может быть преобразовано в регулярную бесконечную систему линейных алгебраических уравнений с коэффициентами вида (11) где – сферические функции. Выводы Вычислительный эксперимент показал, что можно выделить четыре шага общего алгоритма, когда целесообразно использовать параллельные вычисления. Во-первых, если электрическая и магнитная составляющая поля могут быть вычислены независимо друг от друга. Во-вторых, если коэффициенты условий сопряжения на сечении волноводной структуры не зависят от одной из координат. В-третьих, если усеченная система линейных уравнений достаточно велика, то для ее численного решения может быть использован один из параллельных методов. Но наибольший эффект от распараллеливания достигается на этапе вычисления вспомогательных интегралов вида (5), (11), по которым вычисляются элементы матрицы коэффициентов линейной системы.