

Введение Методы исследования проблем экологической безопасности в настоящее время быстро развиваются. Основой для выявления экологической ситуации и выработки мероприятий по предупреждению и ликвидации загрязнений является: проведение комплексного мониторинга и детальной экспертизы загрязненных земель, унификация ряда параметров и методов, обеспечивающих очистку почв от загрязнения, в том числе и построение компьютерных математических моделей для определения степени загрязнения. В связи с этим изучение фильтрационных процессов в моделях пористых сред, наиболее адекватных к естественным условиям, является актуальным направлением, которое позволит прогнозировать формирование фронта загрязнения и давать оценку величины загрязненной зоны. Создаются и исследуются геофильтрационные модели средствами математического моделирования. Математическое моделирование является одним из основных методов в современной гидрологии. Оно неизмеримо расширяет возможности последней как в ее фундаментальных исследованиях, так и в области ее практических приложений. Процесс переноса загрязнения под гидротехническим сооружением, подземный контур которого задан в виде полукруга рассматривается в работе [1].

1. Постановка задачи. Рассматривается река, перегороженная плотиной, для устойчивости которой строят противофильтрационные завесы. Из-за разностей уровней воды перед плотиной и за плотиной происходит фильтрация в обход гидросооружения. Откосы берегов считаются вертикальными, а угол наклона свободной поверхности очень малым, поэтому вводится допущение, что пьезометрический напор постоянен по высоте. Процесс переноса загрязнения под гидротехническим сооружением, подземный контур которого задан в виде прямоугольника (рис.1), описывается дифференциальным уравнением [2, 3]:

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} = \frac{1}{M} \frac{\partial c}{\partial t} \quad (1)$$

с начальным (2) и граничными условиями (3) где M – коэффициенты конвективной диффузии, M – активная пористость, c_0 – значение концентрации на границе, АВ - граница верхнего бьефа, CD - граница нижнего бьефа, L и H – длина и глубина подземного контура плотины, u и v – составляющие скорости фильтрационных потоков под гидротехническим сооружением, область фильтрации. Составляющие скорости и фильтрационных потоков под гидротехническим сооружением вычисляются следующим образом:

$$u = -k \frac{\partial h}{\partial x}, \quad v = -k \frac{\partial h}{\partial y} \quad (4)$$

где h – действующий напор, k – коэффициенты фильтрации. Рис. 1 - Схема гидротехнического сооружения При нахождении распределения напора под гидросооружением предполагается, что процесс фильтрации воды является стационарным и описывается уравнением:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad (5)$$

с граничными условиями: (6), (6) где h_1 – значения напоров на верхнем и нижнем бьефах. 2. Численное решение. Для численного решения системы (1) – (6) используется метод конечных разностей [3, 4]. При дискретизации системы (1) – (6) вводятся в области следующие сетки узлов: неравномерная по пространству и равномерная по

времени t Полагаются . Для конечно-разностной аппроксимации конвективного члена в уравнении (1) используется процедура взвешивания «вверх по потоку» [3], а для диффузионного сохраняется симметричное взвешивание. Граничные условия аппроксимируются вторым порядком точности. Конечно – разностный аналог краевой задачи (1) – (6) запишется в виде [3, 4]: - (7) , , , (8) ; (9) (9) (10) (11) (12) где весовые коэффициенты, определяемые по знаку скоростей и в виде

3. Результаты численных расчетов. Рассматривается модельный пример, где глубина подземного контура плотины (рис.1), выбирается таким образом, чтобы его значение не вносило погрешность в решение задачи. Исходные данные: m , m , m , m , m , m , . В начальный момент времени ($t=0$) на границе верхнего бьефа АВ концентрация загрязнения , а в остальных точках физической плоскости . Пористая среда под плотиной считается изотропной: $m^2/сут$ и $m/сут$. Поле концентрации на момент времени $T=20$ суток приведен на рис. 2. Результаты расчетов показывают что, загрязнение за счет конвективного переноса доходит до нижнего бьефа за 5 суток, а за 100 суток происходит полное загрязнение области Z в силу конвективно-диффузионного переноса. Рис. 2 - Поле концентрации при $T=20$ сут, , Грунт под гидросооружением может иметь слоистое строение, обусловленное особенностями процесса осадконакопления. В слоистых грунтах фильтрационные свойства в плоскости слоев отличаются от фильтрационных свойств в направлении, перпендикулярном к слоям, т.е. являются анизотропными. Рис. 3 - Поле концентрации при $T=20$ сут, , На рис. 3 приведено поле концентрации, вычисленное при $m^2/сут$, $m^2/сут$, $m/сут$ и $m/сут$. Из рис. 3 видно что, в вертикальном направлении преобладает диффузионный перенос, а в горизонтальном – конвективный. В этом случае загрязнение доходит до нижнего бьефа за 15 суток, а за 600 суток происходит полное загрязнение. Далее моделируется процесс распространения загрязнения, когда источником на верхнем бьефе является труба. Результаты расчетов для различных грунтов приведены на рис. 4, 5. При изотропном грунте загрязнение доходит до нижнего бьефа за 15 суток, а при анизотропном – за 25 суток. При анизотропном грунте процесс распространения загрязнения происходит медленнее. Это связано с малым вкладом конвективного переноса в вертикальном направлении на процесс распространения загрязнения. Рис. 4 - Поле концентрации при $T=30$ сут, , Рис. 5 - Поле концентрации при $T=30$ сут, ,

Вывод Разработан вычислительный алгоритм для моделирования процесса распространения загрязнения под гидросооружением при изотропном и анизотропном грунтах, а также в зависимости от вида источника загрязнения. Использование неравномерной сетки позволило, не увеличивая количество узлов, получить результаты с точностью достаточной для практики. При этом измельчение шага сетки производилось в районах больших градиентов напора