Введение Современное развитие техники, технологии и научных исследований невозможно без использования лазерной техники. Среди лазерных технологических установок для сварки, резки, закалки и отжига материалов, сверления отверстий и других операций ведущее место в настоящее время принадлежит установкам с твердотельными лазерами, которые так же используются для исследований и испытаний различных материалов, получения высокотемпературной плазмы. При этом для достижения высоких и стабильных параметров лазеров и лазерного излучения необходим учет в конструкции лазера и при управлении режимами их работы различных эффектов, вызванных нагревом различных элементов лазерной остановки. Для обеспечения стабильности параметров лазера и эффективности лазерного излучения необходим правильный выбор теплового режима элементов излучателя, а также учет и компенсация термооптических искажений. Наиболее сильным термооптическим искажениям среди элементов лазерного резонатора подвержен активный элемент, в котором происходит значительное тепловыделение при преобразовании поглощаемого ионами активатора излучения ламп накачки в лазерное излучение [1]. Важным с практической точки зрения является исследование распределения температуры в объеме активной среды. Это особенно важно для оптически плотных сред, которые характеризуются сильным поглощением спектрально-серого излучения импульсных ламп накачки. Основные особенности поглощения излучения накачки в таких активных средах позволяют с достаточной степенью точности аппроксимировать распределение объемных источ-ников тепловыделения в активной среде законом Бугера [2]. Постановка задачи В работе ставится и решается задача нахождения распределения температуры в активном элементе твердотельного лазера в режиме охранного нагрева с учетом радиационной составляющей теплообмена. Активный элемент рассматривается в виде пластины, у которой длина много больше остальных размеров, поэтому исходная задача, считая, что теплофизические параметры не зависят от температуры [1, 2], может быть записана в виде одномерной краевой задачи уравнения теплопроводности Компонент в дифференциаль-ном уравнении описывает тот факт, что центры окраски, одновременно являясь источниками тепловыделения, образуют как бы полупрозрачную для излучения накачки границу. Коэффициент отражает временную зависимость поглощательной способности кристалла, вызванной образованием центров окраски. Кинетика процесса образования центров окраски в кристалле носит короткоживущий характер (время жизни центров окраски колеблется от миллисекунд до нескольких секунд) [7,9]. После замены переменных , введения безразмерных переменных , , и обозначений , , получим сингулярно возмущенную краевую задачу уравнения теплопроводности с малым параметром где , , , . Для определенности положим . Таким образом, исходная краевая задача свелась к сингулярно возмущенной краевой задаче уравнения теплопроводности с нелинейными граничными условиями на подвижных границах. Приближенное решение полученной краевой задачи будем искать, используя "геометро-оптический" асимптотический метод предложенный Несененко Г.А. [4-6]. Основные положения данного метода заключаются в следующем: 1. Представление решения исследуемой (линейной или нелинейной) краевой задачи в интегральной форме с использованием функции Грина [3]. 2. Запись интегрального представления функции Грина при помощи функции источника в виде “тепловых потенциалов” с использованием асимптотики решения соответствующего интегрального уравнения [4-6]. 3. Получение и обоснование асимптотического разложения функции Грина (при помощи модификации метода Лапласа) [5,6]. 4. Применение модифицированного метода Лапласа к интегральному представлению решения исходной краевой задачи (с использованием асимптотического разложения соответствующей функции Грина) [4-6,10]. Представление функции Грина при помощи функции источника в виде “тепловых потенциалов” является существенным моментом при решении краевых нестационарных задач уравнения теплопроводности при малых значениях параметра Фурье (или числа Фурье ); . Используя приведенную схему, функцию Грина и приближенное решение краевой задачи получаем в виде асимптотических разложений по степеням малых параметров в смысле Пуанкаре. Надо отметить, что вид асимптотического разложения, как функции Грина, так и решения краевой задачи зависит от “близости” рассматриваемой точки к границе области. В соответствии с введенным понятием “близости” точки к границе, область делится на “пограничную”, “промежуточную” и “удаленную” от границ зоны [4-10]. Решение краевой задачи Для упрощения выкладок предположим, что граница изменяется по линейному закону, т.е. , тогда , , Согласно [3,5], выпишем интегральное представление решения краевой задачи (7)-(11) где - функция Грина соответствующей однородной краевой задачи. Для нахождения функции Грина рассматриваем краевую задачу , , . Решение краевой задачи (13)-(16) (при ) имеет следующий вид [9,10]: , , , , , , ,, , , , , ; Очевидно, что для исходной задачи . Для упрощения выкладок предположим, что , тогда можно получить следующие выражения где , . Для интеграла имеем . Тогда для интеграла можно получить следующее выражение Аналогично получаются выражения и для остальных интегралов. Далее проводится асимптотический анализ полученных выражений по степеням малых параметров в зависимости от “близости” рассматриваемой точки к границам области [4-10]. Для нахождения нелинейной составляющей в интегральном представлении введем обозначения тогда . Неизвестные функции находим из решения системы интегральных уравнений выписываемых из граничных условий (9)-(10) где , , , , , , , . Решение данной системы уравнений ищем методом последовательных приближений по схеме . Полагая , для первого приближения получим Для следующих приближений проведем асимптотический анализ соответствующих интегралов. Тогда решение получается в виде асимптотических разложений по степеням малого параметра , где коэффициенты вычисляются в явном виде. Подставив полученные разложения в выражение (12), проведем асимптотический анализ полученных интегралов методом Лапласа. При этом необходимо учитывать “близость” рассматриваемой точки к границам области . Тогда верно следующее утверждение. Теорема. Асимптотическое разложение решения краевой задачи (7)-(11) имеет следующий вид: 1) В “пограничном слое” границы , т.е. при выполнении условия , . 2) В “промежуточном слое” границы , т.е. при выполнении условия ,, . 3) В “области удаленных от границ , точек”, где выполняется условие (при ), , . 4) В “промежуточном слое” границы , т.е. при выполнении условия , . 5) В “пограничном слое” границы , т.е. при выполнении условия , . Коэффициенты асимптотических разложений , , , вычисляются в явном виде (например, они выписаны в явном виде для соответствующих задач в [4,9,10]) и не зависят от малых параметров разложения, т.е. имеем асимптотическое разложение в смысле Пуанкаре; полученные разложения удовлетворяют начальному и граничным условиям поставленной задачи. Проверка граничных условий Для начального момента времени легко показать, что основной вклад в вносит начальное распределение температуры , поэтому верно ,. Проверим выполнимость граничного условия (9). Используя выражение (12) получим . Из выражений (13),(15) следует (более подробные выкладки можно найти, на примере соответствующих задач, в работах [7-10]): , ,, , , , Для границы проверка проводится аналогично. Заключение Получено решение поставленной сингулярно возмущенной краевой задачи в виде асимптотических разложений в смысле Пуанкаре в зависимости от “близости” рассматриваемой точки к границам области. При этом коэффициенты разложений вычисляются в явном виде, что позволяет проводить параметрический анализ поставленной задачи. Полученные результаты позволяют исследовать рассматриваемый процесс как на качественном, так и на количественном уровне; выявить влияние режимов облучения, радиационной составляющей и начальной температуры на распределение температуры в активном элементе лазера [7-8]. Рассмотренный подход может быть использован и в многомерном случае [11,12]. Список обозначений - искомая функция (температура тела); - объемная плотность тепловыделения в активной среде; - доля энергии накачки, которая непосредственно превращается в тепло; - спектрально-средний коэффициент поглощения; - мощность оптической накачки; - объем активного тела (пластины); - толщина пластины; - коэффициент теплопроводности; - теплоемкость; - плотность материала; - коэффициент температуропроводности; - начальное распределение температуры; - тепловой поток на соответствующих гранях пластины; - температура среды на соответствующих гранях; - постоянные (); - коэффициенты серости граней пластины; - постоянная Стефана-Больцмана.