При усилении конструкций, частично утративших несущую способность в результате возникших повреждений или ослаблений, возникает необходимость проведения ремонтных работ без полной разгрузки этих конструкций. Полная разгрузка этих конструкций бывает не всегда целесообразной, а в некоторых случаях и не возможной. Аналогичные задачи возникают при реконструкции предприятий, в которых требуется усилить конструкции, находящие под действием внешних нагрузок. Вопросам определения несущей способности, расчетов на прочность и устойчивость такого рода конструкций посвящено достаточно много работ, в частности монографии [1-3]. В данной работе предлагается метод расчета усиленных под нагрузкой стержневых конструкций, подвергающихся после реконструкции динамическим нагрузкам. Для данных конструкций определяется напряженно-деформированное состояние в случае вынужденных колебаний. Решение задачи разбивается на три этапа: 1) Определение напряженно-деформированного состояния первоначальной (ослабленной) стержневой системы от действия статических ремонтных нагрузок. 2) Определение напряженно-деформированного состояния усиленной стержневой системы от действия дополнительных статических нагрузок с учетом ремонтных напряжений. 3) Определение напряженно-деформированного состояния усиленной стержневой системы от действия динамических нагрузок с учетом ремонтных и дополнительных статических напряжений. В качестве расчетной модели рассматриваются стержни с пространственными кусочно-гладкими осями. Предполагается, что материал стержня изотропный, действует закон Гука, перемещения малы. Принимаются следующие гипотезы: поперечные сечения стержня плоские до деформации остаются плоскими и после деформации; напряжениями, действующими в плоскости поперечных сечений стержня, пренебрегаем. Для решения задачи на первых двух этапах используется вариационный принцип Лагранжа [4]. На первом этапе вариационное уравнение записывается так: , (1) где - потенциальная энергия деформации первоначальной стержневой системы при действии ремонтных нагрузок; - вариация работы ремонтных нагрузок. С учетом принятых гипотез , . Здесь , - ремонтные напряжения и деформации в произвольной точке стержня с координатами ; - перемещения и углы поворота оси стержня, вызванные ремонтными нагрузками; - компоненты интенсивности распределенной нагрузки; - компоненты сосредоточенной силы, - компоненты сосредоточенного момента, действующих в точке с координатой ; - длина дуги оси стержня; - главные центральные оси инерции поперечного сечения стержня; - длина и площадь поперечного сечения стержня. На втором этапе после усиления конструкции вариационное уравнение имеет вид: , (2) где . Здесь индексом «с» отмечены величины, относящиеся ко второму этапу, когда в результате усиления площадь поперечного сечения стержня стала равна А и на нее действуют дополнительные статические нагрузки. При этом оси могут не быть главными центральными осями инерции измененного поперечного сечения стержня. Также при расчетах учитывается, что в результате действия нагрузок на первом этапе ось стержня подверглась деформации и изменились её геометрические характеристики. Для решения задачи на третьем этапе используется вариационный принцип Остроградского-Гамильтона [4], на основании которого истинное движение системы за отрезок времени [t0, t1] удовлетворяет вариационному уравнению: , (3) где , , - кинетическая энергия стержневой системы; - перемещения точки стержня с координатами ; - частная производная от перемещения по времени t; - плотность материала стержня; индексом «» отмечены величины, относящиеся к третьему этапу, когда на стержень действуют динамические нагрузки. На основании принятых гипотез можно получить следующие формулы, определяющие перемещения и углы поворота точек поперечного сечения стержня: (4) где - вектор компонентов перемещения и углов поворота произвольной точки стержня; - вектор компонентов перемещения и углов поворота оси стержня. Деформации стержня определяются через деформации оси стержня по формулам , (5) Деформации оси стержня находятся из соотношений Клебша: (6) , где - продольная деформация и углы сдвига; - изменения кручения и кривизн (деформации кручения и изгиба) оси стержня; , - кручение и кривизны оси стержня, На основании обобщенного закона Гука и введенных гипотез получаются следующие физические соотношения, связывающие напряжения и деформации: (7) где - модули упругости и сдвига стержня. При решении задачи искомые величины, найденные на предыдущих этапах, являются известными и подставляются в соответствующие уравнения для определения искомых величин на последующих этапах. Для решения задачи стержневая система разбивается на элементы (рис.1), оси которых являются гладкими кривыми. Введем для всей конструкции глобальную систему координат и для каждого стержня локальные системы координат , где координатная линия направлена вдоль оси стержня, линии совпадают с главными центральными осями инерции поперечного сечения первоначального не усиленного стержня. Рис. 1 Для каждого стержня за искомые неизвестные принимается вектор перемещений , заданный в глобальной системе координат . На каждом этапе этот вектор обозначается соответствующим индексом. Решение ищется в виде [5,6]: , (8) где - вектор неизвестных постоянных на первых двух этапах и вектор неизвестных функций от времени на третьем этапе; ; - координаты начала и конца оси стержня . Функции формы записываются так: . (9) Изменяя количество слагаемых в выражении (8), можно получать аппроксимирующие функции различного порядка. Если определить значения искомой функции в узловых точках, то в соответствии с функциями формы (9) имеем , . Следовательно, коэффициенты определяют значения вектора перемещений соответственно в начальной и конечной точках оси стержня . Это обстоятельство позволяет легко осуществлять стыковку стержней и удовлетворять геометрическим граничным условиям. Так, если положить , то будет выполнено условие стыковки начала -го стержня с концом -го стержня. Чтобы удовлетворить, например, граничному условию жесткого защемления на конце -го стержня, т.е. условию , следует положить . Компоненты перемещения стержня в локальной системе координат связаны с компонентами перемещения в глобальной системе координат соотношениями: , (10) где - матрица направляющих косинусов локальной системы координат в глобальной системе координат. Подставляя для каждого стержня аппроксимирующие функции (8) в равенства (10), определяя затем перемещения, деформации и напряжения стержней через перемещения осей стержней по формулам (4) - (7), подставляя полученные выражения для каждого этапа в вариационные уравнения (1) - (3), после соответствующих преобразований получаются системы уравнений относительно неизвестных параметров : , (11) , (12) , (13) где - матрицы жесткости стержневой системы для соответствующего этапа; - матрица масс на третьем этапе; - вектора неизвестных постоянных на первых двух этапах; - вектор неизвестных функций на третьем этапе; - вектора правых частей уравнений. Вектора правых частей в этих уравнениях зависят от действующих на стержневую систему внешних нагрузок, а также от перемещений, полученных на предыдущих этапах. Матричные уравнения (11) и (12) представляют собой системы линейных алгебраических уравнений, уравнение (13) - систему линейных дифференциальных уравнений в обычных производных относительно неизвестных параметров . Для решения задачи (13) используется метод Ньюмарка [7]. В качестве примера приведены результаты расчета усиленной рамной конструкции, показанной на рис.2,а. До усиления поперечные сечения всех стержней рамы одинаковые (двутавр № 18) и действует первоначальная (ремонтная) нагрузка . Усиление производится путем увеличения поперечного сечения левой стойки в два раза с помощью такого же стержня двутаврового сечения (рис.2,б). После этого на раму действует сначала статическая нагрузка , а затем постоянная динамическая нагрузка . Рис. 2 На рис.3 приводится графики изменения по времени максимального напряжения для усиленной рамы (линии 1) и для усиленной рамы (линии 2), у которой не учитываются ремонтные напряжения, предполагается, что вся нагрузка действует после усиления: , . Рис. 3 Пунктирными линиями показаны максимальные напряжения в раме в случае, когда вся дополнительная нагрузка является статической , . Статическое решение совпадает с решением, приведенным в работе [8]. Результаты показывают, что учет напряжений, действующих в конструкции до усиления, приводит к увеличению напряжений, появляющихся в конструкции после усиления.