

Введение Механическая постановка задачи следующая. Пусть в нелинейно-упругом бесконечно протяженном теле, находящемся в начальном (ненапряженном) состоянии, под воздействием внешних нагрузок возникли большие плоские статические деформации. Тело перешло в первое (промежуточное) состояние (рис. 1). Далее в этом теле намечается замкнутый круговой контур (будущая граница полости). Затем область, ограниченная данным контуром, удаляется. Под удалением, например, можно понимать «откол» одной части от другой или изменение свойств «удаляемой» части тела таким образом, что она не взаимодействует с оставшейся частью тела. Действие удаленной части тела на оставшуюся заменяется по принципу освобожденности от связей силами, распределенными по данному контуру. Это не приводит к изменению напряженно-деформированного состояния в оставшейся части тела. Далее предполагается, что эти силы, перешедшие в разряд внешних, квазистатически значительно изменяются, что вызывает появление в оставшейся части тела дополнительных больших (по крайней мере, в окрестности вновь образованной граничной поверхности) деформаций, которые накладываются на уже имеющиеся большие начальные. Естественно меняется и форма граничного контура полости. Тело переходит в конечное состояние. Математическая постановка данной краевой задачи записывается в координатах первого (промежуточного) состояния, т.к. в этом состоянии известна форма отверстия. Уравнение равновесия (1) Рис. 1 - Постановка задачи (схема нагружения). 0 - начальное состояние (в теле отсутствуют напряжения и деформации); 1 - промежуточное состояние; 2 - конечное состояние, , , - начальные напряжения на бесконечности Граничные условия (2) . (3) Условие несжимаемости (для несжимаемых материалов) . (4) Геометрические соотношения: , (5) , (6) . (7) Поставленная задача (1)-(7) решена для различных нелинейно-упругих материалов, определяющие соотношения для которых описаны известными исследователями. Например, материал Мурнагана определяется следующим соотношением: , (8) Определяющее соотношение для материала Муни имеет вид: Материал Трелоара определяется как: (9) Материал Черныха имеет вид: , (10) Материал Бартенева-Хазановича определяется как: , (11) Определяющее соотношение для материала Валаниса-Ландела имеет вид: , (12) Материал Муни-Ривлина имеет вид: . (13) Решение поставленной нелинейной задачи строилось на основе метода Синьорини. Для этого был разработан алгоритм и написана его программная реализация на внутреннем языке системы компьютерной алгебры «Mathematica», что позволило получить приближенное аналитическое решение задачи (расчеты выполнены для нулевого и первого приближений) [2]. Решение задачи - характеристики напряженно-деформированного состояния тела для различных типов материала - представлены элементарными функциями координат, параметров материала и нагружения [3]. Далее приводятся некоторые полученные результаты для

материала Мурнагана. Определяются выражения для главных значений тензора полных истинных напряжений как функции полярных координатах при всестороннем растяжении с учетом давления на границе полости. , (14) , (15)

Здесь - давление на контуре; - нагрузка по осям и ; , , , и - параметры материала Мурнагана. Получены соотношения для компонент и тензора полных истинных напряжений как функции в декартовых координатах при растяжении вдоль оси без давления на границе полости. Построены соотношения для компонент тензора полных деформаций для случая плоской деформации и одноосного растяжения по оси нагрузкой на бесконечности как функции декартовых координат. При растяжении тела из материала Мурнагана вдоль оси нагрузкой на бесконечности в точке контура полости с максимальной концентрацией напряжений посчитаны главные значения тензора полных деформаций. Они равны: , . В точке контура полости тела из материала Мурнагана с максимальной концентрацией напряжений интенсивность деформаций для случая одноосного растяжения по оси x нагрузкой достигает 22%. Аналогичные выражения и результаты получены и для других материалов. На рис. 2 приведен контур полости до и после деформирования тела из материала Мурнагана при одноосном нагружении с давлением на границе полости и без него. Рис. 2 - Материал Мурнагана. , , , . Растяжение вдоль оси x. Контур полости до и после деформирования. а) , ; б) Из приведенных выше графиков виден качественный результат учета нелинейных эффектов в точках контура [4]. На рис. 3 приводится сравнение полученных результатов с известным точным решением задачи для случая предварительного всестороннего нагружения при плоской деформации материала Трелоара [5]. Представлены зависимости контурных напряжений от нагрузки на бесконечности. Отметим, что при погрешность решения задачи методом Синьорини не превышает 9% для напряжений, при этом для перемещений получаются более точные результаты, чем для напряжений. Рассматривая напряжения как функции начальных нагрузок, можно непосредственно до начала численных или численно-аналитических расчетов указать диапазон нагрузок, при которых такой подход невозможен. Полученные результаты, в частности, позволяют в аналитической форме использовать нелокальные критерии прочности, давать предварительно оценку диапазона констант, при которых можно предполагать практическую сходимость численных методов в аналогичных задачах. Рис. 3 - Материал Трелоара. Зависимость контурных напряжений от нагрузки на бесконечности

Авторы благодарят профессора В.А.Левина (Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова) за внимание к поставленной задаче и консультации при ее решении.