

В последние годы успешно развивается применение ферромагнитных порошков для изготовления деталей повышенной прочности. Композиционные порошки получают синтезом в режиме технологического горения с последующими операциями размола и классификации по фракциям. Одним из методов обработки металлических материалов являются разряды в жидкостях [1, 2], которым можно найти применение в диспергировании металлов и сплавов. Установка для синтеза ферромагнитного порошка состоит из источника постоянного тока, электролитической ванны с электролитом и токопроводящего стального электрода с различным содержанием углерода (от 0,2 до).

Результаты проведенных испытаний показали большую зависимость количества и качества (размер гранул) порошка от многих геометрических и физических параметров. Для решения задачи отметим, прежде всего, что в процессе образования порошка зависимость выхода по току от анодной плотности тока идентична аналогичной зависимости для электрохимической обработки металлов [3, 4]. Исходя из этого, будем считать, что скорость снятия металла с поверхности анода на единицу массы, определяется по аналогии с законом Фарадея, где Q - выход по току, равный доле энергии затраченной на образование порошка в электрическом разряде, i - плотность тока, k - коэффициент, соответствующий электрохимическому эквиваленту металла и определяется экспериментально. Процесс диспергирования можно разделить на две стадии: на первой, нестационарной, происходит диспергирование на участках анода, где максимальное значение плотности тока в угловых точках, затем поверхность анода выравнивается и приобретает криволинейную форму. Будем считать, что поверхность анода перемещается с постоянной скоростью и линейная скорость точек на поверхности анода равна (1) где α - угол между вектором скорости подачи анода и единичным вектором внешней нормали к поверхности анода. В этом случае общая схема процесса не изменяется со временем и процесс можно считать установившемся или стационарным. Из (1) установившееся распределение плотности тока на стационарной границе анода определяется соотношением $i = i_0 \frac{v}{v_0}$, где i_0 - плотность материала анода. Зависимость выхода по току можно аппроксимировать уравнением гиперболы и считать, что на границе анода выполняется соотношение [5] (2) В работе [6] была решена задача о диспергировании стержня, расположенного в центре межэлектродного промежутка (МЭП). Рассмотрим двумерную модель процесса с двумя электродами, расположенными симметрично относительно оси симметрии МЭП с жидким электродом (рис. 1). В этом случае, в силу симметрии относительно оси А1С, можно рассматривать только одну, например, правую половину течения. Эта задача отличается от рассмотренной в работе [7] отсутствием симметрии течения в МЭП. Учитывая это, рассмотрим, следуя работе [7], более простую задачу о диспергировании одного электрода, расположенного симметрично в МЭП. Введём декартовую систему координат x, y , связанную с анодом, который

двигается в направлении оси ординат. Рис. 1 - Область МЭП Будем считать, пренебрегая приэлектродными явлениями, что в МЭП существует потенциал электрического поля, удовлетворяющий уравнению Лапласа (3) и на границах электродов выполняется условие постоянства потенциалов, . В силу уравнения (3), существует функция гармонически сопряжённая и можно ввести комплексный потенциал электростатического поля, являющейся аналитической функцией в области Введём характерные значения плотности тока, длины (σ - удельная электропроводность среды) и перейдём к безразмерным переменным, x, y . Тогда, с учётом (2), функция удовлетворяет в межэлектродной области уравнению Лапласа и граничным условиям на поверхности электродов, $\phi = 0, \psi = \pm 1$, где ϕ, ψ - постоянные, учитывающие зависимость выхода по току от плотности тока. Исходя из этого, задача моделируется плоскопараллельным потенциальным течением идеальной несжимаемой жидкости. При этом, аналогом напряжённости электрического поля является скорость фиктивного течения и векторы u, v - ортогональны. Вдоль линии выполняется равенство $u^2 + v^2 = \text{const}$. На поверхности анода $\psi = 1$. На рис. 1, в плоскости z , представлена область МЭП ограниченная линиями симметрии $x = \pm 1$ и $y = 0$, - граница катода, $y = 1$, - граница анода, $y = -1$, - бесконечно удалённые точки. Граница анода разделена на две области: прямолинейные участки $y = 1, x \in [-1, 0]$ и $y = 1, x \in [0, 1]$, где и участок на котором выполняется условие (2), аналогично симметричной задаче [7]. Функция удовлетворяет уравнению Лапласа, на границах электродов выполняются условия: $\phi = 0, \psi = \pm 1$, на линиях симметрии $x = \pm 1$ - условия $\phi = 0, \psi = 0$. Для рассматриваемой симметричной задачи, поток фиктивного течения создаётся системой непрерывно распределённых источников и стоков: источники - вдоль линии $y = 1, x \in [-1, 0]$, стоки - вдоль линии $y = 1, x \in [0, 1]$. На неизвестной границе выполняется условие $\psi = 0$. Пусть в плоскости вспомогательного комплексного переменного области течения соответствует область (рис. 2) и функция конформно отображает область на область с соответствием точек, указанном на рис. 1, 2. Рис. 2- Область D_u Определим две функции: комплексный потенциал фиктивного течения и функцию Жуковского [5] (4) где u, v - модуль скорости фиктивного течения, α - угол наклона вектора скорости к оси x , U - значение скорости в точке z . Комплексный потенциал удовлетворяет граничным условиям. Область изменения функции w - прямоугольник. Рис. 3 - Область D_w Для определения производной комплексного потенциала отобразим область на верхнюю полуплоскость с соответствием точек, указанном на рис. 2, 3, преобразованием (5) и, используя формулу Кристоффеля-Шварца [8], найдём функцию, отображающую область на область изменения функции w : $w = \int \sqrt{z^2 - 1} dz$, где \int - полный эллиптический интеграл первого рода [9]. Дифференцируя по переменной z и учитывая зависимость (5), получим: $dw/dz = \sqrt{z^2 - 1}$. Для функции Жуковского имеем следующие граничные условия $\phi = 0, \psi = \pm 1$. Функцию Жуковского будем искать в виде $w = U \int \sqrt{z^2 - 1} dz$, где функция удовлетворяет граничным условиям $\phi = 0, \psi = \pm 1$, и имеет в области те же особенности, что и $\sqrt{z^2 - 1}$, функция w - аналитическая в D_w и непрерывная в D_u . Построим

методом особых точек [5]: . Сравнивая граничные условия для функций и , получим граничные условия для неизвестной функции : , , (6) , . (7) Учитывая граничные условия (6), (7) и симметрию фиктивного течения, функцию можно аналитически продолжить на весь круг и представить в виде ряда Лорана: , где - действительные коэффициенты. Из условия находим . Условие (7), с учётом представления функции в виде ряда, имеет вид (8) Умножая обе части равенства (8) на , интегрируя по в пределах , получим бесконечную систему уравнений для определения коэффициентов : , . Безразмерные координаты точек границы анода определяем из (4) по формуле , , . (9) Для решения задачи необходимо определить математические параметры и . Это можно сделать, задав расстояния и : , . Массу диспергированного порошка можно определить, приближенно считая стержень осесимметричным, используя формулу для вычисления площади поверхности вращения. (10) где - плотность металла. Результаты расчетов формы границы анодной поверхности для различных частных случаев представлены в работе [7]. Для задачи по схеме (рис. 1) решение строится аналогично предыдущему, но оно зависит от большего числа параметров. Область вспомогательного переменного будет иметь вид (рис.2) и, в силу отсутствия симметрии, в задаче появятся 3 параметра , которые определяются из задания геометрических размеров на схеме (рис.1). Некоторые результаты расчета формы криволинейного участка электродов представлены на рис. 4. Рис. 4 - Результаты расчётов формы границы анода - ширина анода (), - ширина катода (), - ширина МЭП в окрестности точки , , 1.; 2.; 3. В этой задаче нельзя воспользоваться приближенной формулой для расчета массы порошка, так как, форма криволинейного участка электрода не симметрична относительно его оси (см. рис.4). Для расчета линейного расхода массы используются полученные формулы (9) и подинтегральное выражение из (10).