

**И. А. Ионов, Т. А. Зиннуров, Ф. Г. Ахмадиев,
З. А. Красноперов**

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АРОЧНЫХ БЕСКАРКАСНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПОПЕРЕЧНО-ГОФРИРОВАННЫХ ПРОФИЛЕЙ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Ключевые слова: математическая модель, численное моделирование, конечные элементы, поперечно-гофрированный профиль, арочные конструкции.

Предложены методические рекомендации по построению математических моделей для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) арочных бескаркасных конструкций из стальных холодногнутых поперечно-гофрированных профилей с использованием метода конечных элементов (МКЭ). Несмотря на широкое распространение таких конструкций в современном строительстве вследствие их высокой несущей способности при малом собственном весе, отсутствие единой нормативной базы создает существенные сложности при проектировании. Основная проблема заключается в необходимости учета специфических особенностей работы тонкостенных гофрированных элементов, где критически важным становится вопрос местной устойчивости стенок и поясов профиля. Проведенные исследования показывают, что при моделировании следует избегать излишних упрощений: либо применять научно обоснованные методы редукции с корректным приведением жесткостных характеристик, либо создавать детализированные конечно-элементные модели, точно учитывающие геометрию гофров. Особое внимание уделено выбору оптимальной плотности конечно-элементной сетки. Проведен сравнительный анализ различных вариантов дискретизации, позволивший установить рациональный размер элементов, обеспечивающий достаточную точность результатов при приемлемых вычислительных затратах. Эксперименты показали, что размера конечного элемента в 0.25 длины волны с учетом её формы достаточно для получения достоверных результатов. В рамках верификации методики выполнен расчет фрагмента реальной конструкции тремя способами: линейный расчет стержневой модели, линейный анализ устойчивости пластинчатых элементов и нелинейный расчет с учетом геометрической и физической нелинейности. Стержневая модель в линейной постановке может показать сильно завышенную несущую способность, в отличие от моделей из пластинчатых элементов. Такой подход может привести к аварии при эксплуатации сооружения. Линейный расчет пластинчатой модели не показывает реальную картину распределения напряжений в конструкции, однако по критерию устойчивости такой подход может быть использован для предварительной оценки несущей способности. Наиболее точные результаты показывают расчеты НДС в геометрически и физически нелинейной постановке задачи. Такой подход позволяет учесть большую гибкость конструкции, то есть провести итерационные расчеты по «деформированной схеме», а также наблюдать реальную картину перераспределения напряжений в концентраторах – местах поперечного и продольного гибов. Полученные результаты показывают, что выбранные подходы моделирования позволяют получить различные картины распределения напряжений и деформаций в конструкции. Это подтверждает необходимость тщательного обоснования параметров расчетной схемы для адекватного отображения реального поведения объекта.

**I. A. Ionov, T. A. Zinnurov, F. G. Akhmadiev,
Z. A. Krasnoperov**

MATHEMATICAL MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE OF FRAMELESS ARCH STRUCTURES MADE OF TRANSVERSELY CORRUGATED PROFILES USING THE FINITE ELEMENT METHOD

Keywords: mathematical model, numerical simulation, finite elements, transversely corrugated profile, arch structures.

Methodological recommendations are proposed for constructing mathematical models to analyze the stress-strain state (SSS) of arch-type frameless structures made of cold-formed steel transversely corrugated profiles using the finite element method (FEM). Despite the widespread use of such structures in modern construction due to their high load-bearing capacity with low self-weight, the lack of a unified regulatory framework creates significant challenges in design. The main issue lies in the need to account for the specific behavior of thin-walled corrugated elements, where the local stability of profile webs and flanges becomes critically important. Research shows that modeling should avoid excessive simplifications: either scientifically justified reduction methods with correct stiffness characteristics should be applied, or detailed finite element models that accurately account for corrugation geometry should be used. Special attention is given to selecting the optimal finite element mesh density. A comparative analysis of different discretization approaches was conducted, establishing a rational element size that ensures sufficient accuracy with acceptable computational costs. Experiments demonstrated that a finite element size of 0.25 times the corrugation wavelength (considering its shape) provides reliable results. For method verification, a fragment of a real structure was analyzed using three approaches: linear analysis of a beam model, linear buckling analysis of plate elements, and nonlinear analysis considering geometric and material nonlinearity. The linear beam model may significantly overestimate load-bearing capacity, unlike plate-based models, potentially leading to structural failure in real-world applications. The linear plate model does not accurately reflect stress distribution but can be used for preliminary stability-based capacity assessment. The most precise results were obtained from nonlinear SSS analysis, which accounts for structural flexibility (iterative calculations based on the "deformed configuration") and correctly captures stress redistribution in stress concentration zones—areas of transverse and longitudinal bends. The results indicate that the employed modeling approaches generate distinct stress

and strain distribution patterns within the structure. This underscores the necessity of rigorously validating computational model parameters to ensure faithful representation of the object's actual mechanical behavior.

Введение

Современные технологии производства и монтажа металлических строительных конструкций позволяют быстро и экономично возводить здания и сооружения различного назначения. Одним из направлений развития стальных конструкций являются сводчатые конструкции из тонкостенных холодногнутых профилей с пролетом от 6 до 30 м [1, 2]. Подобные конструкции получили широкое распространение в Китае, Европе, а также за счет своей высокой индустриальности, легкости и транспортабельности применяются в России и СНГ [3]. Для гофрированных конструкций профили необходимой формы и радиуса изгиба получают путемгиба рулонной листовой стали или алюминия толщиной 0.8 – 1.2 мм в специальных передвижных станках прямо на строительной площадке.

На заре использования холодногнутых профилей различного назначения большое внимание уделялось изучению изменения механических характеристик в процессе прокатки. В СССР этим вопросом занимались ученые: Павлов И.М., Клямкин Н.Л., Гуревич Я.Б. [4] и Лейченко М.А. [5], которые выявили закономерности упрочнения зонгиба профилей и оценили влияние величины углагиба на упрочнение. Особенности работы конструкций из стальных тонкостенных холодногнутых профилей широко изучены в работах Власова В.З. [6], Белого Г.И. [7], Айрумяна Э.Л. [8], Туснина А.Р. [9], Тамплана Ф.Ф. [10].

Одной из ключевых особенностей работы холодногнутых поперечно-гофрированных профилей является большая гибкость граней, поэтому основным критерием несущей способности элемента считается местная устойчивость стенок и полок. Исследования в этой области проводили Тимошенко С.П. [11, 12], Вольмир А.С. [13, 14]. Большой вклад в изучение действительной работы арочных холодногнутых профилей внес Липленко М.А. [15]. В своей работе он предложил научно-обоснованную и практически подтвержденную методику редукции поперечного сечения профиля для удобного инженерного расчета.

Современное проектирование невозможно представить без математического моделирования напряженно-деформированного состояния строительных конструкций [16-19]. Однако, для конструкций из холодногнутых поперечно-гофрированных профилей без анализа вышеописанного опыта трудно создать адекватную расчетную модель методом конечных элементов. Не все аспекты компьютерного моделирования таких конструкций достаточно изучены.

Цель работы состоит в разработке математической модели и проведении компьютерного моделирования методом конечных элементов (МКЭ) арочной конструкции из холодногнутых стальных поперечно-гофрированных профилей.

Математическая модель

Рассматриваются вопросы математического моделирования конструкций из арочных стальных холодногнутых поперечно-гофрированных профилей

для адекватного отражения их напряженно-деформированного состояния.

Алгоритм расчетов для решения данной задачи методом конечных элементов будет следующим:

1) определение основных принципов создания конечно-элементной модели, оптимальных размеров конечных элементов на основе моделирования фрагмента гофрированного профиля;

2) расчет стержневых и пластинчатых моделей арки методом конечных элементов;

3) расчет конструкции с учетом физической и геометрической нелинейности.

Опираясь на опыт исследований в области расчета НДС гофрированных арочных конструкций [11-15] можно сказать, что разрушение таких конструкций наступает в результате потери местной устойчивости граней профилей. Поэтому для изучения конструкции за фактор наступления предельного состояния примем потерю местной устойчивости.

Линейная модель. Линейный расчет потери устойчивости используется для определения коэффициентов критической нагрузки и соответствующих форм потери устойчивости конструкции, состоящей из элементов балок, ферм или пластин. По теории упругости уравнение равновесия для выделенного объема при решении квазистатических задач можно представить следующим образом:

$$\sigma_{ij,j} + \rho F_j = 0, \quad (1)$$

где $\sigma_{ij,j}$ – напряжения в теле, ρ – плотность тела, F_j – внешняя сила, действующая на тело.

Это уравнение (1) статического равновесия конструкции в деформированном состоянии для МКЭ имеет вид [20]:

$$[K]\{U\} + [K_G]\{U\} = \{P\}, \quad (2)$$

где $[K]$ – матрица упругой деформации, $[K_G]$ – матрица геометрической жесткости, $\{U\}$ – вектор перемещений конструкции, $\{P\}$ – вектор прикладываемой нагрузки.

Матрица упругой деформации $[K]$ для всей конструкции получается путем сложения матриц упругой деформации всех элементов. В таком случае матрица упругой деформации будет представлять собой изменение жесткости в деформированном состоянии и будет напрямую связана с прикладываемыми нагрузками. Например, действующая на элемент сила сжатия уменьшает жесткость, тогда как растягивающая сила ее увеличивает.

Матрица геометрической жесткости может быть выражена в виде произведения коэффициента нагрузки и матрицы геометрической жесткости конструкции, подверженной действию введенных нагрузок [20]:

$$\begin{aligned} [K_G] &= \lambda [\bar{K}_G], \\ [K_G] &= \lambda [\bar{K}_G], \end{aligned} \quad (3)$$

где λ – масштабный коэффициент нагрузки, $[\bar{K}_G]$ – матрица геометрической жесткости конструкции, подверженной внешним нагрузкам.

Преобразуя уравнение (2) с учетом (3) получим:

$$\begin{aligned} [K_{eq}]\{U\} &= \{P\}, \\ [K_{eq}]\{U\} &= \{P\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $[K_{eq}] = [K + \lambda \overline{K}_G]$ – эквивалентная матрица жесткости.

В момент потери устойчивости уравнение (4) должно иметь сингулярность [20]. Потеря устойчивости происходит в том случае, когда эквивалентная матрица жесткости становится нулевой:

$$\begin{aligned} [K_{eq}] &= 0 \quad (\lambda = \lambda_{cr}), \\ [K_{eq}] &= 0 \quad (\lambda = \lambda_{cr}), \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, задача расчета потери устойчивости в (4) может быть сведена к задаче нахождения собственных значений по системе уравнений:

$$\begin{aligned} |[K] + \lambda_i [\overline{K}_G]| &= 0, \\ |[K] + \lambda_i [\overline{K}_G]| &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где λ_i – собственное значение, являющееся искомым коэффициентом критической нагрузки (ККН).

В результате расчетов по (6) получаются собственные значения и формы мод, которые соответствуют коэффициентам критической нагрузки и формам потери устойчивости соответственно. Критическая нагрузка получается умножением исходной нагрузки на коэффициент критической нагрузки. Смысл критической нагрузки и формы потери устойчивости заключается в том, что при воздействии на конструкцию критической нагрузки конструкция теряет устойчивость в форме потери устойчивости, соответствующей данному коэффициенту критической нагрузки. Однако, рассматриваемые в статье арочные конструкции обладают достаточно большой гибкостью, поэтому следует проводить расчет по деформированной схеме, то есть в геометрически нелинейной постановке. Кроме того, в гофрированных U-образных профилях возникают концентраторы напряжений в местах продольного и поперечногогиба. Для учета перераспределения напряжений в сечении при достижении предела текучести стали следует учитывать нелинейное поведение материала.

Нелинейная модель. Для решения нелинейной задачи необходимо учесть нелинейное поведение материала и значительное влияние на НДС перемещений в расчетной схеме (геометрическая нелинейность). Конечно-элементные модели конструкций могут быть созданы в программном комплексе Midas Civil [20]. Программный комплекс позволяет производить создавать модели большого размера и высокой плотности сетки элементов, производить линейный расчет на устойчивость, решая задачу о нахождении собственных значений, выполнять нелинейный анализ. Задачу геометрической нелинейности может быть решена итерационными методами расчета, например, по методу Ньютона-Рафсона, а для учета нелинейности поведения металла применяют модель текучести Фон Мизеса [20].

Итерации нелинейного расчета раскладываются по долям расчетной нагрузки в диапазоне от 0.1 до 1.0 с целью найти момент потери устойчивости конструкции. Предполагается, что в какой-то момент пластики напряжения не смогут продолжать перераспределяться и условие равновесия перестанет выполняться. При этом результаты расчета будут нереалистичными, например, абсурдно большие перемещения или напряжения.

Расчетная модель конструкции содержит элементы, узлы (соединения) и граничные условия. Предназначенная для численного расчета конструкция представляется набором конечных элементов, связанных между собой в узловых точках – в узлах. Физические и геометрические свойства конструкции вводятся в расчет в виде данных для конечных элементов, а положение узлов определяет расположение конечных элементов и таким образом отражает конфигурацию конструкции. Граничные условия отображают характер связей конструкции с соседними элементами, например, с основанием или фундаментом.

Численные расчеты

Для решения задачи определения оптимальных размеров конечно-элементной модели, применяя изложенную методику, приведем пример расчета в программном комплексе Midas Civil с использованием компьютерной математической модели фрагмента гофрированного профиля.

Рассмотрим следующие тестовые модели сегмента профиля длиной 2 м, с разным типом аппроксимации (рис. 1): вариант 1 – плоские грани, варианты 2, 3, 4 – полилинией с вершинами по амплитуде гребней с различным числом разбиения на конечные элементы (4, 8 и 16 соответственно). Расчетная схема моделей (рис. 2) – колонна, жестко защемленная снизу, к ней приложены продольная сжимающая единичная нагрузка в размере $P=1$ т/м и горизонтальная изгибающая нагрузка $G=0.15$ т/м, распределенные по свободному краю сечения. Сталь профиля марки 08ПС с расчетным сопротивлением по пределу текучести стали $R_y=200$ МПа.

Контроль результатов моделирования предлагается осуществлять сравнением коэффициентов критической нагрузки (ККН) или «critical load factor» – коэффициент, при умножении на который действующей нагрузки происходит потеря устойчивости конструкции (рис. 3). Результаты расчетов сведены в таблицу 1.

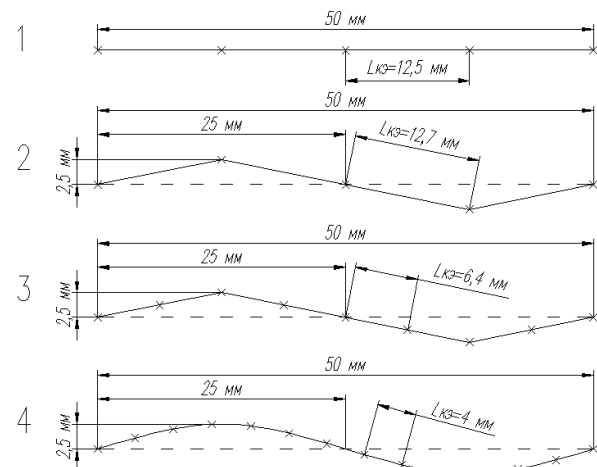


Рис. 1 – Формы аппроксимация профилей (варианты 1–4)

Fig. 1 – Profile approximation shapes (options 1–4)

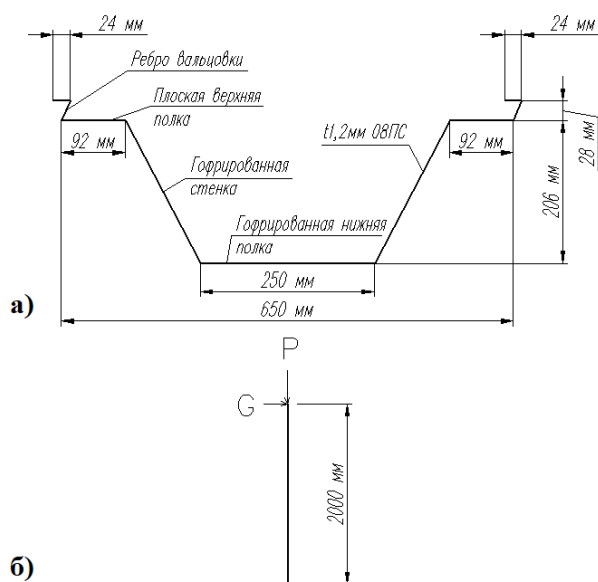


Рис. 2 – Параметры расчетной модели: а) сечение профиля; б) расчетная схема

Fig. 2 – Parameters of the calculation model: a) profile section; b) calculation diagram

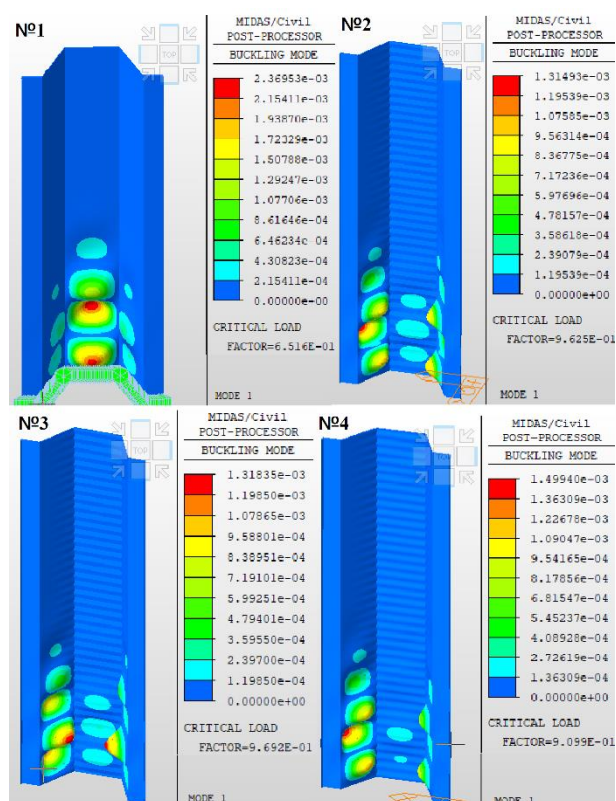


Рис. 3 – Результаты расчетов в ПК Midas Civil (первая форма потери устойчивости) для вариантов 1-4

Fig. 3 – Results of calculations in Midas Civil (first form of stability loss) for options 1-4

Результаты расчетов показывают, что плотность сетки элементов варианта 2 достаточна для дальнейшего моделирования, так как при наименьшей трудоемкости, получаем сопоставимые по точности результаты в сравнении с вариантами 3 и 4. Вариант 1

наоборот показывает сильное отклонение значения ККН, а также другую форму потери устойчивости (теряет устойчивость широкий пояс, а не стенки).

Таблица 1 – Результаты расчета профилей с разной аппроксимацией (рис. 1)

Table 1 – Results of calculating profiles with different approximations (Fig. 1)

№ схемы	Средняя длина стороны КЭ, мм	Общее количество элементов, шт	Время расчета схемы, с	ККН
1	12.5	14880	45.48	0.652
2	12.7	14880	166.83	0.963
3	6.4	59520	709.29	0.969
4	4.0	139000	2199.82	0.910

Используя полученные данные можно решить задачу о расчете реальной конструкции на примере арочного бескаркасного ангара из гофрированного профиля. Компьютерная модель фрагмента (рис. 4а) ангара собрана из трех профилей (рис. 4б), жестко связанных друг с другом. Пролет арки ангара 18.946м, стрела арки 9.473м, длина ангара 46м. Толщину ребер вальцовки соединяемых профилей примем равной двукратной толщине профиля. Закрепление торцов по длине сегмента – упругие связи, соответствующие жесткости профиля из плоскости арки (вдоль оси ангара), закрепление основания арки – жесткое [18]. Расчетная нагрузка - снеговая несимметричная по покрытию для IV района по СП 20.13330.2016 и собственный вес конструкции.

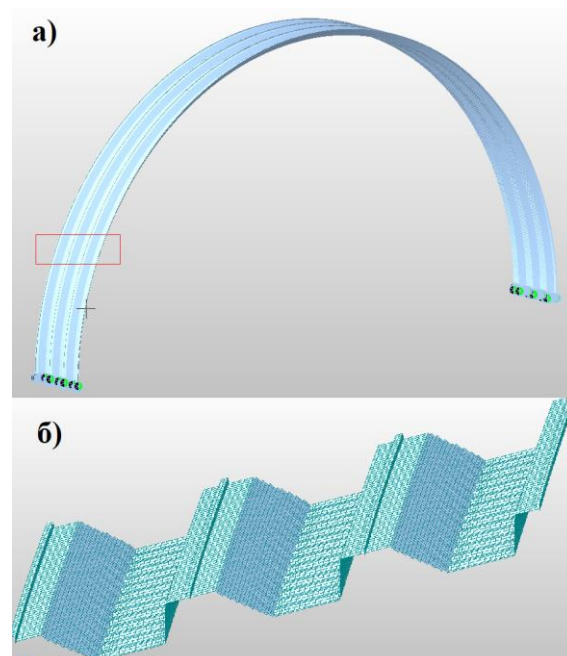


Рис. 4 – Модель арочного ангара: а) фрагмент из трех профилей; б) характерный участок фрагмента

Fig. 4 – Model of an arched hangar: a) fragment of three profiles; b) characteristic section of the fragment

Для сравнения результатов создана стержневая модель в линейной постановке с аналогичными характеристиками и загрузением, конечные элементы которой постоянного сечения с плоскими гранями.

Результаты расчетов приведены в таблице 2 и на рисунках 5-6.

Таблица 2 – Результаты расчета численных моделей фрагмента ангара

Table 2 – Results of numerical model calculations for a hangar fragment

№ схемы	Модель (принцип расчета)	Макс. напряжения, МПа	Тип напряжений	ККН
1	Стержневая (линейный)	157.45	Норм. сумм.	1.27
2	Пластиначая (линейный)	1526.06	Эквивал.	0.41
3	Пластиначая (нелинейный)	254.60	Эквивал.	0.46

Результаты расчета стержневой модели показывают, что максимальные напряжения не достигают предела текучести, то есть при такой постановке задачи условия прочности и устойчивости выполняются. ККН, условно, принят как отношение предела текучести к действующим напряжениям $200/157.45$ МПа = 1.27.

Пластиначая модель в линейной постановке аналогично не описывает реальную картину распределения напряжений (рис. 5), но по показателю ККН равному 0.41 можно видеть снижение несущей способности по критерию устойчивости.

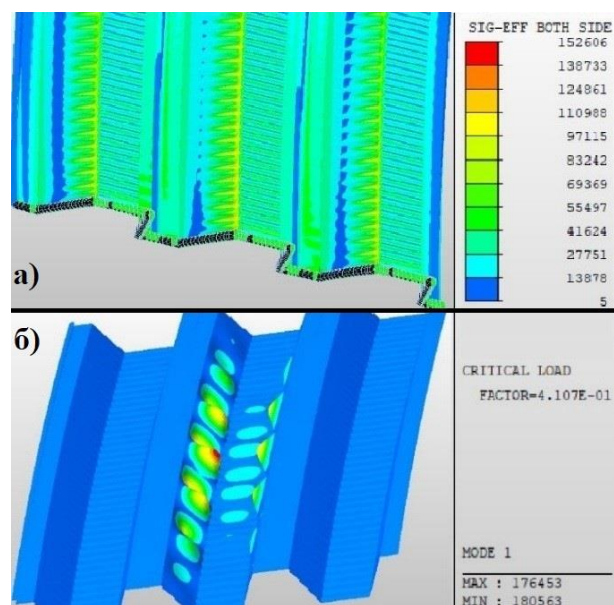


Рис. 5 – Результаты расчета пластиначатой модели в линейной постановке: а) изополя эквивалентных напряжений в т/м²; б) ККН при расчете на устойчивость

Fig. 5 – Results of the plate model calculation in a linear setting: a) isopoles of equivalent stresses in t/m²; b) critical load factor (CLF) when calculating stability

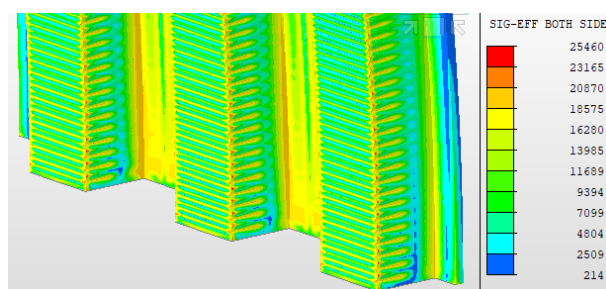


Рис. 6 – Изополя эквивалентных напряжений при доле нагрузки 0.46 от расчетной (пластинчатая модель нелинейный расчет), т/м²

Fig. 6 – Equipotential lines of equivalent stresses at a load fraction of 0.46 of the design value (plate model, nonlinear calculation), t/m²

В нелинейной постановке нет четкого понимания потери устойчивости, поэтому критерием потери устойчивости предлагается принять появление в узлах конечных элементов нереалистично больших перемещений, а доля нагрузки на этом шаге вычисления (доля равна 0.46 расчетной нагрузки) принимается за ККН при нелинейном расчете (рис. 6).

По показателю ККН задачи, решенные в нелинейной и линейной пластиначатой постановках, показали достаточно близкий результат с отклонением до 12%. В общем представлении о действительной работе поперечно-гофрированных профилей, опираясь на опыт исследований других авторов [11-15], проверка местной устойчивости гофрированной полки и стенок профиля является основной. Зоны потери устойчивости в обеих постановках охватывают один и тот же сегмент арки.

Обсуждение результатов

Для создания пластиначатой модели важным параметром является плотность сетки конечных элементов. Для обеспечения достаточной точности расчета допустимо создавать элементы со стороной (вдоль направления гофрирования, с учетом высоты волны) не более 0.25 длины волны поперечного гофра. Более мелкая сетка незначительно уточняет результат, однако значительно возрастает трудоемкость и продолжительность расчета.

При расчете фрагмента ангара несколькими способами упрощенная стержневая модель ангара показала сильно отличный от пластиначатых моделей результат. Стержневые элементы с сечением по «габариту», без применения, например, методики редуцирования [15], имеют завышенные по отношению к реальной конструкции запасы устойчивости. Предполагаемая критическая нагрузка стержневой модели составила 1.27 от расчетной, а ККН для пластиначатых моделей значительно меньше – 0.41 и 0.46. Таким образом, пренебрегая учетом реальной геометрии сечения можно получить завышенную несущую способность, что способно привести к аварии при эксплуатации. В пространственной постановке следует создавать пластиначатую модель с учетом геометрической и физической нелинейности, однако линейный расчет устойчивости может быть применен

для предварительного анализа действительной работы конструкции.

Заключение

Предложенная математическая модель и метод расчета могут быть использованы для анализа действительной работы арочных бескаркасных конструкций из гофрированных профилей, а также тонкостенных технических изделий. Расчет бескаркасных ангаров из холодногнутых поперечно-гофрированных профилей следует проводить с учетом влияния гофрирования на НДС.

Литература

- 1.Э.Л. Айрумян, *Промышленное строительство*, **10**, 18-19 (1990).
- 2.М.Ю. Арменский, *Промышленное и гражданское строительство*, **3**, 16-18 (2007).
- 3.Э.Л. Айрумян, *СтройПРОФИ*, **10**, 12-17 (2013).
- 4.И.М. Павлов, Н.Л. Клямкин, Я.Б. Гуревич, В сб. *Обработка металлов давлением*. Москва: Металлургиздат, 1952. С. 356-374.
- 5.М.А. Лейченко, *Сталь*, **6**, 526-534 (1955).
- 6.В.З. Власов, *Тонкостенные упругие стержни*. М.: Физматгиз, 1959. 566 с.
- 7.Г.И. Белый. Дис. докт. тех. наук, Ленинградский инженерно-строительный ин-т, Ленинград, 1987. 464 с.
- 8.Э.Л. Айрумян, *Монтажные и специальные работы в строительстве*, **3**, 2-7 (2008).
- 9.А.Р. Туснин. Дис. докт. тех. наук, Московский государственный строительный университет, Москва, 2003. 427 с.
- 10.Ф.Ф. Тамплон. Дис. докт. тех. наук, Уральский политехнический институт, Свердловск, 1991. 565 с.
- 11.С.П. Тимошенко, *Пластинки и оболочки*. М.: Наука, 1966. 636 с.
- 12.С.П. Тимошенко, *Устойчивость упругих систем*. М.: ГИТТЛ, 1955. 568 с.
- 13.А.С. Вольмир, *Гибкие пластинки и оболочки*. М.: Гостехиздат, 1956. 418 с.
- 14.А.С. Вольмир, *Устойчивость деформируемых систем*. М.: Физматгиз, 1967. 984 с.
- 15.М.А. Липленко. Дис. канд. тех. наук, Московский государственный строительный университет, Москва, 2017. 215 с.
- 16.И. Ю. Майстренко, *Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета*, **60**, 2, 24-36 (2022). DOI 10.52409/20731523_2022_2_24.
- 17.Д.Ф. Кинзябулатова, И.А. Порываев, И.В. Недосеко, *Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета*, **62**, 4, 108-118 (2022). DOI 10.52409/20731523_2022_4_108.
- 18.Р.Г. Гайнетдинов, Л.Р. Гимранов, М.Т. Сибгатуллин, *Известия Казанского государственного архитектурно-*

строительного университета, **66**, 4, 25-32 (2023). DOI: 10.52409/20731523_2023_4_25.

- 19.М.Н. Серазутдинов, М.Н. Убайдуллоев, *Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета*, **46**, 4, 370-377 (2018).
20. Midas Civil users guide. Analysis for Civil Structures – 394pp.

References

- 1.E.L. Ayrumyan, *Industrial Construction*, **10**, 18-19 (1990).
- 2.M.Yu. Armenty, *Industrial and Civil Construction*, **3**, 16-18 (2007).
- 3.E.L. Ayrumyan, *StroyPROFI*, **10**, 12-17 (2013).
- 4.I.M. Pavlov, N.L. Klyamkin, Ya.B. Gurevich, In the collection *Metal Forming*. Moscow: Metallurgizdat, 1952. Pp. 356-374.
- 5.M.A. Leychenko, *Steel*, **6**, 526-534 (1955).
- 6.V.Z. Vlasov, *Thin-walled elastic rods*. Moscow: Fizmatgiz, 1959. 566 p.
- 7.G.I. Belyi. D.Sc.Tech dissertation, Leningrad Engineering and Construction Institute, Leningrad, 1987. 464 p.
- 8.E.L. Ayrumyan, *Installation and special works in construction*, **3**, 2-7 (2008).
- 9.A.R. Tusnin. D.Sc.Tech dissertation, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, 2003. 427 p.
10. F.F. Tamplon. D.Sc.Tech dissertation, Ural Polytechnic Institute, Sverdlovsk, 1991. 565 p.
11. S.P. Timoshenko, *Plates and shells*. M.: Nauka, 1966. 636 p.
12. S.P. Timoshenko, *Stability of elastic systems*. M.: GITTL, 1955. 568 p.
13. A.S. Volmir, *Flexible plates and shells*. M.: Gostekhzdat, 1956. 418 p.
14. A.S. Volmir, *Stability of deformable systems*. M.: Fizmatgiz, 1967. 984 p.
15. M.A. Liplenko. Ph.D. dissertation in Engineering, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, 2017. 215 p.
16. I. Yu. Maistrenko, *News of the Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*, **60**, 2, 24-36 (2022). DOI 10.52409/20731523_2022_2_24.
17. D.F. Kinzyabulatova, I.A. Poryvaev, I.V. Nedoseko, *News of the Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*, **62**, 4, 108-118 (2022). DOI 10.52409/20731523_2022_4_108.
18. R.G. Gainetdinov, L.R. Gimranov, M.T. Sibgatullin, *News of the Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*, **66**, 4, 25-32 (2023). DOI: 10.52409/20731523_2023_4_25.
19. M.N. Serazutdinov, M.N. Ubaidulloev, *News of the Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*, **46**, 4, 370-377 (2018).
20. Midas Civil users guide. Analysis for Civil Structures – 394pp.

© **И.А. Ионов** – аспирант кафедры Информационных систем и технологий (ИСТ), Казанский государственный архитектурно-строительный университет (КГАСУ), Казань, Россия, igor.pwt@mail.ru; **Т. А. Зиннуров** – кандидат технических наук, старший научный сотрудник кафедры Автомобильных дорог, мостов и тоннелей, КГАСУ, leongar@mail.ru; **Ф. Г. Ахматиев** – доктор технических наук, профессор кафедры ИСТ, КГАСУ, Akhmadiev@kgasu.ru; **З. А. Красноперов** – студент КГАСУ, vkysno228@gmail.com.

© **I. A. Ionov** – PhD-student of the department of Information Systems and Technologies (IST), Kazan State University of Architecture and Engineering, KSUAE, Kazan, Russia, igor.pwt@mail.ru; **T. A. Zinnurov** – PhD (Technical Sci.), Senior Researcher of the department of Highways, Bridges and Tunnels, KSUAE, leongar@mail.ru; **F. G. Akhmadiev** – Doctor of Sciences (Technical Sci.), Professor of the IST department, KSUAE, Akhmadiev@kgasu.ru; **Z. A. Krasnoperov** – Student of KSUAE, vkysno228@gmail.com.

Дата поступления рукописи в редакцию – 21.05.25.

Дата принятия рукописи в печать – 10.06.25.