

Р. И. Ибятгов, А. Н. Зиннатуллина, Н. Г. Киселева

К РАСЧЕТУ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ДИСПЕРСНОЙ ЧАСТИЦЫ*Ключевые слова:* дисперсная частица, расчет траектории, относительная скорость, центробежное поле.

Описание движения дисперсных сред является основой математического моделирования многих технологических процессов. В данной статье движение дисперсных частиц описывается в лагранжевой системе координат с учетом скоростей и дифференциальных характеристик движения сплошной среды, записанных в эйлеровой системе координат. Скорость дисперсной частицы представляется как сумма скоростей сплошной фазы и относительной скорости. Относительная скорость выражается через модуль относительной скорости, который является скалярной величиной. Направление движения задается величиной угла между векторами скоростей основного потока и относительной скорости. Описание траектории движения дисперсных включений сводится к численному расчету изменений двух скалярных величин по времени – модуля относительной скорости и угла поворота. Соответствующие уравнения расчета траектории записаны для произвольной ортогональной системе координат с помощью метрических коэффициентов. Компоненты вектора массовых сил, а также начальные условия для решения системы скалярных уравнений определяются с учетом проведения процесса в конкретном аппарате. Численные расчеты проведены на примере описания работы пневмомеханического шелушителя зерновых культур, состоящего из лопастного диска, вращающегося внутри цилиндрической поверхности. На диск подается зерновой материал, который разгоняется и выбрасывается центробежной силой. При ударе о цилиндрическую поверхность происходит шелушение, качество которого предопределяется направлением и скоростью движения зерна в момент контакта. На значение угла контакта при соударении со стенки можно повлиять, вращая цилиндрическую поверхность в противоположном направлении. При этом в рабочем пространстве возникают две зоны с противоположными направлениями движения воздушного потока, которые повлияют на траекторию полета зерновки. Размеры этих зон и скорости потоков в них зависят от угловых скоростей диска и внешней поверхностей. Следовательно, появляется возможность управлять направлением полета зерновки в момент ее удара о стенку, изменяя значений скоростей вращения узлов агрегата.

R. I. Ibyatov, A. N. Zinnatullina, N. G. Kiseleva

TO CALCULATE THE TRAJECTORY OF A DISPERSED PARTICLE*Key words:* dispersed particle, trajectory calculation, relative velocity, centrifugal field.

The description of the motion of dispersed media is the basis for mathematical modeling of many technological processes. In this article, the motion of dispersed particles is described in the Lagrangian coordinate system, taking into account the velocities and differential characteristics of the motion of a continuous medium recorded in the Eulerian coordinate system. The velocity of a dispersed particle is represented as the sum of the velocities of the continuous phase and the relative velocity. Relative velocity is expressed in terms of the relative velocity modulus, which is a scalar quantity. The direction of movement is set by the angle between the velocity vectors of the main stream and the relative velocity. The description of the trajectory of the dispersed inclusions is reduced to the numerical calculation of changes in two scalar quantities over time – the modulus of relative velocity and the angle of rotation. The corresponding trajectory calculation equations are written for an arbitrary orthogonal coordinate system using metric coefficients. The components of the vector of mass forces, as well as the initial conditions for solving a system of scalar equations, are determined taking into account the process in a particular apparatus. Numerical calculations are carried out using the example of a description of the operation of a pneumomechanical grain husker consisting of a bladed disk rotating inside a cylindrical surface. Grain material is fed to the disk, which is accelerated and ejected by centrifugal force. When hitting a cylindrical surface, peeling occurs, the quality of which is determined by the direction and speed of grain movement at the time of contact. The value of the contact angle upon impact with the wall can be influenced by rotating the cylindrical surface in the opposite direction. At the same time, two zones with opposite directions of air flow appear in the workspace, which will affect the flight path of the grain. The sizes of these zones and the flow rates in them depend on the angular velocities of the disk and the outer surfaces. Consequently, it becomes possible to control the direction of flight of the grain at the moment of its impact on the wall by changing the values of the rotational speeds of the units of the unit.

Введение

Для описания потоков многофазных гетерогенных сред существуют разные подходы. Согласно одному из них гетерогенная среда представляется в виде многоскоростного взаимопроникающего континуума, где в каждой точке одновременно находятся частицы всех компонентов [1]. Для каждого компонента в каждой точке определяется плотность, скорость и другие параметры, относящиеся к той или иной составляющей среды. Математическое моделирование потока основывается на уравнениях типа Навье-Стокса, которые записываются для конкретной

геометрической области течения и решаются с учетом соответствующих граничных условий [2-4]. Однако решение полной системы уравнений сохранения, записанных в эйлеровой системе координат для каждой из фаз, вызывает большие трудности. В другом подходе для моделирования многофазных сред используют уравнения динамики материальной точки, записанные в лагранжевой системе координат [5]. Влияние сплошной среды учитывается через коэффициент сопротивления частицы в неоднородной среде. Однако траектория частицы, как правило, не совпадает с траекторией средней скорости основного

потока. Это связано с тем, что локальные компоненты тензора напряжений сплошной среды, влияющие на траекторию частицы, неоднородны. В условиях значительных градиентов сплошной среды не учитываются его дифференциальные характеристики, которые также сильно влияют на траектории частицы. В этом состоит существенный недостаток второго подхода. В данной работе рассматривается комбинация упомянутых подходов, когда векторное уравнение движения дисперсной частицы в лагранжовой системе координат решается с учетом скоростей и дифференциальных характеристик сплошной среды в эйлеровой системе координат.

Математическая модель

Уравнение движения дисперсной частицы запишем в лагранжевых координатах с помощью уравнения:

$$\frac{d\bar{W}_2}{dt} = -k|\bar{W}_2 - \bar{W}_1|(\bar{W}_2 - \bar{W}_1) + \bar{F}, \quad (1)$$

где \bar{W}_1 – вектор скорости сплошной среды;
 \bar{W}_2 – вектор скорости дисперсной частицы;
 \bar{F} – вектор массовых сил.

Скорость дисперсной частицы представим в виде суммы скоростей:

$$\bar{W}_2 = \bar{W}_1 + \bar{W}_{12},$$

где \bar{W}_1 – вектор скорости сплошной фазы;

\bar{W}_{12} – вектор относительной скорости.

Единичный вектор направления относительной скорости частицы в двумерном случае имеет вид

$$\bar{e} = (e_1, e_2) = \cos \alpha \cdot \bar{i} + \sin \alpha \cdot \bar{j}$$

Относительную скорость запишем через вектор \bar{e} :

$$\bar{W}_{12} = (w \cos \alpha, w \sin \alpha) = w\bar{e},$$

где $w = |\bar{W}_{12}|$ – модуль относительной скорости;

α – угол поворота от радиальной оси системы координат до вектора относительной скорости (рис. 1).

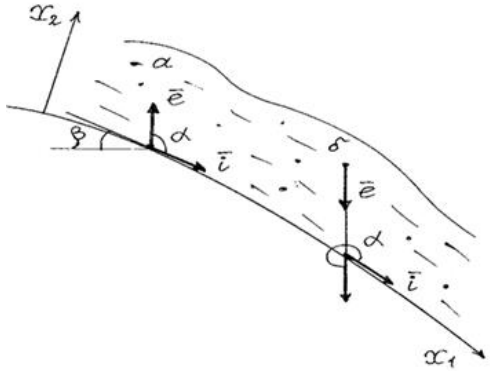


Рис. 1 – Схема течения: а – всплытие, б – осаждение частицы

Fig. 1 – Flow diagram: a – buoyancy, b – particle sedimentation

Производную скорости дисперсной частицы можно записать в виде

$$\frac{d\bar{W}_2}{dt} = \frac{d\bar{W}_1}{dt} + w \frac{d\bar{e}}{dt} + \frac{dw}{dt} \bar{e}.$$

Тогда уравнение движения (1) примет вид:

$$\left(\frac{dw}{dt} + kw^2 \right) \bar{e} + w \frac{d\bar{e}}{dt} = - \frac{d\bar{W}_1}{dt}. \quad (2)$$

Полная производная скорости сплошной среды:

$$\frac{d\bar{W}_1}{dt} = \frac{\partial \bar{W}_1}{\partial t} + \left(\frac{\partial \bar{r}}{\partial t} \cdot \bar{\nabla} \right) \bar{W}_1.$$

Уравнение (2) содержит скорость движения сплошной среды в той же точке, поэтому можем принять

$$\frac{\partial \bar{r}}{\partial t} = \bar{W}_2.$$

Тогда для стационарного случая получим

$$\frac{d\bar{W}_1}{dt} = (\bar{W}_1 \cdot \bar{\nabla}) \bar{W}_1 + (\bar{W}_{12} \cdot \bar{\nabla}) \bar{W}_1.$$

Выражения $(\bar{W}_1 \cdot \bar{\nabla}) \bar{W}_1$ и $(\bar{W}_{12} \cdot \bar{\nabla}) \bar{W}_1$ распишем в криволинейной ортогональной системе координат (x_1, x_2, x_3) с помощью известных формул векторного анализа [5, 6]. После выполнения необходимых преобразований получим

$$(\bar{W}_1 \cdot \bar{\nabla}) \bar{W}_1 = \bar{D}(\bar{r}) = D_1 \cdot \bar{i} + D_2 \cdot \bar{j},$$

$$(\bar{W}_{12} \cdot \bar{\nabla}) \bar{W}_1 = \bar{E}(\bar{r}) = E_1 \cdot \bar{i} + E_2 \cdot \bar{j},$$

где

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{U}{H_1} \frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{V}{H_2} \frac{\partial U}{\partial x_2} + \frac{UV}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} - \frac{V^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1}, \\ P_2 &= \frac{U}{H_1} \frac{\partial V}{\partial x_1} + \frac{V}{H_2} \frac{\partial V}{\partial x_2} + \frac{UV}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} - \frac{U^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2}, \\ E_1 &= \frac{1}{H_1} \frac{\partial (Uw \cos \alpha + Vw \sin \alpha)}{\partial x_1} + \\ &+ \frac{1}{H_2} \frac{\partial (Uw \sin \alpha - Vw \cos \alpha)}{\partial x_2} - \\ &- \frac{H_2 H_3}{w \sin \alpha} \left(\frac{\partial H_2 V}{\partial x_1} - \frac{\partial H_1 U}{\partial x_2} \right) - \\ &- \frac{H_1 H_2}{V} \left(\frac{\partial H_2 w \sin \alpha}{\partial x_1} - \frac{\partial H_1 w \cos \alpha}{\partial x_2} \right) - \\ &- \frac{H_1 H_2}{U} \left(\frac{\partial H_2 H_3 w \cos \alpha}{\partial x_1} + \frac{\partial H_1 H_3 w \sin \alpha}{\partial x_2} \right) \Big] / 2, \\ E_2 &= \frac{1}{H_2} \frac{\partial (Uw \cos \alpha + Vw \sin \alpha)}{\partial x_2} - \\ &- \frac{1}{H_1} \frac{\partial (Uw \sin \alpha - Vw \cos \alpha)}{\partial x_1} + \\ &- \frac{H_1 H_3}{w \cos \alpha} \left(\frac{\partial H_2 V}{\partial x_1} - \frac{\partial H_1 U}{\partial x_2} \right) + \\ &+ \frac{H_1 H_2}{U} \left(\frac{\partial H_2 w \sin \alpha}{\partial x_1} - \frac{\partial H_1 w \cos \alpha}{\partial x_2} \right) - \\ &- \frac{H_1 H_2 H_3}{V} \left(\frac{\partial H_2 H_3 w \cos \alpha}{\partial x_1} + \frac{\partial H_1 H_3 w \sin \alpha}{\partial x_2} \right) \Big] / 2. \end{aligned}$$

Здесь через U и V обозначены компоненты скорости сплошной среды по направлениям ортогональных осей.

Итак, уравнение (2) примет вид

$$\left(\frac{dw}{dt} + kw^2 \right) \bar{e} + w \frac{d\bar{e}}{dt} = -\bar{D} - \bar{E} + \bar{F}. \quad (3)$$

Умножим обе части данного уравнения на вектор \bar{e} . С учетом ортогональности векторов \bar{e} и $d\bar{e}/dt$ получим

$$\frac{dw}{dt} + kw^2 = -D(\bar{r}) \cdot \bar{e} - \bar{E}(\bar{r}) \cdot \bar{e} + \bar{F} \cdot \bar{e}. \quad (4)$$

Умножение уравнения (3) на $d\bar{e}/dt$ дает

$$w \left(\frac{d\bar{e}}{dt} \right)^2 = -D(\bar{r}) \cdot \frac{d\bar{e}}{dt} - \bar{E}(\bar{r}) \cdot \frac{d\bar{e}}{dt} + \bar{F} \cdot \frac{d\bar{e}}{dt}. \quad (5)$$

После вычисления скалярных произведений уравнения (4)-(5) принимают вид

$$\frac{dw}{dt} = -kw^2 - (D_1 + E_1 - F_1) \cos \alpha -$$

$$- (D_2 + E_2 - F_2) \sin \alpha, \quad (6)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = (D_1 + E_1 - F_1) \frac{\sin \alpha}{w} - (D_2 + E_2 - F_2) \frac{\cos \alpha}{w}. \quad (7)$$

Компоненты вектора массовых сил F_1, F_2 , а также начальные условия для решения системы скалярных уравнений (6) - (7) определяются с учетом условий проведения технологических процессов в конкретном аппарате.

Рассмотрим применение данной математической модели к изучению свойств пневмомеханического шелушителя.

Пневмомеханический шелушитель состоит из лопастного диска, вращающегося со скоростью ω_1 внутри цилиндрической поверхности [7, 8]. На диск подается зерно, которое разгоняется и выбрасывается центробежной силой в направлении цилиндрической поверхности.

При ударе о цилиндрическую поверхность происходит шелушение зерна. Качество процесса шелушения определяется направлением и скоростью движения зерна в момент контакта [8-10]. Цилиндрическая поверхность может быть неподвижна или иметь вращение с постоянной скоростью в произвольном направлении. Для определенности примем, что она вращается со скоростью ω_2 в противоположном направлении относительно вращающегося диска. Движение воздушного потока между ними является осесимметричным и стационарным. Кроме того предположим, что тангенциальная компонента скорости потока преобладает над ее осевой и радиальной составляющими.

Для изучения движения зерна достаточно рассмотреть двумерную математическую модель из-за следующих допущений:

- расстояние между вращающимся диском и цилиндрической поверхности не большое, поэтому движение зерна в вертикальном направлении не является существенным;
- в условиях эксплуатации пневмомеханического шелушителя влиянием вектора массовых сил можно пренебречь ($F_1=0, F_2=0$) [11].

Рассмотрим цилиндрическую систему координат $x_1=r, x_2=\varphi, x_3=z$ с коэффициентов Ляме $H_1=1, H_2=r, H_3=1$.

Данная система жестко связана с вращающимся лопастным диском. За положительное направление угла поворота α примем направление против часовой стрелки. Диапазон изменения угла в интервале от 0 до $\pi/2$ будет соответствовать перемещению частицы по направлению вращения диска, в диапазон от $-\pi/2$ до 0 – направлению вращения цилиндра.

С учетом уравнения неразрывности

$$\frac{\partial(rV)}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial \varphi} = 0$$

соответствующие компоненты уравнений (6)-(7) примут вид

$$D_1 = V \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{U}{r} \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \frac{U^2}{r},$$

$$D_2 = V \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \frac{VU}{r},$$

$$E_1 = w \left(\cos \alpha \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\sin \alpha}{r} \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \sin \alpha \frac{U}{r} \right),$$

$$E_2 = w \left(\cos \alpha \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\sin \alpha}{r} \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \sin \alpha \frac{V}{r} \right),$$

где V, U - компоненты скорости сплошной среды, направленные по осям r и φ .

Решение системы уравнений (6)-(7) строиться при начальных условиях $w=w(0)$ и $\alpha=\alpha(0)$. Начальные условия отражают геометрические характеристики лопастного диска и его скорости вращения.

В качестве второго примера рассмотрим работу тарельчатого сепаратора-осветлителя [12, 13].

Пусть разделяемая среда подается в межтарелочный зазор с периферии тарелок и движется к центру аппарата. Предположим, что из-за наличия радиальных направляющих рёбер, угловая скорость среды равна угловой скорости тарелки. Выберем декартовую систему координат так, чтобы продольная ось x совпадала с образующей верхней тарелки. Начало системы координат совместим со входом в межтарелочный зазор.

В полученной системе координат с метрическими коэффициентами $H_1=1, H_2=1, H_3=1$ гидродинамические компоненты уравнений (6)-(7) запишутся в виде

$$D_1 = U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y},$$

$$D_2 = U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y},$$

$$E_1 = w \left(\cos \alpha \frac{\partial U}{\partial x} + \sin \alpha \frac{\partial U}{\partial y} \right),$$

$$E_2 = w \left(\cos \alpha \frac{\partial V}{\partial x} + \sin \alpha \frac{\partial V}{\partial y} \right),$$

где U и V - проекции скорости сплошного потока по направлениям x и y .

Разделение дисперсных систем в жидкостных тарельчатых сепараторах происходит под действием центробежной силы. В выбранной системе координат компоненты центробежной силы имеют вид

$$F_1 = -\rho \omega^2 r \sin \beta, F_2 = -\rho \omega^2 r \cos \beta.$$

Уравнения (6)-(7) решаются при начальных условиях $w(0)=0$ и $\alpha(0)=0$.

Численные расчеты

Численные расчеты траектории движения дисперсных частиц были проведены на примере работы пневмомеханического шелушителя. Пусть лопастной диск с радиусом R_1 и цилиндрическая поверхность с радиусом R_2 вращаются в разных направлениях. При этом в рабочем пространстве возникают две зоны с противоположными направлениями движения воздушного потока. Размеры этих зон и скорости потоков в них зависят от угловых скоростей диска и внешней поверхностей. Тангенциальную компоненту скорости в первом приближении опишем соотношением

$$U = \frac{(r^2 - R_1^2)\omega_2 R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2)r} + \frac{(R_2^2 - r^2)\omega_1 R_1^2}{(R_2^2 - R_1^2)r}.$$

Между двумя зонами воздушного потока существует поверхность $r=r_0$, где движение воздушного потока меняет направление. Из условия $U(r_0)=0$ получим

$$r_0 = R_1 R_2 \sqrt{\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2 R_2^2 - \omega_1 R_1^2}}.$$

Управляя положением поверхности $r = r_0$ через значения угловых скоростей ω_1 и ω_2 можно повлиять на направление полета зерновки в момент ее удара о стенку [14].

Направление движения в момент контакта с цилиндрической поверхностью, кроме того, зависит от угла срыва зерновки с вращающегося диска β .

Угол срыва равен углу наклона касательной к лопасти на кромке диска. Этот угол задается как исходная характеристика аппарата и учитывается при численном решении уравнений (6) - (7) с начальными условиями $w(0)$ и $\alpha(0)$.

Начальные условия для относительной скорости и ее направления получены в работе [15] и имеют вид:

$$w(0) = \sqrt{U^2 + U_2^2 - 2UU_2 \sin \beta},$$

$$\alpha(0) = \beta - \arcsin\left(\frac{|U|}{w(0)} \cos \beta\right).$$

По известным значениям модуля относительной скорости и угла ее направления можно рассчитать траекторию движения дисперсной частицы. В полярной системе координат (r, φ) соответствующие уравнения записываются в виде

$$\frac{dr}{dt} = V + w \cos \alpha + (U + w \sin \alpha) \frac{\sin \varphi}{\cos^2 \varphi},$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{U + w \sin \alpha}{r}.$$

Они решаются при начальных условиях

$$t = 0: r = R_1, \varphi = \varphi_H, \alpha = \alpha(0), w = w(0).$$

Обсуждение результатов

Численные расчеты были проведены при различных значениях следующих параметров:

- скорости вращения узлов ω_1 и ω_2 ;
- угол срыва частицы с вращающегося диска β ;
- коэффициент парусности частицы k .

Результаты расчетов показали, что все эти параметры значительно влияют на траекторию полета дисперсной частицы. Некоторые результаты представлены на рисунках 2–3.

При наличии двух зон с противоположными направлениями движения воздушного потока происходит искривление траектории полета частицы. Интенсивность искривления траектории зависит от соотношения скоростей ω_1 и ω_2 . При больших скоростях вращения диска и небольших скоростях вращения цилиндра ω_2 частица получает значительную скорость в радиальном направлении, а размер зоны с обратным направлением движения оказывается небольшим. Поэтому искривление траектории является незначительным. При больших значениях скорости вращения цилиндра возникает значительный поток с обратным током, который увлекает дисперсную частицу (рис. 2).

На траекторию движения заметно влияет угол срыва частицы с вращающегося диска β , поскольку он определяет распределения вектора скорости по ко-

ординатам (рис. 3). Физические параметры дисперсной частицы присутствуют в математической модели посредством значения коэффициента парусности k , при увеличении которого искривление траектории возрастает.

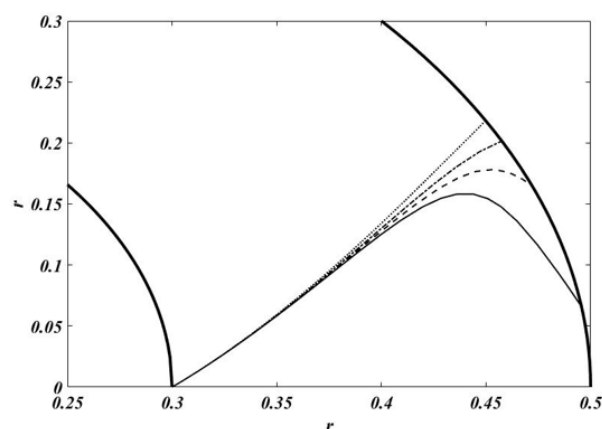


Рис. 2 – Зависимость траектории частицы от скорости вращения цилиндра при $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}$, $\beta = 45^\circ$, $k=7$: сплошная линия - $\omega_2 = -20 \text{ с}^{-1}$, разрывная линия - $\omega_2 = -15 \text{ с}^{-1}$, штрихпунктирная линия - $\omega_2 = -10 \text{ с}^{-1}$, пунктирная линия - $\omega_2 = 0$

Fig. 2 – Dependence of the particle trajectory on the cylinder rotation speed at $\omega_1 = 40 \text{ s}^{-1}$, $\beta = 45^\circ$, $k=7$: solid line - $\omega_2 = -20 \text{ s}^{-1}$, dashed line - $\omega_2 = -15 \text{ s}^{-1}$, dot-dashed line - $\omega_2 = -10 \text{ s}^{-1}$, dotted line - $\omega_2 = 0$

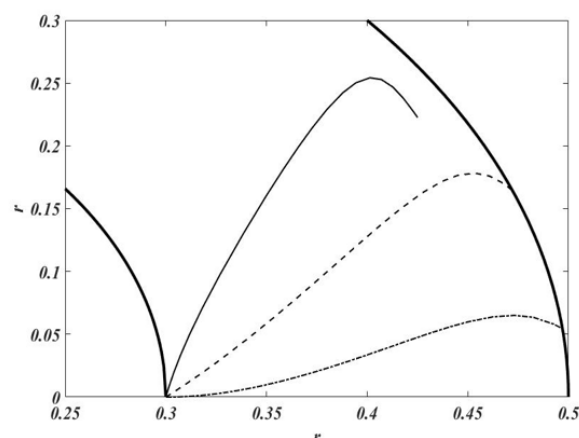


Рис. 3 – Зависимость траектории частицы от угла срыва при $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}$, $\omega_2 = -15 \text{ с}^{-1}$, $k=7$: сплошная линия - $\beta = 80^\circ$, разрывная линия - $\beta = 45^\circ$, штрихпунктирная линия - $\beta = 0^\circ$

Fig. 3 – Dependence of the particle trajectory on the breakaway angle at $\omega_1 = 40 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 = -15 \text{ s}^{-1}$, $k=7$: solid line - $\beta = 80^\circ$, dashed line - $\beta = 45^\circ$, dotted line - $\beta = 0^\circ$

Заключение

Математическая модель движения двухфазной среды может быть построена как комбинация двух подходов, когда векторное уравнение движения дисперсной частицы в лагранжовой системе координат решается с учетом скоростей и дифференциальных характеристик сплошной фазы в эйлеровой системе

координат. Построены математические модели, описывающие работу пневмомеханического шелушителя и тарельчатого сепаратора-осветлителя. Численные расчеты проведены на примере описания работы пневмомеханического шелушителя зерновых культур. Показаны влияния скоростей вращения узлов, угла срыва частицы с вращающегося диска и коэффициента парусности на траекторию полета дисперсной частицы.

Литература

1. Р.И. Нигматулин, *Динамика многофазных сред*. Ч.1. Наука, Москва, 1987. 464 с.
2. Р.И. Ибяттов, Л.П. Холпанов, Ф.Г. Ахмадиев, Р.Р. Фазылзянов, *Теоретические основы химической технологии*, **40**, 4, 366-375 (2006).
3. Л.П. Холпанов, Р.И. Ибяттов, *Теоретические основы химической технологии*, **43**, 5, 534-546 (2009).
4. А.Г. Лаптев, М.М. Башаров, Е.А. Лаптева, *Инженерно-физический журнал*, **93**, 4, 819-824 (2020).
5. Н.Е. Кочин, *Векторное исчисление и начала тензорного исчисления*. Наука, Москва, 1965. 427 с.
6. Л.П. Холпанов, Р.И. Ибяттов, *Теоретические основы химической технологии*, **39**, 2, 206-215 (2005).
7. Пат. РФ 2674616 (2018)
8. Э.Г. Нуруллин, *Пневмомеханические шелушители зерна (теория, конструкция, расчет)*. Казанский университет, Казань, 2011. 308 с.
9. Р.И. Ибяттов, А.В. Дмитриев, Р.Ш. Лотфуллин, *Вестник Казанского государственного аграрного университета*, **10**, 1(35), 62-67 (2015). DOI: 10.12737/11379.
10. Р.И. Ибяттов, А.В. Дмитриев, Р.Ш. Лотфуллин, *Техника и оборудование для села*, **2**, 18-21 (2018).
11. Р.Ш. Лотфуллин, Р.И. Ибяттов, А.В. Дмитриев, *Техника и оборудование для села*, **10**, 38-40 (2015).
12. Р.И. Ибяттов, Ф.Г. Ахмадиев, *Инженерно-физический журнал*, **97**, 5, 1231-1239 (2024).
13. Р.И. Ибяттов, Ф.Г. Ахмадиев, А.Н. Зиннатуллина, Н.Г. Киселева, *Вестник Технологического университета*, **28**, 3, 85-90 (2025). DOI: 10.55421/3034-4689_2025_28_3_85.
14. Yu. F. Lachuga, R. I. Ibyatov, Yu. Kh. Shogenov [et al.], *Russian Agricultural Sciences*, **47**, S1, 106-110 (2021). DOI: 10.3103/s1068367422010086.
15. Yu. F. Lachuga, R. I. Ibyatov, Yu. Kh. Shogenov [et al.], *Russian Agricultural Sciences*, **48**, 6, 521-526 (2022). DOI: 10.3103/s1068367422060088.

References

1. R.I. Nigmatulin, *Dynamics of Multiphase Media*. Part 1. Nauka, Moscow, 1987. 464 p.
2. R.I. Ibyatov, L.P. Kholpanov, F.G. Akhmadiev, R.R. Fazylzyanov, *Theoretical Foundations of Chemical Technology*, **40**, 4, 366-375 (2006).
3. L.P. Kholpanov, R.I. Ibyatov, *Theoretical Foundations of Chemical Technology*, **43**, 5, 534-546 (2009).
4. A.G. Laptev, M.M. Basharov, E.A. Lapteva, *Engineering Physics Journal*, **93**, 4, 819-824 (2020).
5. N.E. Kochin, *Vector Calculus and the Basics of Tensor Calculus*. Science, Moscow, 1965. 427 p.
6. L.P. Kholpanov, R.I. Ibyatov, *Theoretical Foundations of Chemical Technology*, **39**, 2, 206-215 (2005).
7. Patent RF 2674616 (2018)
8. E.G. Nurullin, *Pneumatic Grain Huskers (theory, design, calculation)*. Kazan State University, Kazan, 2011. 308 p.
9. R.I. Ibyatov, A.V. Dmitriev, R.Sh. Lotfullin, *Bulletin of Kazan State Agrarian University*, **10**, 1(35), 62-67 (2015). DOI: 10.12737/11379.
10. R.I. Ibyatov, A.V. Dmitriev, R.Sh. Lotfullin, *Technology and Equipment for the Village*, **2**, 18-21 (2018).
11. R.Sh. Lotfullin, R.I. Ibyatov, A.V. Dmitriev, *Technology and Equipment for the Village*, **10**, 38-40 (2015).
12. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, *Engineering Physics Journal*, **97**, 5, 1231-1239 (2024).
13. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, A.N. Zinnatullina, N.G. Kiseleva, *Herald of Technological University*, **28**, 3, 85-90 (2025). DOI: 10.55421/3034-4689_2025_28_3_85.
14. Yu. F. Lachuga, R. I. Ibyatov, Yu. Kh. Shogenov [et al.], *Russian Agricultural Sciences*, **47**, S1, 106-110 (2021). DOI: 10.3103/s1068367422010086.
15. Yu. F. Lachuga, R. I. Ibyatov, Yu. Kh. Shogenov [et al.], *Russian Agricultural Sciences*, **48**, 6, 521-526 (2022). DOI: 10.3103/s1068367422060088.

© **Р. И. Ибяттов** – д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой Физики и математики (ФМ), Казанский государственный аграрный университет (КГАУ), Казань, Россия, r.ibyatov@mail.ru; **А. Н. Зиннатуллина** – канд. техн. наук, доцент кафедры ФМ, КГАУ, zinnatullina21@bk.ru; **Н. Г. Киселева** – канд. сельскохозяйств. наук, доцент кафедры ФМ, КГАУ, tng1975@mail.ru.

© **R. I. Ibyatov** – Doctor of Sciences (Technical Sci.), Professor, Head of the Department of Physics and Mathematics (PM), Kazan State Agrarian University (KSAU), Kazan, Russia, r.ibyatov@mail.ru; **A. N. Zinnatullina** – PhD (Technical Sci.), Associate Professor of the PM department, KSAU, zinnatullina21@bk.ru; **N. G. Kiseleva** – PhD (Agricultural Sci.), PhD, Associate Professor of the Department of Physics and Mathematics, Kazan State Agrarian University, tng1975@mail.ru.

Дата поступления рукописи в редакцию – 22.08.25.

Дата принятия рукописи в печать – 06.10.25.