

В. С. Моисеев, С. В. Новикова, Н. Л. Валитова,
Э. Ш. Кремлева

ИНТЕГРИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ БПЛА ДЛЯ МОНИТОРИНГА ОБЪЕКТОВ С ОГРАНИЧЕННО ИЗВЕСТНЫМ МЕСТОПОЛОЖЕНИЕМ

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, интегрированная модель движения, закон управления, оптимизация траектории, радиолокационное наблюдение, обнаружение объектов, мониторинг.

В статье представлен интегрированный подход к управлению беспилотным летательным аппаратом (БПЛА), основанный на применении комплексной математической модели его движения, учитывающей как аэродинамические особенности полёта, так и требования к радиолокационному наблюдению. Модель описывает движение аппарата с учётом динамических ограничений, параметров бортовой радиолокационной системы с синтезированной апертурой (РСА) и условий, необходимых для уверенного радиолокационного захвата наземных объектов. Предложен метод расчёта закона управления, направленный на минимизацию суммарного времени облёта заданной области при обеспечении гарантированного обнаружения всех объектов, расположенных в пределах заранее определённых зон интереса. Особенностью подхода является возможность одновременного синтеза оптимальных траекторий движения и управления БПЛА с учётом геометрических параметров зоны наблюдения, ограничений радиолокационного обзора и эксплуатационных характеристик летательного аппарата. Это позволяет повысить эффективность использования ресурсов, сократить время выполнения миссий и увеличить надёжность получения данных. Результаты проведённых вычислительных экспериментов демонстрируют корректность математической модели и подтверждают высокую эффективность предложенного метода при решении задач маршрутизации и радиолокационного наблюдения. Представленный подход может быть использован для автоматизации планирования полётов и управления БПЛА в задачах мониторинга и разведки.

V. S. Moiseev, S. V. Novikova, N. L. Valitova,
E. Sh. Kremleva

INTEGRATED UAV CONTROL MODEL FOR MONITORING OBJECTS WITH LIMITED KNOWN LOCATIONS

Keywords: unmanned aerial vehicle, integrated motion model, control law, trajectory optimization, radar surveillance, object detection, monitoring.

This article presents an integrated approach to unmanned aerial vehicle (UAV) control based on a comprehensive mathematical model of its motion that considers both the aerodynamic characteristics of flight and the requirements for radar surveillance. The model describes the vehicle's motion, taking into account dynamic constraints, the parameters of the onboard synthetic aperture radar (SAR) system, and the conditions necessary for reliable radar acquisition of ground targets. A method for calculating the control law is proposed, aiming to minimize the total flight time of a given area while ensuring the guaranteed detection of all objects located within predefined zones of interest. A distinctive feature of this approach is its ability to simultaneously synthesize optimal UAV motion and control trajectories, considering the geometric parameters of the surveillance zone, radar coverage limitations, and the aircraft's operational characteristics. This facilitates or increases resource efficiency, reduces mission times, and enhances data acquisition reliability. The results of the computational experiments demonstrate the correctness of the mathematical model and confirm the high efficiency of the proposed method for solving routing and radar surveillance problems. The presented approach can be used to automate flight planning and UAV control for monitoring and reconnaissance missions.

Введение

Современные задачи оперативного контроля наземной и надводной обстановки требуют применения высокоэффективных средств наблюдения, способных обеспечивать сбор и обработку данных в реальном времени. Перспективным инструментом решения таких задач являются беспилотные летательные аппараты (БПЛА), отличающиеся высокой мобильностю и возможностью интеграции с различными информационно-измерительными системами [1-3]. Эффективное использование БПЛА предполагает построение оптимальных траекторий полёта с учётом динамики движения и характеристик бортовых сенсорных систем. Однако в существующих исследованиях задачи управления, оптимизации траекторий и обнаружения объектов рассматриваются изолированно [4-5], что ограничивает эффективность

мониторинга. В настоящей работе предлагается интегрированный подход, объединяющий управление движением и радиолокационное обнаружение в рамках единой математической модели, что позволяет минимизировать время облёта и гарантировать включение всех объектов интереса в область радиолокационного обзора.

Постановка задачи

Рассматривается задача управления беспилотным летательным аппаратом (БПЛА) при радиолокационном обнаружении и мониторинге наземных объектов в пределах заранее известной области. Пусть в фиксированной области наблюдения $S \in R^2$ расположено конечное множество объектов интереса с координатами, приблизительно известными по данным априорной разведки или предыдущих наблюдений.

Предполагается, что для каждого объекта можно задать замкнутую подобласть $S_i \in S, i = \overline{1, M}$, содержащую его действительное местоположение. Динамика полета БПЛА описывается интегрированной моделью контроля и отображения наземной обстановки:

$$\left. \begin{array}{l} m\dot{V} = P \cos \alpha - Q - mg \sin \theta \\ mV\dot{\theta} = (P \sin \alpha + Y) \cos \gamma - mg \cos \theta \\ -mV\dot{\phi} \cos \theta = (P \sin \alpha + Y) \sin \gamma \end{array} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x}_g = V \cos \theta \cos \varphi; \dot{y}_g = V \sin \theta \\ \dot{z}_g = -V \cos \theta \sin \varphi \end{array} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} D_0 - L_{np} \leq x' \leq D_0; \\ -x' \operatorname{tg} \tilde{\varphi}_{063} \leq z' \leq x' \operatorname{tg} \tilde{\varphi}_{063} \\ L_{np} = h \sin \beta \sec \sigma \sec(\beta + \sigma) \\ \tilde{\varphi}_{063} = \operatorname{arctg}(\sin(\beta + \sigma) \operatorname{tg} \varphi_{063}) \end{array} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} Z_{\text{л}}(t) = L \cos \varphi_{063} \operatorname{tg}(\varphi_{063} \sin(2\pi t/T_{\text{л}})) \\ X_{\text{л}}(t) = L \cos \varphi_{063} \cos \sigma \\ \sigma = \operatorname{arcsin}(h \sec \varphi_{063} / L) \end{array} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} z' = \rho \cos(\delta - \eta); x' = \rho \sin(\delta - \eta) \\ y' = 0 \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_g = x_{\text{ЛА}} + x' \cos \varphi + z' \sin \varphi; \\ y_g = y_{\text{ЛА}} + y' \\ z_g = z_{\text{ЛА}} - x' \sin \varphi + z' \cos \varphi \end{array} \right\} \quad (6)$$

Здесь: (x_g, y_g, z_g) - координаты центра масс (ЦМ) БПЛА в земной системе координат (СК); (x', y', z') - координаты искомых объектов в связанной СК [6]; L_{np} - дальность сектора просмотра РЛС; D - наклонная дальность от ЛА до линии визирования; β - угол раскрытия сектора обзора РЛС в вертикальной плоскости; σ - угол отклонения антенного комплекса от вертикали; D_0 - расстояние от проекции ЦМ ЛА на горизонтальную плоскость до середины линии визирования; ρ - проекция радиолокационного луча на горизонтальную плоскость; η - угол между осями $O'N$ и $O'Z'$ (рис. 1); φ_{063} - ширина синтезирования апертуры в наклонной плоскости; $\tilde{\varphi}_{063}$ - проекция апертуры на горизонтальную плоскость; $T_{\text{л}}$ - период прохода луча РЛС; δ - угол между осью $O'Z'$ и проекцией ρ сканирующего луча; $(Z_{\text{л}}, X_{\text{л}})$ - координаты сканирующего луча относительно ЛА; L - наклонная дальность от ЛА до крайней точки сканирования РЛС. Компоненты математической модели выполняют следующие функции:

- (1) - описание движения ЛА в связанной системе координат;
- (2) - определение положения ЛА в земной системе координат;
- (3) - задание условий попадания объектов интереса в сектор обзора РЛС;
- (4) - описание движения сканирующей точки РЛС по земной поверхности;
- (5) и (6) - пересчет координат объектов в последовательности: «полярная - связанные - земная СК».

Уравнения (2)–(6) используются для определения факта обнаружения объекта интереса при движении БПЛА по траектории, заданной уравнениями (1)–(2). Структура модели представлена на рис. 1.

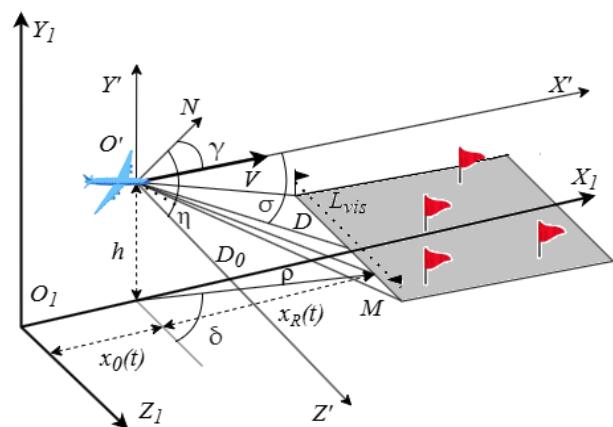


Рис. 1 – Графическое представление полета БПЛА с одновременным сканированием земной поверхности

Fig. 1 – Graphic representation of a UAV flight with simultaneous scanning of the earth's surface

На базе модели (1)–(6) формулируется задача определения оптимальной траектории полёта над контролируемой территорией и разработки законов управления летательным аппаратом, обеспечивающих её полное покрытие при минимальных временных затратах. Дополнительно требуется определить оптимальные моменты включения и выключения передающего радиоустройства БПЛА для рационального использования энергетических ресурсов бортовой системы питания.

Метод оптимизации траектории при обнаружении объектов

Предположим, что в области S с размерами $A \times B$ находится M объектов, координаты которых необходимо определить при облёте этой области летательным аппаратом (рис. 2). Согласно предварительным данным, каждый i -й объект находится в определённом подрайоне $S_i \subset S$ с центром в точке (z_{i0}, x_{i0}) и размерами $2a_i \times 2b_i, i = \overline{1, M}$. На рис. 2 представлен один из вариантов схемы размещения районов, содержащих интересующие объекты.

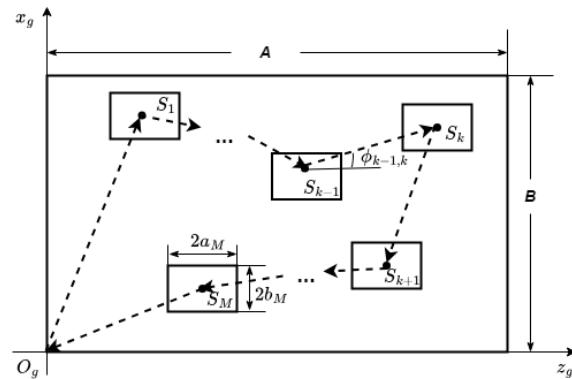


Рис. 2 – Схематическое представление размещения районов с объектами интереса

Fig. 2 – Schematic representation of the location of areas with objects of interest

Обозначим через (z_{00}, x_{00}) координаты точки базирования БПЛА. Задача построения оптимального маршрута облёта области S , который начинается и заканчивается в точке базирования и проходит через все заданные районы $S_1 - S_M$, с минимальным суммарным временем полёта, может быть сведена к задаче коммивояжера [7], математическая формулировка которой представлена следующим образом:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{V} \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M c_{ij} \xi_{ij} \rightarrow \min_{\xi_{ij}, \eta_{ij}} \sum_{i=0}^M \xi_{ij} = 1, \\ j &= \overline{0, M}, \\ \sum_{j=0}^M \xi_{ij} &= 1, i = \overline{0, M}, \xi_{ij} \in \{0, 1\}, i, j = \overline{0, M} \\ \eta_i - \eta_j + (M-1)\xi_{ij} &\leq M-2, \\ i, j &\in [1, M], j \neq i. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь T – суммарное время облета всех районов; c_{ij} – расстояние между районами S_i и S_j ; ξ_{ij} – булевские переменные, определяющие наличие или отсутствие маршрута между контролируемыми районами S_i и S_j ; η_{ij} – вспомогательные переменные. Задача (7) может быть эффективно решена современными численными методами на основе эволюционных и генетических алгоритмов [8-9]. В результате будет получен оптимальный маршрут контроля:

$$R = \{S_0, S_{i_1}, \dots, S_{i_M}, S_0\} \quad (8)$$

Определим закон управления $\varphi = \varphi(t)$ и $\theta = \theta(t)$ для движения БПЛА по оптимальному маршруту R . Выберем из маршрута (8) смежную пару районов S_{k-1} и S_k . Тогда, как следует из рис.2, движение ЛА от района S_{k-1} в район S_k осуществляется с углом поворота траектории, равным

$$\varphi_{k-1,k}^0 = \arctg \left(\frac{(z_{k0} - z_{k-1,0})}{(x_{k0} - x_{k-1,0})} \right), \quad (9)$$

и с углом наклона траектории:

$$\theta_{k-1,k}^0 = \arctg \left(\frac{(y_{k0} - y_{k-1,0})}{\sqrt{(z_{k0} - z_{k-1,0})^2 + (x_{k0} - x_{k-1,0})^2}} \right) \quad (10)$$

где $(x_{k-1,0}, y_{k-1,0}, z_{k-1,0})$, $(x_{k,0}, y_{k,0}, z_{k,0})$ – координаты ЛА в земной СК, находящегося над центрами районов S_{k-1} и S_k .

Значение y_k , определяющее высоту полета над районом S_k , вычисляется как

$$y_k = 0,5 \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \cos(\beta + \sigma) \operatorname{ctg} \varphi_{0\text{бз}}. \quad (11)$$

Это выражение построено из условия, что при перелете через район S_k все участки были просмотрены. Этого можно достичь, если ширина сектора обзора $L_{\text{вз}} = 2h \sec(\beta + \sigma) \operatorname{tg} \varphi_{0\text{бз}}$ будет больше или равна длине диагонали $R = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ просматриваемого района. Используя выражения (9) - (11) для смежных точек маршрута R , получаем оптимальные законы управления $\varphi = \varphi^0(t)$ и $\theta = \theta^0(t)$ в виде кусочно-постоянных функций.

Закон управления $\theta^0(t)$ позволяет уточнить значение целевой функции в задаче (7) и учесть, что ЛА осуществляет набор высоты. Тогда целевая функция математической модели (7) примет вид:

$$T = (c_{M0} \sec \theta_{M0} + \sum_{k=1}^M c_{k-1,k} \sec \theta_{k-1,k})/V \quad (12)$$

Оптимальные законы управления ЛА построены при допущении больших расстояний между контролируемыми районами, что позволяет не учитывать время на развороты и изменение высоты. Для перелёта из района S_{k-1} в S_k в установленном режиме ($dV/dt = d\theta/dt = d\varphi/dt = 0$) на основе системы (1) можно определить кусочно-постоянны закон управления, подставив значения скорости V и угла наклона $\theta_{k-1,k}$ по формуле (10) и решив систему трансцендентных уравнений. Тогда получим:

$$\gamma_{k-1,k} = 0;$$

$$\alpha_{k-1,k} = \arctg \left(\frac{mg \cos \theta_{k-1,k} - 0,5C_y \rho V^2 S}{mg \sin \theta_{k-1,k} + 0,5C_x \rho V^2 S} \right); \quad (13)$$

$$\begin{aligned} P_{k-1,k} &= \left((mg \sin \theta_{k-1,k} + 0,5C_x \rho V^2 S)^2 + \right. \\ &\quad \left. + (mg \cos \theta_{k-1,k} - 0,5C_y \rho V^2 S)^2 \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (14)$$

Численное моделирование и результаты

Вычислительные эксперименты по моделированию полета проведены на примере воздушной лаборатории для научных исследований ИМАРК (измерительный многочастотный авиационный радиолокационный комплекс) на базе ТУ-134А с интервалом скоростей полета $V = 400 \dots 600$ км/ч и диапазоном высот $h = 500 \dots 9000$ км [10]. Область контроля S имеет размеры 100x200 км.

Для проведения эксперимента в области S было выделено 5 условных районов, в которых могут находиться искомые объекты. Характеристики этих районов приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Координаты центров и размеры предполагаемых районов нахождения объектов интереса

Table 1 – Coordinates of the centers and sizes of the expected areas of location of objects of interest

№ района	Координаты центра районов		Габариты районов, км	
	Z	X	Ширина	Длина
1	0	0	1	1
2	100	60	15	15
3	105	10	10	20
4	130	45	20	10
5	115	85	10	30

В каждом районе располагаются объекты интереса, координаты которых представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Координаты искомых объектов

Table 2 – Coordinates of the sought objects

№ района	№ объекта	Координаты объектов, км	
		Z	X
2	1	101	61
	2	97	57
	3	99	59
3	4	105	5
	5	107	7
5	6	119	79
	7	115	75
	8	117	77

Графическое расположение районов поиска и объектов интереса в них представляет рис. 3.

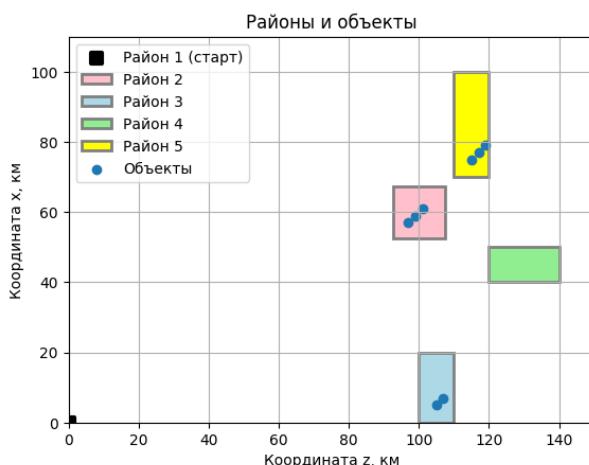


Рис. 3 – Расположение районов поиска с находящимися в них объектами интереса относительно стартовой зоны

Fig. 3 – Location of search areas with objects of interest located in them relative to the starting zone

Район 1 является начальной точкой базирования БПЛА. Начальное значение высоты $h = 4000$ м, скорость полета $V = 500$ км/ч, угол раскрытия сектора обзора РЛС вместе с углом отклонения антенны от вертикали ($\beta + \sigma$) составляет 75,45 градусов, ширина синтезированного апертуры $\varphi_{\text{обз}} = 40,5$ градусов. Ширина сектора обзора $L_{\text{виз}}$ меняется путем изменения высоты БПЛА из условия $L_{\text{виз}} \geq \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$, $k = \sqrt{1.5}$.

Требуется определить оптимальную последовательность облета районов (оптимальную траекторию), рассчитать оптимальное управление для полученной траектории, и определить координаты объектов интереса.

В результате решения задачи получены следующие результаты: оптимальной траекторией, полученной из решения системы (7), является траектория облета районов 1 → 3 → 4 → 5 → 2 → 1, время облета составляет 40 мин.

Далее, при помощи выражений (9)-(11) были рассчитаны оптимальные законы управления БПЛА по углу курса, углу наклона траектории и высоте. В таблице 3 представлены полученные характеристики оптимальных законов управления БПЛА.

Таблица 3 – Кусочно-линейное управление БПЛА при облете по оптимальной траектории

№ района	Время, с	Угол курса ϕ , град	Угол наклона траектории θ , град	Высота полета y , м
1	0	5	-0,37	4000
3	761	61	1,73	3117
4	1071	117	2,14	4408
5	1379	245	-2,32	8622
2	1588	217	0	3117
1	2400	217	0	3117

Координаты обнаруженных объектов, вычисленных с помощью модели (2) - (6), представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Характеристики полученных координат объектов интереса

Table 4 – Characteristics of the obtained coordinates of objects of interest

№ района	№ объекта	Координаты объектов, км		Расстояние от объекта, м	Ошибка местоположения, %
		Z	X		
2	1	100,99	61,00	3,61	0,0033
	2	97,00	56,99	5,00	0,0053
	3	99,00	58,99	1,41	0,0017
3	4	105,00	4,99	1,00	0,0200
	5	107,00	7,00	6,08	0,0857
5	6	118,99	78,99	5,10	0,0042
	7	115,00	75,00	2,24	0,0017
	8	117,00	77,00	7,62	0,0060

Максимальное абсолютное расстояние от объекта не превышает 8 метров (объект 8), а максимальная ошибка составляет около 0,09% (объект 5).

Заключение

При проведении расчётов оптимальной траектории облёта районов с предполагаемым расположением объектов интереса была построена кратчайшая траектория длиной 33 км, которую БПЛА способен преодолеть за 40 минут. В процессе полёта потребовалось выполнить пять переключений кусочно-линейного управления. Разработанное оптимальное управление обеспечивает параметры полёта аппарата в пределах его эксплуатационных характеристик. Для выбранного закона управления точность обнаружения объектов достигает примерно 99%. Максимальная абсолютная ошибка определения координат составила 7,6 метров при наблюдении с высоты 8,6 км, при этом все объекты интереса были успешно обнаружены. Полученные результаты подтверждают высокую эффективность и точность предложенного метода оптимизации траектории облёта заданных районов поиска объектов интереса, а также расчёта соответствующих законов управления БПЛА. Законы управления полётом, определяемые выражениями (9) и (10), предназначенные для облёта заданных районов поиска, могут быть эффективно интегрированы в пилотажно-навигационный комплекс БПЛА, обеспечивая автоматизацию процессов контроля наземной обстановки.

Литература

1. Н.В. Просвирнина, *Московский экономический журнал*, **10** (2021). URL: <https://qje.su/ekonomicheskaya-teoriya/moskovskij-ekonomicheskiy-zhurnal-10-2021-41/>
2. И.С. Голубев, И.К. Туркин (ред.), *Беспилотные летательные аппараты. Основы устройства и функционирования* (Изд-во МАИ, Москва, 2008). 656 с.

3. В.С. Моисеев, *Прикладная теория управления беспилотными летательными аппаратами. Серия «Современная прикладная математика и информатика»* (ГБУ «Республиканский центр мониторинга качества образования», Казань, 2013). 768 с.
4. I. Lopez-Sanchez, J. Moreno-Valenzuela, *Annual Reviews in Control*, **56**, 100900 (2023). DOI: 10.1016/j.arcontrol.2023.100900.
5. Р.М. Шакирзянов, М.П. Шлеймович, С.В. Новикова, *Автоматика и телемеханика*, **7**, 93–120 (2023).
6. И.В. Остославский, И.В. Стражева, *Динамика полета. Траектории летательных аппаратов* (Машиностроение, Москва, 1969). 499 с.
7. В.В. Курейчик, *Эволюционные, синергетические и гомеостатические методы принятия решений* (Изд-во ТРТУ, Таганрог, 2001).
8. В.В. Картофликий, Г.И. Горемыкина, *Прикладная статистика и искусственный интеллект*, **1** (2025). DOI: 10.62302/ASAI.2025.5.1.007.
9. О.А. Кузенков, А.Y. Морозов, С.А. Налчаян, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, **130**, 107768 (2024). DOI: 10.1016/j.cnsns.2023.107768.
10. Л.Б. Неронский, В.Ф. Михайлов, И.В. Брагин, *Микроволновая аппаратура дистанционного зондирования поверхности Земли и атмосферы. Радиолокаторы с синтезированной апертурой антенны*. Учебное пособие (СПбГУАП, Санкт-Петербург, 1999). Ч. **2**. 220 с.

References

1. N.V. Prosvirina, *Moscow Economic Journal*, **10** (2021).

© **В. С. Моисеев** – докт. техн. наук, профессор кафедры Прикладной математики и информатики (ПМИ), Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, КНИТУ им. А.Н. Туполева, Казань, Россия, em131@yandex.ru; **С. В. Новикова** – докт. техн. наук, профессор кафедры ПМИ, КНИТУ им. А.Н. Туполева, SVNovikova@kai.ru; **Н. Л. Валитова** – канд. техн. наук, доцент кафедры ПМИ, КНИТУ им. А.Н. Туполева, NLValitova@kai.ru; **Э. Ш. Кремлева** – канд. техн. наук, доцент кафедры ПМИ, КНИТУ им. А.Н. Туполева, EShKremleva@kai.ru.

© **V. S. Moiseev** – Doctor of Sciences (Technical Sci.), Professor, Department of Applied Mathematics and Informatics (AMI), Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev (KNRTU named after A.N. Tupolev), Kazan, Russia, em131@yandex.ru; **S. V. Novikova** – Doctor of Sciences (Technical Sci.), Professor, the AMI department KNRTU named after A.N. Tupolev, SVNovikova@kai.ru; **N. L. Valitova** – PhD (Technical Sci.), Associate Professor, , the AMI department KNRTU named after A.N. Tupolev, NLValitova@kai.ru; **E. Sh. Kremleva** – PhD (Technical Sci.), Associate Professor, , the AMI department KNRTU named after A.N. Tupolev, EShKremleva@kai.ru.

Дата поступления рукописи в редакцию – 28.09.25.

Дата принятия рукописи в печать – 06.10.25.

- URL: <https://qje.su/ekonomiceskaya-teoriya/moskovskij-ekonomiceskij-zhurnal-10-2021-41/>
2. I.S. Golubev, I.K. Turkin (eds.), *Unmanned Aerial Vehicles. Fundamentals of Design and Operation* (MAI Publishing House, Moscow, 2008). 656 p.
3. V.S. Moiseev, *Applied Theory of Unmanned Aerial Vehicle Control. Series "Modern Applied Mathematics and Computer Science"* (State Budgetary Institution "Republican Center for Monitoring the Quality of Education", Kazan, 2013). 768 p.
4. I. Lopez-Sanchez, J. Moreno-Valenzuela, *Annual Reviews in Control*, **56**, 100900 (2023). DOI: 10.1016/j.arcontrol.2023.100900.
5. R. M. Shakiryanov, M. P. Shleimovich, S. V. Novikova, *Automation and Telemechanics*, **7**, 93–120 (2023).
6. I. V. Ostoslavsky, I. V. Strazheva, *Flight Dynamics. Aircraft Trajectories* (Mashinostroenie, Moscow, 1969). 499 p.
7. V. V. Kureichik, *Evolutionary, Synergetic, and Homeostatic Methods of Decision Making* (TRTU Publishing House, Taganrog, 2001).
8. V. V. Kartoflitsky, G. I. Goremykina, *Applied Statistics and Artificial Intelligence*, **1** (2025). DOI: 10.62302/ASAI.2025.5.1.007.
9. O. A. Kuzenkov, A. Y. Morozov, S. A. Nalchajyan, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, **130**, 107768 (2024). DOI: 10.1016/j.cnsns.2023.107768.
10. L. B. Neronsky, V. F. Mikhailov, I. V. Bragin, *Microwave Equipment for Remote Sensing of the Earth's Surface and Atmosphere. Synthetic Aperture Radars*. Study Guide (SPbGUAP, St. Petersburg, 1999). Part **2**. 220 p.