УДК 001.891.573: 624.04 DOI 10.55421/3034-4689_2025_28_9_112

М. Н. Серазутдинов, М. Н. Убайдуллоев

МЕТОД РАСЧЕТА ВОЗМОЖНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВИЗУАЛЬНО НЕДОСТУПНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Ключевые слова: стержневая конструкция, повреждение, математическая модель, вариационный метод, напряженно-деформированное состояние.

В данной работе излагается расчетный метод определения в стержневых элементах эксплуатируемых объектов возможных размеров разрушений, возникших в местах недоступных для непосредственных измерений. Необходимость проведение таких расчетов возникает при оценке несущей способности сооружения, в котором возникли некоторые разрушения, а также при проектировании усиления (ремонта) конструкции. Предлагаемый метод основан на использовании экспериментальных данных замера изменений перемещений в стержневом элементе при изменении величин внешних сил. Предлагается, изменяя геометрические параметры стержня в предполагаемом месте повреждения, выполнять итерационный расчет напряженно-деформированного состояния и находить размеры разрушенной части. При этом принципиальная схема выполнения исследований должен быть следующим:

- дополнительно нагружая (или разгружая) конструкцию, экспериментально определяются приращения перемещений в некотором выбранном сечении поврежденного (или иного) стержня;

- на части стержня недоступного для визуального наблюдения выбирается участок, на котором возможно наличие повреждения;

- создается расчетная схема конструкции с учетом возможного изменения геометрии стержня на этом участке;

- проводиться итерационный расчет НДС стержневой конструкции, значения длины, геометрии сечения поврежденного участка находятся из условия равенства теоретических расчетов с экспериментальными данными.

Представлены математическая модель, метод и принципиальная схема расчета геометрических параметров повреждений в стержневых системах, недоступных визуального осмотра. Предложенная в статье математическая модель, метод расчета основаны на достаточно общих соотношениях теории стержней, поэтому достаточно универсальны и могут использоваться для диагностирования повреждений в сложных стержневых конструкциях с различными геометрическими и механическими характеристиками. Приведены результаты решения задачи, иллюстрирующие возможности использованной математической модели и достоверность получаемых данных.

M. N. Serazutdinov, M. N. Ubaydulloyev

A METHOD FOR CALCULATING POSSIBLE PARAMETERS OF VISUALLY INACCESSIBLE DAMAGE TO CORE STRUCTURES

Keywords: core structure, damage, mathematical model, variational method, stress-strain state.

This article describes a computational method for determining the possible size of damage in the main elements of operated facilities that occurred in places inaccessible to direct measurements. The need for such calculations arises when assessing the bearing capacity of a structure in which any damage has occurred, as well as when designing reinforcement (repair) structures. The proposed method is based on the use of experimental data to measure changes in displacements in a core element when the magnitude of external forces changes. It is proposed, by changing the geometric parameters of the rod at the intended site of damage, to perform an iterative calculation of the stress-strain state and find the dimensions of the destroyed part. In this case, the schematic diagram of the study should be as follows:

- additionally loading (or unloading) the structure, the increments of displacements in a certain selected section of the damaged (or other) rod are experimentally determined;

- an area where damage is possible is selected on a part of the rod that is inaccessible to visual observation.;

- a design scheme of the structure is being created, taking into account possible changes in the geometry of the rod on this site;

- an iterative calculation of the stress-strain state of the core structure is carried out, the values of the length and geometry of the section of the damaged section are determined based on the condition of equality of theoretical calculations with experimental data.

A mathematical model, method, and schematic diagram of the calculation of geometric damage parameters in rod systems inaccessible for visual inspection are presented. The mathematical model and calculation method proposed in the article are based on fairly general relations of the theory of rods, so they are quite versatile and can be used to diagnose damage in complex rod structures with various geometric and mechanical characteristics. The results of solving the problem are presented, illustrating the possibilities of the mathematical model used and the reliability of the data obtained.

Введение

Как известно [1-7] первым этапом задачи проектирования усиления сооружения является оценка несущей способности существующего сооружения, получившего те или иные повреждения или ослабления. При этом должны быть заранее известны геометрические параметры возникших в конструкции повреждений. Во многих случаях изменения в характеристиках эксплуатируемых конструкций возникают в местах доступных для проведения натурных измерений и определения их параметров. Однако, в ряде случаев определение геометрических параметров ослаблений и повреждений эксплуатируемых строительных объектов невозможно из-за их визуальной недоступности. Например, некоторые стержневые элементы портовых гидротехнических сооружений могут быть практически недоступны для ремонта и усиления [8-11]. Это связано с невозможностью их обнажения в период эксплуатации. Для таких случаев является актуальным вопросы диагностирования (прогнозирования) возможных размеров и формы возникших повреждений и определения их влияния на несущую способность.

Математическая модель и метод расчета

В данной работе предлагается расчетный метод определения в стержневых элементах эксплуатируемых объектах возможных размеров разрушений, возникших в местах недоступных для непосредственных измерений. Метод основан на использовании экспериментальных данных замера изменений перемещений в стержневом элементе при изменении величин внешних сил. Предлагается, изменяя геометрические параметры стержня в предполагаемом месте повреждения, выполнять итерационный расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) и находить размеры разрушенной части из условия равенства теоретических расчетов с экспериментальными данными.

Принципиальная схема выполнения исследований следующая:

1) дополнительно нагружая (или разгружая) конструкцию нагрузкой ΔF, экспериментально определяются измерения перемещения $\Delta w^{э}$ в некотором выбранном сечении поврежденного (или иного) стержня;

2) на части стержня недоступного для визуального наблюдения выбирается участок, на котором возможно наличие повреждения;

3) создается расчетная схема конструкции с учетом возможного изменения геометрии стержня на этом участке;

4) полагается, что при действии нагрузки ΔF, расчетные значения длины и геометрии сечения поврежденного участка нужно выбрать так, чтобы выполнялось условие

$$\Delta w^{P} = \Delta w^{Э}, \tag{1}$$

где Δw^{P} - расчетное значение перемещения в сечении, котором экспериментально определялось $\Delta w^{Э}$;

5) проводиться итерационный расчет НДС стержневой конструкции, значения длины, геометрии сечения поврежденного участка находятся из условия выполнения уравнения (1).

Для определения напряжений и перемещений стержневой конструкции используется вариационный метод расчета, описанный в [12-14]. Предполагается, что деформации являются упругими. Вводятся глобальная $\tilde{O}\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ и локальная $Oxyz$ системы координат с осью Ox параллельной к продольно оси стержня. Применяются основные гипотезы модели теории стержней Тимошенко с учетом сдвигов [15], согласно которой деформации ε_x, γ_{xy}, γ_{xz} определяются соотношениями

$$\varepsilon_x = \frac{du_1}{dx} - y\frac{d\varphi_3}{dx} + z\frac{d\varphi_2}{dx};$$

$$\gamma_{xy} = f_1(y,z)\left(\frac{du_2}{dx} - \varphi_3\right) - f_2(y,z)\frac{d\varphi_1}{dx}; \tag{2}$$

$$\gamma_{xz} = f_1^*(y,z)\left(\frac{du_3}{dx} + \varphi_2\right) + f_2^*(y,z)\frac{d\varphi_1}{dx}.$$

В соотношениях (2) приняты следующие обозначения: $u_1(x)$, $u_2(x)$, $u_3(x)$ – перемещения и $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$ - углы поворота поперечных сечений стержня относительно осей Ox, Oy, Oz; $f_1(y,z)$, $f_2(y,z)$, $f^*{}_1(y,z)$, $f^*{}_2(y,z)$ –функции, зависящие от вида деформации и формы поперечного сечения стержня [12].

Перемещения элементов конструкции определяется из решения вариационного уравнения Лагранжа

$$\delta U - \delta W = 0. \tag{3}$$

Здесь δU - вариация потенциальной энергии элементов стержневой конструкции; δW - вариация работы внешних сил.

При определении напряженно-деформированного состояния существующей конструкции вариацию потенциальной энергии рассматриваемой системы можно представить в следующем виде:

$$\delta U = \int\limits_{l}\left[\iint\limits_{A}\left(E\varepsilon_x\delta\varepsilon_x + G\gamma_{xy}\delta\gamma_{xy} + G\gamma_{xz}\delta\gamma_{xz}\right)dA\right]dx, \tag{4}$$

где E и G - модуль упругости и сдвига материала; l и A – соответственно длина и площадь сечения стержневого элемента.

Вариация работы внешних сил δW определяется выражением

$$\delta W = \int\limits_{l_q}(q_1\delta\tilde{u}_1 + q_2\delta\tilde{u}_2 + q_3\delta\tilde{u}_3)\,dl +$$

$$+\sum_i(F_{1i}\delta\tilde{u}_1(x_i) + F_{2i}\delta\tilde{u}_2(x_i) + F_{3i}\delta\tilde{u}_3(x_i)) +$$

$$+\sum_k(M_{1k}\,\tilde{\varphi}_{1k}(x_k) + M_{2k}\,\tilde{\varphi}_{2k}(x_k) + M_{3k}\,\tilde{\varphi}_{3k}(x_k)). \tag{5}$$

В выражении (5) q_1, q_2, q_3 – распределенные нагрузки, F_{1i}, F_{2i}, F_{3i} - сосредоточенные силы, M_{1k}, M_{2k}, M_{3k} – моменты, прикладываемые в точках с координатами x_i^* и x_k^*.

Для аппроксимации функций перемещения $u_1(x)$, $u_2(x)$, $u_3(x)$ и углов поворота $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$ используются [12].

Подставляя соотношения (2), (4), (5) в условие (3) получаем систему алгебраических уравнений для вычисления $u_1(x)$, $u_2(x)$, $u_3(x)$ и $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$. Затем, по известным формулам определяются деформации ε_x, γ_{xy}, γ_{xz} и напряжения σ_x, τ_{xy}, τ_{xz}, действующие в элементах стержневой конструкции.

Отметим, что использование соотношений (2) - (5) и финитных функций для аппроксимации перемещения и углов поворота позволяет учитывать эксцентричное расположение участка стержня относительно оси Ox локальной системы координат.

Опишем принципиальную схему определения размеров поврежденной части стержня для сравнительно простого случая. Рассмотрим консольную балку (рис. 1), у которой на участке длиной $l_п$ вблизи опоры разрушена (повреждена) некоторая область, находящаяся сверху (рис. 1а), снизу (рис. 1б) или сверху и снизу (рис. 1в). Обозначим высоту сохранившихся сечений $h_п$ (рис. 1а). Часть стержня длиной $l_п$ не доступна для непосредственного замера величины $h_п$. Изложим алгоритм вычисления $h_п$ с использованием вариационного уравнения (2) и условия (1).

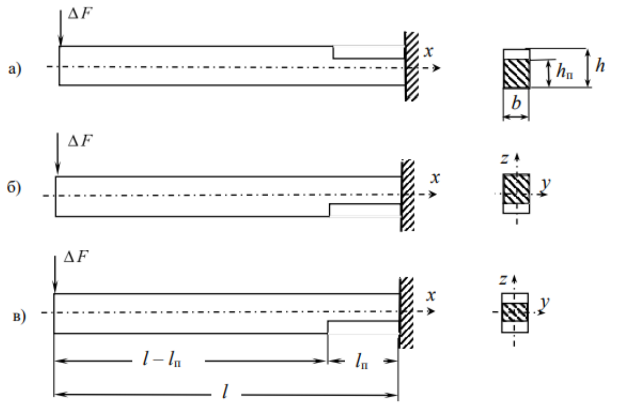

Рис. 1 – Схемы поврежденных балок; разрушение в верхней части сечения (а); разрушение в нижней части сечения (б); разрушение с двух сторон (в)

Fig. 1 – Diagrams of damaged beams; destruction in the upper part of the cross-section (a); destruction in the lower part of the cross-section (b); destruction on both sides (c)

Заранее не известно, в какой области по высоте стержня возникло разрушение. Повреждение может быть в верхней части сечения (рис. 1а), снизу (рис. 1б) или с обеих сторон (рис. 1в). Для выяснения вопроса о расположении разрушенной части по высоте стержня требуется некоторая дополнительная экспериментальная информация. В частности, такую информацию можно получить, дополнительно нагружая стержень продольной силой.

Полагаем, что в рассматриваемом случае консольной балки, прикладывается сжимающая продольная сила ΔF_1 (рис. 2) и замеряется абсолютное значение максимального прогиба $\Delta w_1^Э$. Если участок балки расположен эксцентрично по отношению к оси Ox (рис. 2), то на этом участке от действия продольной силы ΔF_1 возникнет изгибающий момент

$$\Delta M = \Delta F_1 \cdot e,$$

где e - эксцентриситет приложения ΔF_1 . Следовательно, от действия продольной силы ΔF_1 балка изгибается, на ее левом конце возникает прогиб $\Delta w_1^Э$.

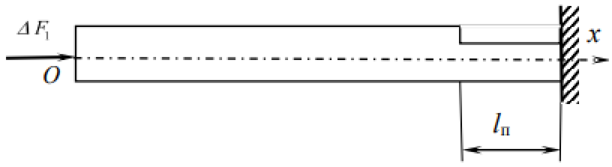

Рис. 2 – Балка, нагруженная продольной силой ΔF_1

Fig. 2 – Beam loaded with a longitudinal force ΔF_1

Анализируя деформирование стержня при внецентренном сжатии можно определить расположение разрушенной части по высоте сечений. В случае, когда повреждение находится в верхней части балки (рис. 2), ее левый конец будет перемещаться вверх. В случае, когда повреждение располагается в нижней части сечения, прогибы будут направлены вниз. Если продольная сила вызывает возникновение только продольной деформации, то это означает, что на участке длиной $l_п$ сечения разрушились в верхней и в нижней частях симметрично.

Отметим, что на участке длиной $l_п$ разрушения в верхней и в нижней частях могут быть несимметричными. В этом случае для определения положения неповрежденной части нужна дополнительная информация. Не будем рассматривать детально подобные случаи, т.к. основной целью этой статьи является описание основной схемы определения размеров поврежденной.

После того как определено расположение повреждения по высоте стержня, продольная сила убирается (полагается $\Delta F_1 = 0$). Затем балка дополнительно нагружается поперечной сосредоточенной силой ΔF (рис. 1) и замеряется возникающий при этом максимальный прогиб $\Delta w^Э$.

При расчетах используется итерационный метод определения $h_п$. На каждой итерации, на участке длиной $l_п$ изменяется высота поперечного сечения стержня, находится расчетное значение максимального прогиба Δw^P и проверяется выполнение условия (1). Задавая в итерационном процессе небольшой по величине шаг изменения $h_п$ можно добиться выполнения равенства (1) с заданной точностью.

Численные расчеты

Приведем результаты расчетов по определению размеров повреждения консольной балки (рис. 1а, рис. 2). Полагаем l = 8 м; модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; сечение балки – прямоугольное, с размерами b = 0,2 м, h = 0,4 м; $l_п$ = 0,6 м. Считаем экспериментально установленным, что при действии продольной силы ΔF_1 = 10 кН балка прогибается вверх ($\Delta w_1^Э$ = 0,0002 м), а для ΔF = 5 кН , прогиб $\Delta w^Э$ = 0,000985 м. В действительности, в этом примере величины $\Delta w_1^Э$, $\Delta w^Э$ получены на основе теоретических расчетов при $h_п$ = 0,2 м. Предположение, что $\Delta w_1^Э$, $\Delta w^Э$ найдены экспериментально сделано для иллюстрации возможности расчетов по описанному алгоритму.

На основе итерационных расчетов найдена величина толщины поврежденной части $h_п^р$ = 0,21 м.

Получилось, что $h_п^р$ практически совпадает со значением $h_п$ = 0,2 м, использованным при определении на основе теоретических расчетов $\Delta w^Э$. Этот факт является естественным, т.к. $h_п^р$ и $\Delta w^Э$ рассчитывались на основе соотношений (2) - (5).

Заключение

По результатам выполненного исследования можно делать следующие выводы:

1. Представлены математическая модель, метод и принципиальная схема расчета геометрических параметров повреждений в стержневых системах, недоступных визуального осмотра.
2. Необходимость проведение таких расчетов возникает при оценке несущей способности сооружения, в котором возникли некоторые разрушения, а также при проектировании усиления (ремонта) конструкции.
3. Результаты решения задачи, представленные в статье, иллюстрируют возможности использованной математической модели и достоверность получаемых данных.
4. Предложенная в статье математическая модель, метод расчета основаны на достаточно общих соотношениях теории стержне, поэтому достаточно универсальны и могут использоваться для диагностирования повреждений в сложных стержневых конструкциях с различными геометрическими и механическими характеристиками.

Литература

1. М.А. Орлова, Л.Ю. Гнедина, А.М. Ибрагимова. *Жилищное строительство*, 3, 3-7(2022). DOI: 10.31659/0044-4472-2022-3-3-7.
2. А.А. Минасян. *Современное строительство и архитектура*, **29**, 5, 11-16(2022). DOI: 10.18454/mca.2022.29.2.
3. Л.А. Сулейманова, А.Г. Козлюк, Е.С. Глаголев, М.В. Марушко. *Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова*, 7, 32-36(2016).
4. А.П. Пичугин, А.А. Шаталов. *Известия высших учебных заведений*, **725**, 5, 121-130(2019).
5. И.В. Пешнина, А.Н. Пешнин, Е.О. Гаврилова. *Символ науки: международный научный журнал*, 2, 17-23(2021).
6. А.М. Малахова. *Вестник МГСУ*, **20**, 4, 506-515(2025). DOI: 10.22227/1997-0935.2025.4.506-515.
7. Г.Д. Шмелев, А.Н. Ишков, Д.А. Драпалюк. *Жилищное хозяйство и коммунальная инфраструктура*, **21**, 2, 9-18(2022). DOI:10.36622/VSTU.2022.21.2.001
8. А.Я. Будин, М.В. Чекренева. *Усиление портовых сооружений.* Стройиздат, Ленинград, 1983. 178 с.
9. А.Я. Будин. *Эксплуатация и долговечность портовых гидротехнических сооружений.* Транспорт, Москва, 1977. 320 с.
10. А.Я. Будин. *Тонкие подпорные стенки для условий Севера*. Стройиздат, Ленинград, 1982. 288 с.
11. М.Н. Убайдуллоев. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 4, 45-51(2010).
12. М.Н. Серазутдинов, М.Н. Убайдуллоев. *Вариационный метод расчета прямолинейных и криволинейных стержней.* Казан. нац. исслед. технол. ун-т, Казань, 2016. 144 с.
13. М.Н. Убайдуллоев, М.Н. Серазутдинов, Ф.Г. Ахмадиев. *Вестник технологического университета*, **24**, 7, 112-116(2021). EDN: LEKCZB
14. М.Н. Серазутдинов, М.Н. Убайдуллоев. *Ученые записки Казанского. Серия: Физико-математические науки*, **157**, 1, 141-146(2015). EDN: TTMTYL/
15. С.П. Тимошенко, ДЖ. Гере. *Механика материалов. Мир*, Москва, 1976. 672 с.

References

1. M.A. Orlova, L.Y. Gnedina, A.M. Ibragimova. *Housing construction*, 3, 3-7(2022). DOI: 10.31659/0044-4472-2022-3-3-7.
2. A.A. Minasyan. *Modern construction and architecture*, **29**, 5, 11-16(2022). DOI: 10.18454/mca.2022.29.2.
3. L.A. Suleymanova, A.G. Kozlyuk, E.S. Glagolev, M.V. Marushko. *Bulletin of the Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov*, 7, 32-36(2016).
4. A.P. Pichugin, A.A. Shatalov. *Izvestia of Higher Educational Institutions*, **725**, 5, 121-130(2019).
5. I.V. Peshnina, A.N. Peshnin, E.O. Gavrilova. *Symbol of Science: international Scientific Journal*, 2, 17-23(2021).
6. A.M. Malakhova. *Bulletin of MGSU*, **20**, 4, 506-515(2025). DOI: 10.22227/1997-0935.2025.4.506-515.
7. G.D. Shmelev, A.N. Ishkov, D.A. Drapalyuk. *Housing and communal infrastructure*, **21**, 2, 9-18(2022). DOI:10.36622/VSTU.2022.21.2.001
8. A.Ya. Budin, M.V. Chekreneva. *Strengthening of port facilities*. Stroyizdat, Leningrad, 1983. 178 p.
9. A.Ya. Budin. *Operation and durability of port hydraulic structures*. Transport, Moscow, 1977. 320 p.
10. A.Ya. Budin. *Thin retaining walls for Northern conditions*. Stroyizdat, Leningrad, 1982. 288 p.
11. M.N. Ubaidulloev. Construction mechanics of engineering structures and structures, 4, 45-51(2010).
12. M.N. Serazutdinov, M.N. Ubaidulloev, Variational method for calculating rectilinear and curved rods. Kazan. national research. technol. University of Kazan, 2016. 144 p.
13. M.N. Ubaidulloev, M.N. Serazutdinov, F.G. Akhmadiev. *Herald of Technological University*, **24**, 7, 112-116(2021). EDN: LEKCZB
14. M.N. Serazutdinov, M.N. Ubaidulloev. *Scientific Notes of Kazan. Series: Physical and mathematical sciences*, 157, 1, 141-146(2015). EDN: TTMTYL
15. S.P. Timoshenko, J. Gere. *Mechanics of materials. Mir*, Moscow, 1976. 672 p.

© **М. Н. Серазутдинов** – д-р физико-математических наук, профессор кафедры «Основы конструирования и прикладная механика» (ОКПМ), Казанский национальный исследовательский технологический университет (КНИТУ), Казань, Россия, serazmn@mail.ru; **М. Н. Убайдуллоев** – д-р технических наук, профессор кафедры ОКПМ, КНИТУ, madgidpwn@rambler.ru.

© **M. N. Serazutdinov** – Doctor of Sciences (Physical and Mathematical Sci.), Professor of the department of Design Foundations and Applied Mechanics (DFAM), Kazan National Research Technological University (KNRTU), Kazan, Russia, serazmn@mail.ru; **M. N. Ubaydulloyev** – Doktor of Sciences (Technical Sci.), Professor of the DFAM department, KNRTU, madgidpwn@rambler.ru

Дата поступления рукописи в редакцию – 17.06.25.
Дата принятия рукописи в печать – 28.08.25.