

А. И. Скоморохова, А. О. Глебов

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛНОГО ЦИКЛА ПРОЦЕССА ВУЛКАНИЗАЦИИ РЕЗИНОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ С УЧЕТОМ АВТОМАТИЧЕСКОГО ПИД-РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Ключевые слова: вулканизация, резинотехнические изделия, математическое моделирование, кинетика.

При производстве резинотехнических изделий различного назначения процесс вулканизации является наиболее важным и энергозатратным этапом. В результате вулканизации резиновая смесь приобретает форму и эксплуатационные характеристики готового изделия. Поэтому разработка подходов к оптимизации режимных параметров вулканизации является актуальной задачей. В данной работе предлагается алгоритм численного моделирования полного цикла вулканизации с учетом разогрева нагревательных плит и пресс-формы, стабилизации температуры, загрузки резиновой смеси, вулканизации и извлечения готового изделия с его последующим остыванием на воздухе. Управление нагревом осуществляется в режиме ПИД-регулирования. Расчетная модель включает в себя нагревательные плиты с расположеными в них нагревательными элементами, контрольную термопару, пресс-форму и резиновую смесь. Моделирование вулканизации выполняется с использованием уравнений, описывающих три стадии: индукционный период, период вулканизации и период реверсии. Моделирование работы ПИД-регулятора основано на расчете управляющего воздействия с учетом антинасыщающих поправок интегральной части. Реализация алгоритма осуществляется в системе конечно-элементного анализа ANSYS 2019 R2 с использованием собственного программного модуля. Программа позволяет визуализировать поле степени вулканизации и температурное поле, чтобы оценить кинетику процесса вулканизации. Также в результате расчета выводятся данные об управляющем воздействии ПИД-регулятора и изменении температуры контрольной термопары. На основе численного моделирования полного цикла вулканизации можно выполнять оптимизацию режимных параметров (температуры нагрева и времени выдержки резиновой смеси в пресс-форме) и оценивать затраты электроэнергии при расчете себестоимости производства изделий из резины.

А. I. Skomorokhova, A. O. Glebov

MODELING OF THE FULL CYCLE OF THE VULCANIZATION PROCESS OF RUBBER PRODUCTS TAKING INTO ACCOUNT AUTOMATIC PID TEMPERATURE CONTROL

Keywords: vulcanization, rubber products, mathematical modeling, kinetics.

In the production of rubber products for various purposes, the vulcanization process is the most important and energy-intensive stage. As a result of vulcanization, the rubber compound acquires the shape and performance characteristics of the finished product. Therefore, optimizing the parameters of the vulcanization process is an important task. This paper proposes an algorithm for numerically simulating the complete vulcanization cycle. This includes heating the heating plates and mold, stabilizing the temperature, loading the rubber mixture, vulcanizing it, and extracting the finished product, followed by cooling it in air. Heating is controlled using the PID control method. The calculation model consists of heating plates with heating elements embedded in them, a control thermocouple, a mold, and a rubber compound. Vulcanization modeling is carried out using equations that describe three stages: the induction period, the vulcanization period, and the reversion period. The simulation of the PID controller is based on calculating the control action, considering anti-saturation corrections to the integral part. The algorithm is implemented in ANSYS 2019 R2, a finite element analysis software, using its own program's module. The program enables visualization of the vulcanization degree field and temperature field to evaluate the kinetics of the vulcanization process. Additionally, the calculation provides data on the PID controller's control action and the temperature change at the control thermocouple. Based on numerical simulations of the entire vulcanization process, it is possible to optimize operating parameters (such as heating temperature and holding time for the rubber mixture in the mold) and estimate energy costs when calculating the manufacturing cost of rubber products.

Введение

Резиновая промышленность снабжает промышленностью все отрасли народного хозяйства, поэтому повышение эффективности производства резинотехнических изделий (РТИ) – актуальная задача. Наиболее ответственным и энергозатратным этапом создания РТИ является вулканизация, в результате которой резиновая смесь приобретает внешний вид и эксплуатационные характеристики готового изделия [1]. В данной работе будем рассматривать наиболее распространенный метод компрессионного прессования, который широко используется в мелкосерийном и серийном производстве РТИ.

К основным режимным параметрам вулканизации относят температуру нагрева и время выдержки резиновой смеси в пресс-форме. Разработкой подходов к определению их оптимального сочетания занимаются многие ученые [1–5]. Главная сложность назначения оптимальных режимных параметров заключается в низкой температуропроводности резиновых смесей и невозможности в процессе изготовления РТИ оценить протекание вулканизации внутри изделия. Поэтому отработка режимов в реальных производственных условиях зачастую сопровождается большим количеством брака и занимает много времени.

В современных работах преобладает использование математического моделирования в сочетании с пакетами программ для инженерного анализа, которые позволяют оценить кинетику процесса вулканизации [6–10]. Такие подходы позволяют свести количество физических опытов к минимуму, заменяя их вычислительными экспериментами. Для достоверной оценки степени вулканизации РТИ необходимо учитывать все стадии технологического процесса: разогрев оборудования, загрузку резиновой смеси, непосредственно вулканизацию и извлечение готового изделия с его последующим остыванием. В настоящее время для производства РТИ наиболее часто применяется электрический нагрев, управляемый пропорционально-интегрально-дифференциальными (ПИД) регуляторами.

Среди научных публикаций отсутствует единая математическая модель для описания кинетики вулканизации. Все разработанные модели условно делят на механистические и эмпирические [11]. Механистические модели основаны на описании и моделировании комплекса химических реакций, протекающих при вулканизации. Эмпирические модели не описывают механизма образования химических связей между макромолекулами каучука, но позволяют приблизенно рассчитать скорость этого процесса [3]. Также выделяют полумеханистические модели описания вулканизации [12].

В зависимости от выбранной математической модели протекание процесса вулканизации представляется по-разному. Например, в работе [13] предлагается рассматривать вулканизацию как совокупность трех реакций первого порядка: образование стабильных связей каучука с серой; образование нестабильных связей; разрушение нестабильных связей. При этом имеет место три периода: индукционный период, период вулканизации и период реверсии. Эта математическая модель представляется наиболее универсальной, так как дает более полное описание кинетики вулканизации и не требует определения большого количества кинетических параметров. Кроме того, модель [13] позволяет определить время начала реверсии и ее степень. Данный вопрос представляет интерес, так как реверсия – нежелательное явление, в результате которого свойства изделия могут значительно ухудшиться вплоть до полной потери эксплуатационных свойств. По этой причине необходимо назначать режимные параметры, исключающие возникновение сильной реверсии в РТИ.

Целью данной работы является разработка универсального алгоритма численного моделирования полного цикла вулканизации РТИ с учетом автоматического ПИД-регулирования температуры.

Математическая модель

Математическое моделирование процесса вулканизации основано на решении

нестационарного уравнения теплопроводности методом конечных элементов:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + Q, \quad (1)$$

где T – температура, К; t – время, с; c – теплоемкость, Дж/(кг·К); ρ – плотность, кг/м³; λ – теплопроводность, Вт/(м·К); Q – удельное тепловыделение в объеме нагревателей и резиновой смеси, Вт/м³.

На внешних поверхностях вулканизационного оборудования, контактирующих с окружающей средой, задаются граничные условия 3 рода:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \beta(T - T_{amb}), \quad (2)$$

где n – направление нормали к теплоотдающей поверхности; β – коэффициент теплоотдачи, Вт·м⁻²К⁻¹; T_{amb} – температура окружающей среды, К.

Удельное тепловыделение в объеме резиновой смеси Ω_{rub} задается как [3]:

$$Q|_{\Omega_{rub}} = Q_\infty \frac{da}{dt}, \quad (3)$$

где Q_∞ – удельная теплота реакции вулканизации, Дж/м³; $\frac{da}{dt}$ – скорость изменения степени вулканизации, с⁻¹.

Индукционный период учитывается выражением [14]:

$$\bar{t} = \int_0^t \frac{dt}{t_0 e^{E_{ind}/RT}}, \quad (4)$$

где \bar{t} – безразмерное время, которое принимает значение 1, когда заканчивается индукционный период и начинается вулканизация; t_0 – предэкспоненциальный множитель периода индукции, с⁻¹; E_{ind} – энергия активации периода индукции, Дж/моль; R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К).

Для расчета степени вулканизации будем использовать модель, предложенную в работе [13]:

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = -(k_1 + k_2)\bar{S}; \quad (5)$$

$$\frac{d\alpha_1}{dt} = k_1\bar{S}; \quad (6)$$

$$\frac{d\alpha_2}{dt} = k_2\bar{S} - k_3\alpha_2; \quad (7)$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2; \quad (8)$$

$$\bar{S}(0) = 1; \quad \alpha_1(0) = 0; \quad \alpha_2(0) = 0, \quad (9)$$

где \bar{S} – доля серы, доступной для образования связей; k_1 , k_2 и k_3 – константы скоростей трех реакций; α – глобальная степень вулканизации; α_1 , α_2 – степени вулканизации, соответствующие реакциям образования стабильных и нестабильных связей.

Температурное поле, полученное в результате решения уравнений (1)–(2), используется для расчета констант скоростей реакций по уравнению Аррениуса на каждом шаге по времени [13]:

$$k_i = A_i e^{(-E_i/RT)}, \quad i=1, 2, 3, \quad (10)$$

где A_i – предэкспоненциальный множитель i -й реакции, с^{-1} ; E_i – энергия активации i -й реакции, Дж/моль.

Уравнения (5)-(7) решаются методом Рунге-Кутты 4 порядка для каждого конечного элемента резиновой смеси.

Для моделирования остывания готового изделия после извлечения нагревательные плиты и пресс-форма исключаются из расчета с помощью технологии системы ANSYS «рождения» и «смерти» конечных элементов, а на поверхностях изделия задается условие теплоотдачи (2).

При моделировании полного цикла вулканизации также учитывается работа ПИД-регулятора. Расчет управляющего воздействия U на i -м шаге по времени осуществляется следующим образом [15]:

$$U_i = K_p e_i + K_I I_i + K_D D_i; \quad (11)$$

$$I_i = I_{i-1} + \frac{\Delta t(e_i + e_{i-1})}{2}; \quad (12)$$

$$D_i = \frac{(e_i - e_{i-1})}{\Delta t}; \quad (13)$$

$$e = T_{set} - T_{sens}, \quad (14)$$

где I – интегральная составляющая регулятора; D – дифференциальная составляющая регулятора; Δt – шаг расчета по времени, с; T_{set} – заданная температура уставки, К; T_{sens} – температура плиты в месте установки контрольной термопары, К; K_p , K_I , K_D – коэффициенты усиления пропорциональной, интегральной и дифференциальной составляющих регулятора соответственно.

В расчет также вводятся антинасыщающие поправки интегральной части:

$$I_i = \begin{cases} \frac{1 - K_p e_i - K_D D_i}{K_I}, & \text{если } U_i > 1; \\ \frac{-K_p e_i - K_D D_i}{K_I}, & \text{если } U_i < 0. \end{cases} \quad (15)$$

Найденное значение управляющего воздействия используется для расчета тепловыделений в объеме нагревателей Ω_h :

$$Q_i|_{\Omega_h} = Q_h U_i, \quad (16)$$

где Q_h – номинальное тепловыделение нагревателя, Вт/м³.

Разработка алгоритма

При разработке алгоритма моделирования учитываются следующие основные этапы вулканизации резинотехнических изделий:

- 1) прогрев нагревательных плит и пресс-формы;
- 2) стабилизация температуры пресс-формы;
- 3) загрузка резиновой смеси;
- 4) реакция вулканизации;
- 5) извлечение готового изделия с его последующим остыванием.

Изделие, на примере которого выполним моделирование полного цикла вулканизации, представлено на рис. 1.

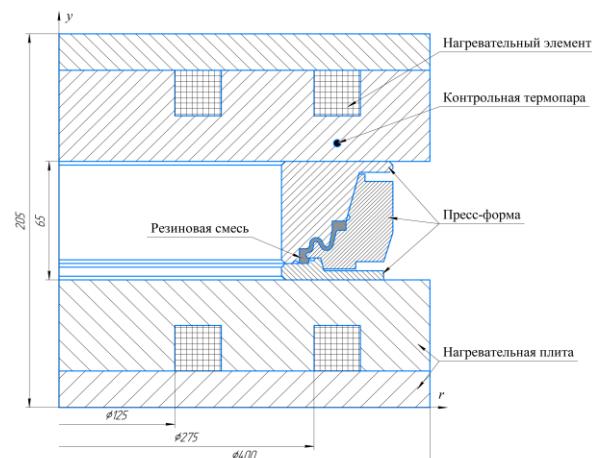


Рис. 1 – Эскиз осесимметричной модели

Fig. 1 – A sketch of an axisymmetric model

Для упрощения расчетов задача рассматривается в двумерной осесимметричной постановке. Модель содержит нагревательные плиты, пресс-форму и вулканизируемую резиновую смесь. Для имитации контрольной термопары используется значение температуры T_{sens} узла сетки конечных элементов, расположенного между нагревательным элементом и пресс-формой (рис. 1).

Алгоритм моделирования полного цикла процесса вулканизации представлен на рис. 2.

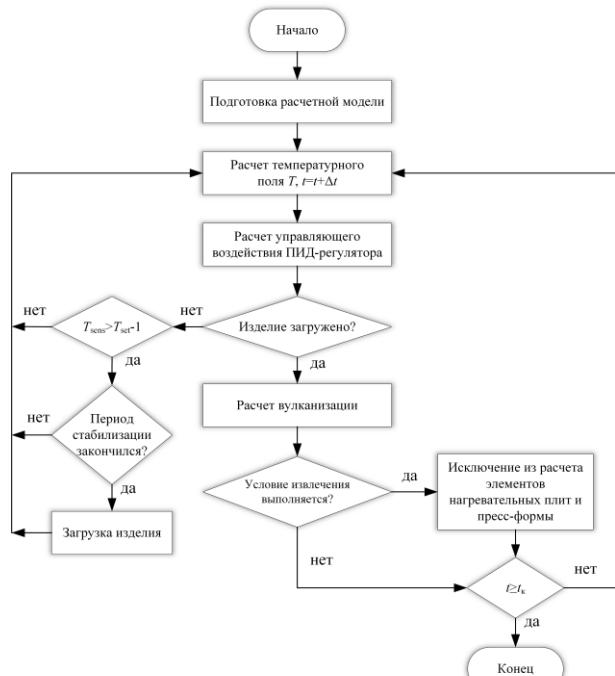


Рис. 2 – Алгоритм моделирования процесса вулканизации

Fig. 2 – Algorithm for modeling the vulcanization process

Прогрев вулканизационного оборудования осуществляется до достижения в контрольной термопаре температуры ($T_{set}-1$). После завершения прогрева закладываем определенное время на стабилизацию температуры в плитах и пресс-форме, а затем загружаем резиновую смесь. Для этого в

начале расчета конечным элементам изделия присваиваются свойства фиктивного материала с низкой плотностью, имитирующего воздух. В момент загрузки фиктивный материал заменяется материалом изделия, имеющим теплофизические свойства резиновой смеси. Для учета начальной температуры резиновой смеси 20 °C после ее загрузки используется малый первый шаг по времени (0.001 с) с граничным условием 1 рода в объеме смеси. На следующем шаге по времени данное граничное условие снимается и ведется расчет степени вулканизации по алгоритму, описанному в работе [16], до выполнения условия извлечения. Цикл программы завершается после того, как текущее время будет больше или равно времени вычислительного эксперимента.

Разработанный алгоритм (рис. 2) используется для теоретического расчета степени вулканизации изделий произвольной формы с целью определения наилучшего сочетания температуры уставки ПИД-регулятора T_{set} и времени выдержки изделия в пресс-форме t_v , которые обеспечивают минимальные затраты энергии и требуемую степень вулканизации по всему объему изделия.

Обсуждение результатов

На основе алгоритма (рис. 2) разработан универсальный программный модуль для системы конечно-элементного анализа ANSYS 2019 R2 [17]. Кинетические параметры вулканизации и теплофизические свойства резиновой смеси на основе натурального каучука для расчета взяты из работы [18]. В результате численного моделирования с использованием программного модуля строятся температурные поля и поля степени вулканизации в разные моменты времени. На рис. 3 и рис. 4 приведены примеры полей.

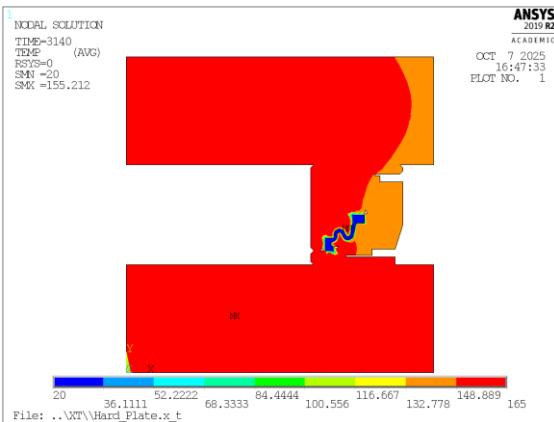


Рис. 3 – Температурное поле в момент загрузки резиновой смеси

Fig. 3 – Temperature field at the time of loading the rubber compound

Полученные изображения полей позволяют оценить протекание процесса вулканизации по всему объему резиновой смеси. Главная задача визуализации – определить, когда во всех элементах

достигается желаемая степень вулканизации и возникает ли реверсия при выбранных режимах. Также при моделировании учитывается влияние конструкции пресс-формы и нагревательных плит, что делает оценку кинетики вулканизации более приближенной к реальным производственным условиям.

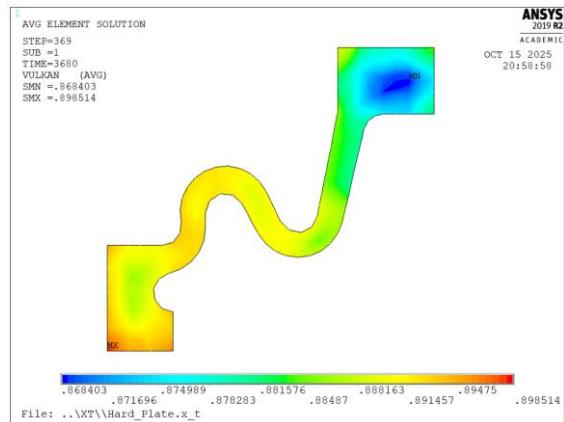


Рис. 4 – Поле степени вулканизации в момент времени 3680 с (8.8 мин. после загрузки резиновой смеси)

Fig. 4 – The field of the state of cure at 3680 s (8.8 min. after loading the rubber compound)

На основе данных численного моделирования назначаются оптимальные режимные параметры (температуру уставки T_{set} и время выдержки резиновой смеси в пресс-форме t_v), обеспечивающие минимальные затраты энергии на процесс вулканизации при сохранении требуемого качества готового изделия.

Также на выходе мы получаем численные значения управляющего воздействия и температуры уставки. Графики их изменения в процессе моделирования представлены на рис. 5. Резкое изменение управляющего воздействия в момент времени 52.5 мин. объясняется загрузкой резиновой смеси в пресс-форму.

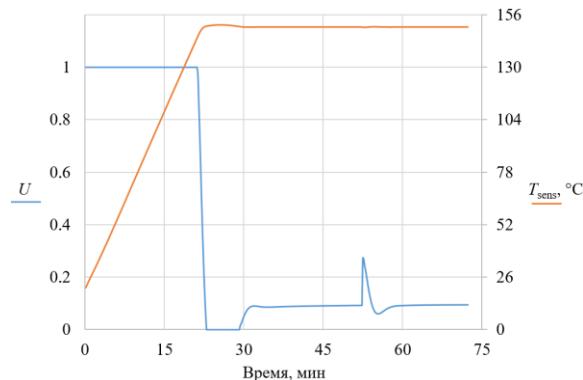


Рис. 5 – Графики изменения температуры T_{sens} и управляющего воздействия U

Fig. 5 – Graphs of temperature T_{sens} changes and the control action U

На основе данных об управляющем воздействии можно рассчитать затраты электроэнергии на

вулканизацию изделия и оценить экономическую эффективность производства РТИ. Например, для вулканизации рассматриваемого изделия потребовалось $1.38 \cdot 10^7$ Дж электроэнергии или 3.83 кВт·ч.

Заключение

Предложенный алгоритм численного моделирования позволяет получить данные о кинетике вулканизации РТИ произвольной формы. В алгоритме учитывается прогрев элементов прессового оборудования, стабилизация температуры, загрузка резиновой смеси, вулканизация и извлечение готового изделия с его последующим остыванием. Представленный расчет степени вулканизации может использоваться при оптимизации режимных параметров (температуры установки и времени выдержки резиновой смеси в пресс-форме) для повышения энергоэффективности производства изделий из резины.

Литература

- J. Lubura, P. Kojić, J. Pavličević, B. Ikonić, D. Balaban, O. Bera, *Polymers (Basel)*, **15**, 7, Article 1750 (2023). DOI: 10.3390/polym15071750.
- J. Gough, *Rubber Chem. Technol.*, **90**, 1, 89-107 (2017). DOI: 10.5254/rct.16.83774.
- M.H.R. Ghoreishy, *Iran. Polym. J.*, **25**, 1, 89-109 (2016). DOI: 10.1007/s13726-015-0405-5.
- M. Chen, Y. Zhou, Z. Shen, J. Liu, R. Gao, X. Li, L. Zhang, F. Li, *Polymer (Guildf)*, **287**, Article 126443 (2023). DOI: 10.1016/j.polymer.2023.126443.
- E. Leroy, A. Souid, R. Deterre, *Polym. Test.*, **32**, 3, 575–582 (2013). DOI: 10.1016/j.polymertesting.2013.01.003.
- Q. Adam, R. Behnke, M. Kaliske, *Int. J. Solids Struct.*, **185-186**, 365–379 (2020). DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2019.08.037.
- G. Pianese, G. Milani, F. Milani, *Chem. Eng. Trans.*, **99**, 493–498 (2023). DOI: 10.3303/CET2399083.
- W. Ebel, A. Nikanorov, E. Baake, *COMPEL - Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng.*, **36**, 2, 497–503 (2017). DOI: 10.1108/COMPEL-05-2016-0241.
- H. Lopes, S.P. Silva, J.P. Carvalho, J. Machado, *Sci. Rep.*, **12**, 1, Article 8002 (2022). DOI: 10.1038/s41598-022-11849-7.
- G. Pianese, G. Milani, R. Cerchiaro, M. Federico, *Chem. Eng. Trans.*, **86**, 1321–1326 (2021). DOI: 10.3303/CET2186221.
- T.H. Khang, Z.M. Ariff, *J. Therm. Anal. Calorim.*, **109**, 3, 1545–1553 (2012). DOI: 10.1007/s10973-011-1937-3.
- S. Rabiei, A. Shojaei, *Eur. Polym. J.*, **81**, 98–113 (2016). DOI: 10.1016/j.eurpolymj.2016.05.021.
- I.S. Han, C.B. Chung, S.J. Kang, S.J. Kim, H.C. Jung, *Polym. Korea*, **22**, 2, 223–230 (1998).
- X. Sun, A.I. Isayev, *Rubber Chem. Technol.*, **82**, 2, 149–169 (2009). DOI: 10.5254/1.3548241.
- E.N. Malygin, S.V. Karpushkin, A.O. Glebov, S.V. Karlov, *Chem. Pet. Eng.*, **53**, 5-6, 369–377 (2017). DOI: 10.1007/s10556-017-0349-z.
- A.I. Skomorokhova, A.O. Glebov, *Russ. J. Appl. Chem.*, **96**, 7, 757-761 (2023). DOI: 10.1134/S1070427223070066.
- Свид. о гос. регистрации программы для ЭВМ РФ 2025614332 (2025).
- А.И. Скоморокхова, А.О. Глебов, *Вестник Тамбовского государственного технического университета*, **31**, 3, 411-424 (2025). DOI: 10.17277/vestnik.2023.03.

References

- J. Lubura, P. Kojić, J. Pavličević, B. Ikonić, D. Balaban, O. Bera, *Polymers (Basel)*, **15**, 7, Article 1750 (2023). DOI: 10.3390/polym15071750.
- J. Gough, *Rubber Chem. Technol.*, **90**, 1, 89-107 (2017). DOI: 10.5254/rct.16.83774.
- M.H.R. Ghoreishy, *Iran. Polym. J.*, **25**, 1, 89-109 (2016). DOI: 10.1007/s13726-015-0405-5.
- M. Chen, Y. Zhou, Z. Shen, J. Liu, R. Gao, X. Li, L. Zhang, F. Li, *Polymer (Guildf)*, **287**, Article 126443 (2023). DOI: 10.1016/j.polymer.2023.126443.
- E. Leroy, A. Souid, R. Deterre, *Polym. Test.*, **32**, 3, 575–582 (2013). DOI: 10.1016/j.polymertesting.2013.01.003.
- Q. Adam, R. Behnke, M. Kaliske, *Int. J. Solids Struct.*, **185-186**, 365–379 (2020). DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2019.08.037.
- G. Pianese, G. Milani, F. Milani, *Chem. Eng. Trans.*, **99**, 493–498 (2023). DOI: 10.3303/CET2399083.
- W. Ebel, A. Nikanorov, E. Baake, *COMPEL - Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng.*, **36**, 2, 497–503 (2017). DOI: 10.1108/COMPEL-05-2016-0241.
- H. Lopes, S.P. Silva, J.P. Carvalho, J. Machado, *Sci. Rep.*, **12**, 1, Article 8002 (2022). DOI: 10.1038/s41598-022-11849-7.
- G. Pianese, G. Milani, R. Cerchiaro, M. Federico, *Chem. Eng. Trans.*, **86**, 1321–1326 (2021). DOI: 10.3303/CET2186221.
- T.H. Khang, Z.M. Ariff, *J. Therm. Anal. Calorim.*, **109**, 3, 1545–1553 (2012). DOI: 10.1007/s10973-011-1937-3.
- S. Rabiei, A. Shojaei, *Eur. Polym. J.*, **81**, 98–113 (2016). DOI: 10.1016/j.eurpolymj.2016.05.021.
- I.S. Han, C.B. Chung, S.J. Kang, S.J. Kim, H.C. Jung, *Polym. Korea*, **22**, 2, 223–230 (1998).
- X. Sun, A.I. Isayev, *Rubber Chem. Technol.*, **82**, 2, 149–169 (2009). DOI: 10.5254/1.3548241.
- E.N. Malygin, S.V. Karpushkin, A.O. Glebov, S.V. Karlov, *Chem. Pet. Eng.*, **53**, 5-6, 369–377 (2017). DOI: 10.1007/s10556-017-0349-z.
- A.I. Skomorokhova, A.O. Glebov, *Russ. J. Appl. Chem.*, **96**, 7, 757-761 (2023). DOI: 10.1134/S1070427223070066.
- Certificate of state registration of a computer program of the RF 2025614332 (2025).
- A.I. Skomorokhova, A.O. Glebov, *Transactions of the TSTU*, **31**, 3, 411-424 (2025). DOI: 10.17277/vestnik.2023.03.

© А. И. Скоморокхова – аспирант кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении» (КИСМ), Тамбовский государственный технический университет (ТГТУ), Тамбов, Россия, nasta373@mail.ru; А. О. Глебов – к.т.н., доцент кафедры КИСМ, ТГТУ, glebov.alex@inbox.ru.

© А. И. Skomorokhova – PhD-student of the Department of Computer Integrated Systems in Mechanical Engineering (CISME), Tambov State Technical University (TSTU), Tambov, Russia, nasta373@mail.ru; А. О. Glebov – PhD (Technical Sci.), Associate Professor of the CISME department, TSTU, glebov.alex@inbox.ru.

Дата поступления рукописи в редакцию – 22.10.25.

Дата принятия рукописи в печать – 03.12.25.