УДК 536.46

Р. Ш. Гайнутдинов

ДИНАМИЧЕСКИЙ РЕЖИМ ЗАЖИГАНИЯ ЭНЕРГОНАСЫЩЕННОГО МАТЕРИАЛА В ФОРМЕ СФЕРЫ. ТЕМПЕРАТУРА СРЕДЫ – ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ВРЕМЕНИ

Ключевые слова: динамический режим, теория зажигания, сфера, переменная температура среды, теплопроводность, коэффициент теплообмена, время, теплоемкость, плотность.

Приближенным методом решена задача зажигания конденсированного химического вещества в форме сферы конвективным тепловым потоком при динамическом режиме, когда температура среды является экспоненциальной функцией времени. Предложены расчетные формулы для определения параметров зажигания реагента.

Keywords: dynamic mode, the theory of the ignition area, temperature, conductivity, coefficient of heat transfer, time, heat capacity and density.

Approximate method to solve the problem of ignition of condensed chemical in the form of spheres of convective heat flow in the dynamic mode when the ambient temperature is an exponential function of time. Proposed formulas for determining the parameters of the ignition of the reagent.

Введение

В рамках тепловой теории зажигания предполагается, что основные процессы, ответственные к зажиганию реагента, происходят в конденсированной фазе.

В тепловой теории зажигания конденсированных химических веществ имеет место нединамические и динамические режимы. В первом случае параметры, входящие в граничные условия, явно от времени не зависят. В динамических режимах эти параметры являются функциями времени. Нединамический режим зажигания конденсированного вещества в форме сферы конвективным тепловым потоком рассмотрен в работе [1]. В настоящей статьи исследуется динамический режим зажигания конденсированного химического вещества в форме сферы, когда температура окружающей среды повышается по экспоненциальному закону

$$T_c\,(t) = T_m - (T_m - T_0)\exp(-kt),$$

где T_m – максимальная температура среды, T_0 – начальная температура, k – постоянная.

Постановка задачи

Реагирующее твердое химическое вещество в форме сферы нагревается внешним конвективным тепловым потоком, где коэффициент теплообмена α является постоянной величиной, а температура среды Tc изменяется по экспоненциальному закону от начального значения T_0. Радиус сферического тела R_1. Нагрев сферического тела осуществляется конвекцией по закону Ньютона. Под воздействием внешнего источника тепла в реагенте сферической форме развивается экзотермическая химическая реакция нулевого порядка по закону Аррениуса.

Требуется составить математическую модель рассматриваемой задачи и из ее решения получить выражения для определения основных характеристик зажигания. Математическая модель рассматриваемой задачи точного аналитического решения не имеет. Она решается приближенными или численными методами. В данной работе используется приближенный метод [2], согласно которому она описывается следующими уравнениями:
уравнение теплопроводности для сферического тела

$$\partial T(r,t)/\partial t = a(\partial^2 T(r,t)/\partial r^2 + 2\partial T(r,t)/r\partial r), \qquad (1)$$

граничные условия

$$\alpha(T_c(t) - T(R_1,t)) = \lambda\, \partial T(R_1,t)/\partial r, \qquad (2)$$

$$\partial T(0,t)/\partial r = 0, \qquad (3)$$

начальное условие

$$T(r, 0) = T_0, \qquad (4)$$

условие зажигания

$$\alpha(T_c(t) - T_п) = 4{,}2(\lambda Q_v k_0 \exp(-E/(RT_п))RT_п^2/E)^{1/2}. \qquad (5)$$

Значение температуры на поверхности $T(R_1,t)$, входящее в условие зажигания, определяется из решения системы уравнений (1) – (4) и имеет вид [3]:

$$T(R_1,t) = T_0 + (T_m - T_0)(1 - s - s_1),$$

где

$$s = Bi \sin(p) \exp(-pd\, Fo)/((Bi - 1)\sin(p) + p\cos(p)); \quad (6)$$

$$s_1 = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{A_n}{(1-\mu_n^2/pd)} \frac{\sin\mu_n}{\mu_n} \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (7)$$

$pd = kR_1^2/a$; $p = (pd)^{1/2}$.

Численные значения μ_n и A_n зависят от критерия Био. Первые шесть значений μ_n и A_n приведены в таблицах [3]. В работе [3] показано, что в уравнении (6) ряды быстро сходятся, начиная со значений $Fo > Fo_1 = 0{,}4 - 0{,}5$ можно ограничиться первым членом ряда. Однако, расчеты показывают, что быстрое зажигание сферического пороха происходит при малых $Fo < Fo_1$. Поэтому рядами в уравнении (6) не удается пренебречь.

Для иллюстрации приведем численный примеры

Пример. Необходимо определить характер изменения температуры окружающей среды по экспоненциальному закону для зажигания сферического пороха с радисом R_1 = 1мм в течение 1с. Коэффициент k = 0,5.

Начальная температура газового потока и реагента T_n = 300 K. Исходные теплофизические и кинетические данные пороха:

$\lambda = 0{,}1254$; $c = 1254$; $\rho = 1500$; $Q_v k_0 = 1{,}5 \cdot 10^{28}$;

$E/R = 24000$; $Bi = 10$; $\alpha = 627$.

Решение. При Bi = 10 из таблиц работы [3] определяются значения:

$\mu_1 = 2{,}8363$; $\mu_2 = 5{,}7172$; $\mu_3 = 8{,}6587$;

$\mu_4 = 11{,}6532$; $\mu_5 = 14{,}6870$; $\mu_6 = 17{,}7481$.

$A_1 = 1{,}9249$; $A_2 = -1{,}7381$; $A_3 = 1{,}5141$;

$A_4 = -1{,}3042$; $A_5 = 1{,}1269$; $A_6 = -0{,}9827$.

Вычисляются значения:

$f_1 = A_1 \sin(\mu_1) \exp(-\mu_1^2 Fo)/(1-\mu_1^2/pd)/\mu_1$

$f_2 = A_2 \sin(\mu_2) \exp(-\mu_2^2 Fo)/(1-\mu_2^2/pd)/\mu_2$;

$f_3 = A_3 \sin(\mu_3) \exp(-\mu_3^2 Fo)/(1-\mu_3^2/pd)/\mu_3$;

$f_4 = A_4 \sin(\mu_4) \exp(-\mu_4^2 Fo)/(1-\mu_4^2/pd)/\mu_4$;

$f_5 = A_5 \sin(\mu_5) \exp(-\mu_5^2 Fo)/(1-\mu_5^2/pd)/\mu_5$;

$f_6 = A_6 \sin(\mu_6) \exp(-\mu_6^2 Fo)/(1-\mu_6^2/pd)/\mu_6$;

$s_1 = Bi \sin(p) \exp(-pd\, Fo)/((Bi - 1)\sin(p) + p\cos(p))$;

$s = f1+f2+f3+f4+f5+f6$.

Тогда формула для определения температуры на поверхности пороха имеет вид

$$T(R_1,t) = T_n + bt(1 - s_1 - s). \quad (8)$$

Численные значения $T(R_1,t)$ и времени зажигания t_z определяются из решения уравнения (5) итерационным методом. Результаты расчетов примера 1: $T(R_1,t) = 551$ K; $t_z = 1{,}78$ с.

Пример 2. Радиус сферы R_1= 1мм. Остальные условия, рассмотренные в примере 1, сохраняются. Табличные значения A_n и μ_n находятся при $Bi = 5$.

Результаты расчетов: $T(R_1,t) = 520$ K; $t_z = 1{,}69$ с;

T_m= 1442 K; T_c = 749; Fo = 0,057.

Таким образом, решена задача зажигания сферического пороха при динамическом режиме, когда температура среды изменяется по экспоненциальному закону. Даны расчетные формулы для определения параметров зажигания.

Обозначения

T – температура материала, K; T_c – температура среды, K; r – координата, м; α – коэффициент теплообмена, Вт/(м^2.К); Q_v – тепловой эффект реакции на единицу объема, Дж/м^3; k_0 – предэкспоненциальный множитель, 1/с; E– энергия активации, Дж/моль; t – время, с; t_z – время задержки зажигания; R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К); T_n – начальная температура материала, K; $a = \lambda/(c \cdot \rho)$ – коэффициент температуропроводности, м^2/с; λ – коэффициент теплопроводности, Вт / (м . К); ρ – плотность материала, кг/м^3; c – коэффициент теплоемкости, Дж/(кг·К); $T(R_1,t)$ – температура на поверхности шара, K; $Bi = \alpha R_1/\lambda$– критерий Био; Fo – критерий Фурье.

Индексы: c – среда; v – объем; z – зажигание.

Литература

1. Гайнутдинов Р. Ш. Тепловая теория зажигания энергонаыщенного материала в форме сферы при граничных условиях третьего рода./Р. Ш. Гайнутдинов// Вестник КГТУ.– 2011.–№5.– С.40.
2. Аверсон, А. Э. К тепловой теории зажигания конденсированных веществ / А. Э. Аверсон, В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов // Докл. АН СССР. – 1966. – Т.169. – № 1. – С. 158–161.
3. Лыков, А.В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков.- М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.

© **Р. Ш. Гайнутдинов** - проф. каф. ХТВМС КНИТУ, grafail@mail.ru.