

Р. Н. Ганиев

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ЭКСТРУЗИИ РЕЗИНОТЕХНИЧЕСКИХ СМЕСЕЙ ПРИМЕНЕНИЕМ РЕГУЛИРУЕМОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Ключевые слова: экструзия, резинотехническая смесь, варьируемые параметры, электропривод с векторным управлением.

Рассмотрена задача параметрической оптимизации процесса экструзии резинотехнических смесей за счет управления механическими параметрами червяка экструдера применением регулируемого электропривода с векторным управлением. Приведен алгоритм решения задачи оптимизации процесса экструзии по алгоритму Левенберга-Марквардта, приведены результаты определения варьируемых параметров червяка по критериям производительности, энергопотребления и качества экструдата.

Key words: extrusion, rubber mixture, variable parameters, the electric vector control.

The problem of parametric optimization of the extrusion process of rubber mixtures by controlling the mechanical parameters of the worm extruder using variable speed drive with vector control. The algorithm for solving the optimization problem of the extrusion process on the Levenberg-Marquardt algorithm, the results of the definition of variable parameters worm on the criteria of performance, power consumption and quality of the extrudate.

Подавляющее большинство современных промышленных экструдеров, применяемых для шприцевания резинотехнических смесей, оснащены регулируемыми электроприводами переменного тока червяка. Благодаря применению систем векторного управления в составе данных электроприводов появилась возможность раздельного управления скоростью и моментом приводного двигателя и, соответственно, крутящим моментом и скоростью вращения червяка. Как показывает анализ реологических и энергосиловых параметров процесса экструзии [1,2,3], указанное преимущество таких систем позволяет оптимизировать процесс по критериям максимального качества, производительности и минимального энергопотребления. Управление параметрами червяка (скоростью и моментом на валу) требует определения оптимальных значений варьируемых величин, поддержание значения которых обеспечило бы оптимальный режим всего процесса экструзии. В условиях экструзии полимерных материалов это представляет многокритериальную задачу с определением оптимальных значений нескольких варьируемых параметров. Данная задача может быть решена путем применения алгоритмов оптимизации, основанных на использовании производных и текущих значений минимизируемой функции нескольких параметров, при этом на варьируемые параметры должны быть наложены ограничения в виде параметрических границ. В этих условиях расчёт оптимального режима экструзии представляет собой математическую неопределённую задачу со многими возможными решениями. Решение оптимизационной задачи позволяет определить значения варьируемых параметров червяка, при которых обеспечивается удовлетворительный процесс экструзии с требуемым качеством шприцуемого изделия.

В общем случае задача параметрической оптимизации может быть сформулирована в следующем виде [5]. Требуется найти вектор $\vec{x}$, обеспечивающий минимизацию целевой функции $\min \Phi(x)$, при ограничениях:

$$g_i(\vec{x})=0, i=1,2$$

$$g_i(\vec{x}) \leq 0, i=1,2,\dots,m; \\ x_1 \leq x_i \leq x_m, \quad (1)$$

где $\vec{x}$ – вектор оптимизируемых параметров ($x_i \in R^n$); $\Phi(\vec{x})$ – скалярная целевая функция (критерий) векторного аргумента ($\Phi(\vec{x}): R^n \rightarrow R$); $g_i(\vec{x})$ – также некоторые скалярные функции векторного аргумента; R^n – n -мерное пространство искомых переменных.

При необходимости задача максимизации сводится к задаче минимизации заменой $\Phi(\vec{x})$ на (минус) – $\Phi(x)$.

Эффективность и точность решения данной задачи зависит как от числа параметров и ограничений, так и от вида целевой функции.

Существующие алгоритмы оптимизации могут быть разделены на две группы — алгоритмы, базирующиеся на использовании производных минимизируемой функции (градиентные методы, в том числе методы второго порядка) и алгоритмы, использующие текущие значения функции (безградиентные методы).

К числу последних относится, например, симплексный метод Нелдера—Мида, пригодный для минимизации нелинейных и разрывных функций. Градиентные методы (методы первого порядка) эффективны в случаях целевых функций, непрерывных вместе с первыми производными. Методы второго порядка, такие как метод Ньютона, применяются реже, поскольку требуют больших вычислительных затрат для расчета матриц вторых производных.

Классический метод Ньютона использует так называемый гессиан функции. Шаг метода определяется произведением матрицы, обратной к гессиану, на градиент функции. Если функция является положительно определенной квадратичной формой, то за один шаг данного метода мы окажемся в её минимуме. В случае знаконеопределенной квадратичной формы, у которой нет минимума, решение сходится к «седловой точке» или к максимуму. Ре-

результатом служит стационарная точка в виде квадратичной формы.

Квази-ньютоновские методы решают эту проблему следующим образом: вместо гессиана используется его положительно определенная аппроксимация. Если гессиан положительно определен, то совершаем шаг по методу Ньютона. Если гессиан знаконеопределен, то перед совершением шага по методу Ньютона гессиан модифицируется так, чтобы он был положительно определен.

Смысл данного подхода в том, что шаг всегда совершается в направлении убывания функции. В случае, если гессиан положительно определен, мы используем его для построения квадратичной аппроксимации поверхности, что должно ускорить сходимость. Если гессиан знаконеопределен, то мы заведомо движемся в направлении убывания функции.

Градиентные методы используют информацию о наклоне функции для выбора направления поиска экстремума. В одном из таких методов – наискорейшего спуска – на каждой итерации движение к точке минимума осуществляется в направлении $\vec{\Phi}(\vec{x})$, где $\vec{\Phi}(\vec{x})$ – вектор-градиент целевой функции $\Phi(\vec{x})$. Этот метод оказывается неэффективен в ситуациях, когда поверхность целевой функции имеет узкие «овраги», как, например, у известной функции Розенброка.

В случае многофункционального процесса экструзии задача оптимизации сводится к поиску минимума целевой функции переменных процесса $\vec{\Phi}(\vec{x}): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. По сути, эта задача равносильна нахождению нуля градиента $\vec{\Phi}(\vec{x})$. Применяя метод Ньютона для многомерной системы, получим [6]:

$$\vec{\Phi}(\vec{x}_j) + \vec{H}(\vec{x}_j)(\vec{x}_{j+1} - \vec{x}_j) = 0, j = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (2)$$

где $\vec{H}(\vec{x}_j)$ – гессиан функции $\vec{\Phi}(\vec{x}_j)$, в виде итераций это выражение примет вид:

$$\vec{x}_{j+1} = \vec{x}_j - \vec{H}^{-1}(\vec{x}_j) \vec{\Phi}(\vec{x}_j). \quad (3)$$

Поиск решения продолжается до тех пор, пока не выполнится условие

$$\left| \vec{x}_{j+1} - \vec{x}_j \right| \leq \varepsilon, \quad (4)$$

где ε – заданная точность вычисления.

Для поиска оптимального вектора свободных параметров $\vec{x}_{j+1}$ целесообразно использовать задачу о наименьших квадратах, формулируемую в виде [7]:

$$F(\vec{x}) = \left\| \vec{\Phi}(\vec{x}) \right\|^2 = \sum_{i=1}^m \vec{\Phi}_i^2(\vec{x}) = \sum_{i=1}^m (\vec{\Phi}_i(\vec{x}) F_i)^2 \rightarrow \min. \quad (5)$$

В данном случае градиент и матрица Гессе имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}(\vec{x}) &= 2\vec{J}^T(\vec{x})\vec{\Phi}(\vec{x}), \\ \vec{H}(\vec{x}) &= 2\vec{J}^T(\vec{x})\vec{J}(\vec{x}) + 2\vec{Q}(\vec{x}) \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где $\vec{Q}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^m \vec{\Phi}_i(\vec{x}) \vec{H}_i(\vec{x})$, $\vec{J}(\vec{x})$ – матрица Якоби

вектор-функции $\vec{\Phi}_i(\vec{x})$, $\vec{H}_i(\vec{x})$ – матрица Гессе для ее компоненты $\vec{\Phi}_i(\vec{x})$.

А направление поиска $\vec{d} = \vec{x}_{j+1} - \vec{x}_j$ определится из системы:

$$\left[\vec{J}^T(\vec{x})\vec{J}(\vec{x}) + \sum_{i=1}^m \vec{\Phi}_i(\vec{x})\vec{H}_i(\vec{x}) \right] \vec{d} = \quad (7)$$

$$-2\vec{J}^T(\vec{x})\vec{\Phi}(\vec{x}).$$

Или в более компактном виде:

$$\frac{1}{2} \vec{H}(\vec{x}) \vec{d} = -\vec{F}(\vec{x}). \quad (8)$$

Откуда итерационный процесс:

$$\vec{x}_{j+1} = \vec{x}_j - \vec{F}(\vec{x}) \vec{H}^{-1}(\vec{x}). \quad (9)$$

Однако, как ранее отмечалось, вычисление гессиана на каждой итерации сопряжено с трудоемкой операцией вычисления матрицы производных второго порядка. Одной из модификаций метода является метод Гаусса-Ньютона, строящийся на положении о том, что слагаемое $\vec{J}^T(\vec{x})\vec{J}(\vec{x})$ доминирует над $\vec{Q}(\vec{x})$. Тогда можно записать:

$$\left[\vec{J}^T(\vec{x})\vec{J}(\vec{x}) \right] \vec{d} = -2\vec{J}^T(\vec{x})\vec{\Phi}(\vec{x}). \quad (10)$$

Таким образом, когда норма $\vec{Q}(\vec{x})$ близка к нулю, а матрица $\vec{J}(\vec{x})$ имеет полный столбцовый ранг, направление $\vec{d}$ мало отличается от ньютоновского (с учётом $\vec{Q}(\vec{x})$), и метод может достигать квадратичной скорости сходимости, хотя вторые производные и не учитываются. Улучшением метода является алгоритм Левенберга – Марквардта [6]. Согласно данному алгоритму направление поиска определяется из системы:

$$\left[\vec{J}^T(\vec{x}_k)\vec{J}(\vec{x}_k) + \lambda_k \vec{I} \right] \vec{d}_k = \vec{J}^T(\vec{x}_k)\vec{\Phi}(\vec{x}_k), \quad (11)$$

где $\vec{I}$ – единичная матрица, λ_k – параметр алгоритма, определяемый в процессе линейной (скалярной) оптимизации вдоль выбранного направления. Отсюда направление поиска:

$$\vec{d}_k = (\vec{J}^T(\vec{x}_k)\vec{J}(\vec{x}_k) + \lambda_k \vec{I})^{-1} \vec{J}^T(\vec{x}_k)\vec{\Phi}(\vec{x}_k). \quad (12)$$

Преимуществом алгоритма является возможность выбора λ_k , который можно осуществлять, делая его значение достаточным для монотон-

ного спуска по функции $F(x)$. То есть можно увеличивать данный параметр до тех пор, пока не будет достигнуто условие $F(x_{k+1}) < F(x_k)$. Указанные операции можно осуществить с применением ЭВМ. Для поиска минимума целевой функции использован алгоритм Левенберга – Марквардта, реализованный в пакете Mathcad 13 с помощью встроенной функции «Minimize».

В пакете под $J(x)$ понимается матрица-якобиан размером $m \times n$, то есть матрица первых частных производных вектор-функции $\Phi(x)$ по векторному аргументу x , а не определитель этой матрицы, как обычно принято в математической литературе [5].

Для случая производства резинотехнических полуфабрикатов путем экструзии задача параметрической оптимизации решается отысканием оптимального скоростного и температурного режима машины с заданными конструктивными параметрами. Поскольку геометрические размеры машины и свойства смесей не подлежат изменению, число варьируемых параметров уменьшается, что заметно упрощает многокритериальную задачу оптимизации. В этом случае задача параметрической оптимизации сводится к отысканию набора механических параметров червяка, являющегося оптимальным в смысле некоторых критериев. При этом на варьируемые параметры наложены ограничения в виде параметрических границ.

В качестве примера рассмотрим задачу параметрической оптимизации процесса экструзии в шприцмашине МЧТ-250. Данная машина используется при переработке резиновой смеси 4НК-971 в составе поточной линии по производству протекторов ИРУ-16Б на ООО «Нижекамский завод грузовых шин».

К числу исходных параметров задачи следует отнести реологические константы перерабатываемой смеси, а так же геометрические размеры шприцмашины:

$t=0,25\text{м}$ – шаг винтовой нарезки червяка;
 $D=0,25\text{м}$ – диаметр червяка;
 $h_{cp}=0,05\text{м}$ – средняя глубина винтового канала червяка;
 $i=2$ – число заходов червяка;
 $\varphi=0,3\text{рад}$ – угол подъема винтовой нарезки;
 $B=0,104\text{м}$ – аксиальная ширина канала червяка;
 $\delta=0,0008\text{м}$ – зазор между гребнем червяка и цилиндром;
 $e=0,013\text{м}$ – ширина лопасти винтовой нарезки червяка;
 $L_1=1,05\text{м}$ – эффективная длина нарезной части червяка;
 $l_0=0,67\text{м}$ – длина зоны дозирования;
 $w=0,8\text{м}$ – ширина щели формирующей головки;
 $L=0,31\text{м}$ – длина формирующей головки;
 $h=0,035\text{м}$ – средняя высота щели формирующей головки;
 $n=0,225$ – средний индекс течения полимера;
 $c=2200\text{Дж/(кг К)}$ – теплоемкость смеси;
 $\mu_0=2000000\text{Па с}$ – начальная (ньютоновская) вязкость смеси;

$G=200000\text{Па}$ – модуль упругости перерабатываемого материала;

$M_w=120000\text{ а. е. м.}$ – среднемассовая молекулярная масса полимера;

$A_\eta=0,0025\text{ Па с}$ – коэффициент молекулярного состава смеси;

$Q_n=0,00074\text{ м}^3/\text{с}$ – номинальная производительность экструдера;

$A_3=0,0002852\text{ м}^3/\text{с}^2$ – геометрическая постоянная экструдера;

$R=8,31\text{ Дж/(моль К)}$ – универсальная газовая постоянная.

$A_t=100$ – коэффициент теплового рассеяния.

При отыскании оптимального режима учитывалась возможность изменения частоты вращения электродвигателя с помощью датчика скорости на пульте управления, а также предварительного разогрева резиновых смесей до необходимой температуры перед вводом в экструдер. В качестве варьируемых параметров принимались значения скорости вращения рабочего вала $\omega_{ш}$, момента на валу червяка $M_{ш}$ и температуры разогретой смеси T_i . Пределы изменения варьируемых параметров: $0 < \omega_{ш} < 8\text{ (рад/с)}$, $333 < T_i < 373\text{ (К)}$, $500 < M_{ш} < 1500\text{ (Нм)}$.

Оценка результатов оптимизации производится с помощью обобщенного критерия в виде взвешенной суммы нормированных частных критериев:

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^k \lambda_i \Phi_i(x), \quad (13)$$

где λ_i – весовые коэффициенты, в которые проектировщик вкладывает смысл "относительной важности" соответствующего критерия Φ . При этом

$$\lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1.$$

В качестве частных критериев оптимальности были приняты: максимальная производительность машины МЧТ-250 – Q_{max} , минимальная потребляемая мощность – $W_{n\ min}$, минимальное значение критерия неустойчивости течения экструдата Ns_{min} .

Минимум обобщенного критерия оптимальности имеет вид:

$$\Phi = \lambda_1 \left(\frac{Q_{max} Q}{Q_{max}} \right)^2 + \lambda_2 \left(\frac{W_{min} W}{W_{min}} \right)^2 + \lambda_3 \left(\frac{N_{smin} N_s}{N_{smin}} \right)^2, \quad (14)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – весовые коэффициенты, соответственно, производительности, потребляемой мощности и критерия неустойчивости течения, учитывающие важность сохранения экстремальных значений отдельных показателей, полученных при частной оптимизации. Данные частных оптимизаций были найдены решением оптимизационных задач при вариации весовых коэффициентов целевой функции (14). Согласно рекомендациям [5], при нахождении оптимального значения выбранного параметра его весовой коэффициент принимался равным единице, а весовые коэффициенты при всех других параметрах приравнивались нулю. Нахождение частных оптимумов проводилось при политропическом про-

цессе экструзии протекторной смеси 4НК-971.К примеру, полученный путем моделирования параметрический трехмерный график зависимости качества экструдата от варьируемых параметров ω , M , приведен на рис.2.

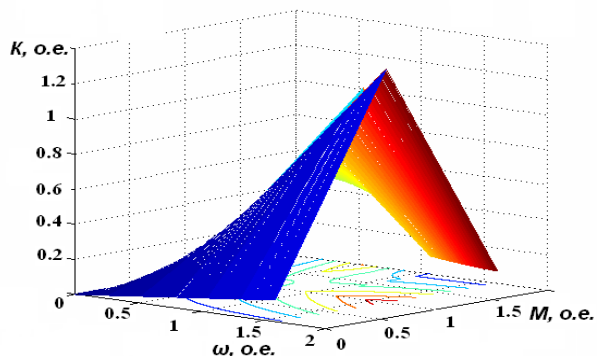


Рис. 1 - Зависимость качества экструдата от скорости вращения и момента на валу червяка

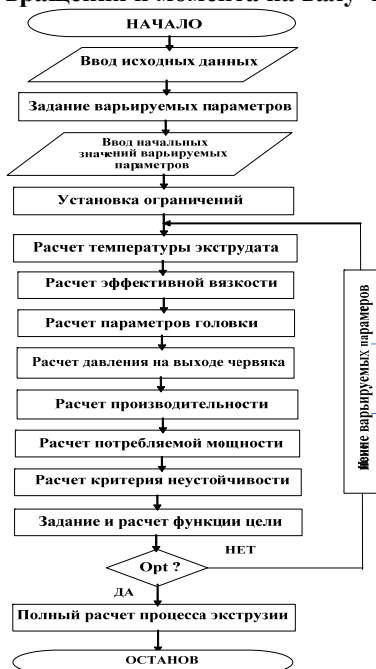


Рис. 2 - Алгоритм оптимизационного расчета процесса экструзии

Данная зависимость наглядно иллюстрирует результаты частной оптимизации по критерию качества: максимум критерия наблюдается при относительном значении скорости вращения червяка 0,6 и относительном значении момента – 0,9, что соответствует абсолютным значениям частоты вращения 42 об/мин и момента на валу 1,5 кНм [4].

Блок-схема программного решения оптимизационной задачи приведена на рис. 2. Программа оптимизационного расчёта выполнена в среде Mathcad 13, где для поиска оптимума используется стандартная функция Minimize. Алгоритм поиска минимума основан на методе Левенберга_Мрквадта.

Программа оптимизационного расчёта выполнена в среде Mathcad 13, где для поиска оптимума используется стандартная функция Minimize. Результат решения оптимизационной задачи приве-

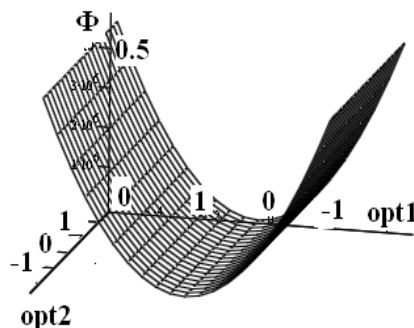
ден на рис. 3,а. Минимум целевой функции Φ согласно (5), построенный в зависимости от сумм частных оптимумов:

$$\text{opt}_1 = \lambda_1 \left(\frac{Q_{\max} Q}{Q_{\max}} \right)^2 + \lambda_2 \left(\frac{W_{\min} W}{W_{\min}} \right)^2,$$

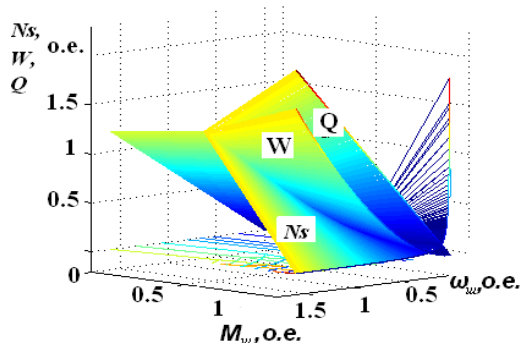
$$\text{opt}_2 = \lambda_3 \left(\frac{N_{s\min} N_s}{N_{s\min}} \right)^2,$$

свидетельствует о существовании оптимальных значений варьируемых параметров $M_{\text{опт}}$ и $\omega_{\text{опт}}$ при которых возможны наибольшая производительность при минимальном значении критерия неустойчивости течения.

В ходе решения задачи получены график оптимального сочетания критериев оптимизации в зависимости от варьируемых параметров привода $M_{\text{ш}}$ и $\omega_{\text{ш}}$ (рис. 3,б). Зависимости наглядно иллюстрируют экстремальный характер исследуемого процесса.



а



б

Рис. 3 - Результаты решения оптимизационной задачи: а) обобщенный критерий оптимальности процесса экструзии; б) графики зависимости критерия неустойчивого течения (N_s), производительности (Q), потребляемой мощности (W) от варьируемых параметров $M_{\text{ш}}$, $\omega_{\text{ш}}$

Кривая, полученная в результате пересечения поверхностей $W=f(\omega, M)$, $Q=f(\omega, M)$, $K=f(\omega, M)$ критериев в трехмерном пространстве, соответствует ряду значений скоростей и моментов, при которых обеспечивается оптимальное сочетание критериев (рис. 3, б).

Литература

1. Автоматизированное проектирование и расчет шнековых машин: Монография / М.В. Соколов [и др.] – М.:

- Машиностроение-1, 2004. – 248 с.
2. Ким, В.С. Теория и практика экструзии полимеров : учеб. и учеб. пособия для вузов / В.С. Ким. – М. : Химия, Колос, 2005.—568 с.
 3. Торнер, Р.В. Теоретические основы переработки полимеров (механика процессов) / Р.В. Торнер. – М. : Химия, 1977.— 464с.
 4. Проведение предремонтных инструментальных испытаний и регламентный контроль электроприводов поточной линии по производству протекторов ИРУ-16Б: отчет о НИР / Нижнекамский химико-технол. ин-т. – Нижнекамск, 2009. – 142 с.
 5. Дьяконов, В. П. Mathcad 11,12,13 в математике: справочник / В. П. Дьяконов. – М.: Горячая Линия – Телеком, 2007 – 960 с.
 6. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах: учеб. пособие/В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. — 3-е изд. стер. — М.: Высш. шк., 2008. — 480 с: ил.
 7. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах: учеб. Пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. – 2-е изд., исправл. – М. Высш. шк., 2005. – 544 с.: ил.
 8. Виноградова, С.С. Оценка вероятного минимального значения коррозионной стойкости многослойных систем покрытий / С.С. Виноградова, Ж.В. Межевич, А.Х. Каримов, И.Б. Мурашова // Вестник Казанского технологического университета, Т.15, №4, 2012. С. 132-135.
 9. Авилова, В.В. Роль РФ в обеспечении процесса вступления стран СНГ в ВТО / В.В. Авилова, Д.Х. Галлямова // Вестник Казанского технологического университета, Т.15, №4, 2012. С.173-176.

© Р. Н. Ганиев – ст. препод. каф. ЭТЭОП НХТИ КНИТУ, aer-nk@mail.ru.