

УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ КАК ЭЛЕМЕНТА КНОПОЧНОГО ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЯ

Ключевые слова: полая цилиндрическая панель, кнопочный переключатель, устойчивость, верхняя критическая сила, нижняя критическая сила, метод конечных разностей.

На основе теории пологих упругих оболочек методом конечных разностей решается задача устойчивости прямоугольной в плане цилиндрической панели под действием поперечной силы, приложенной в центре панели. Криволинейные края панели свободно опираются на полусферические опоры. При статическом нагружении панель деформируется с образованием больших прогибов. Панель является основным элементом кнопочного переключателя, для которого определяются величины верхней и нижней критических сил.

Keywords: shallow cylindrical panel, pushbutton switch, stability, upper critical force, lower critical force, finite difference method.

The stability problem of rectangular in plane shallow cylindrical panel under the transverse force applied at the center of the panel was solved using the finite difference method and the theory of shallow elastic shells. The curvilinear edges of the panel are based freely on the hemispherical supports. Under the static loading the panel is deformed with the formation of a large deflections. The panel is a primary element of pushbutton switch for which the magnitudes of the upper and lower critical forces are determined.

Постановка и метод решения задачи

В геометрически нелинейной постановке решена задача напряжённо-деформированного состояния и устойчивости упругой полой цилиндрической панели. Размеры плана панели a, b и толщина t показаны на рис.1. Криволинейные края AC и DG панели свободно опираются на гладкие полусферические поверхности. Поперечная сила P приложена статически в центре поверхности панели и распределена по малой площадке. Такие панели являются элементом кнопочного переключателя, для которого важно знать величины верхней и нижней критических сил.

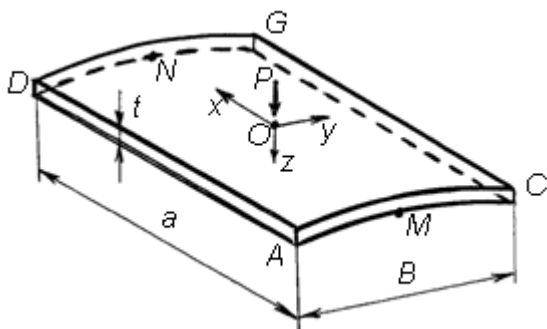


Рис. 1 – Прямоугольная в плане цилиндрическая панель

Особенностью деформирования панели со свободно опёртыми краями является то, что потеря устойчивости происходит с большими прогибами. Теория среднего изгиба пологих изотропных оболочек с достаточной точностью описывает напряжённо-деформированное состояние и явление устойчивости оболочки, если она является тонкой ($t < b/20$), а высота стрелы подъёма H на порядок меньше размера b (рис.2). Геометрические и физические зависимости теории оболочек при больших прогибах содержатся в монографиях [1, 2]. Уравнения равновесия цилиндрической оболочки с

учётом несовершенств формы имеются в работах [3, 4]. Поскольку края панели могут свободно смещаться в направлении осей x, y то краевые условия проще выразить через функцию напряжений.

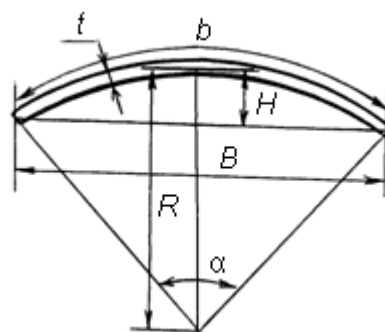


Рис. 2 – Сечение панели

Тогда условие равновесия и совместности деформаций предпочтительно использовать в виде двух дифференциальных уравнений четвёртого порядка:

$$\nabla^4 w \frac{Et^2}{12(1-\nu^2)} = \frac{q}{t} + \left(\frac{1}{R} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad (1)$$

$$\nabla^4 \Phi + \frac{E}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right].$$

Здесь w – прогиб, Φ – функция напряжений, E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона, R – радиус кривизны срединной поверхности панели, q – интенсивность распределённой поперечной силы. Условия свободных краёв записываются в виде:

$$\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0,$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = 0, \quad x = \pm 0,5a,$$

$$\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} = 0, \quad y = \pm 0,5b.$$

В точках опирания панели N и M прогиб равен нулю. В угловых точках сдвигающие усилия и крутящие моменты отсутствуют:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0. \quad (3)$$

Система дифференциальных уравнений (1) с краевыми условиями (2), (3) решалась методом конечных разностей. Аппроксимация производных принята с погрешностью порядка квадрата шага сетки, а для нелинейных составляющих уравнений – с повышенной точностью аппроксимации. Учитывая симметрию деформирования панели, достаточно рассматривать четвертую часть её поверхности, на которую была нанесена сетка с числом делений 12×6 . Таким образом, задача была сведена к решению нелинейной системы разностных уравнений 162 порядка. Для решения системы нелинейных разностных уравнений применялся метод общей итерации [2]. Для построения зависимости «прогиб – поперечная сила» ведущим параметром был принят прогиб в центре панели.

Результаты вычислений

На рис.3 построены зависимости «прогиб центра – поперечная сила» для трёх примеров.

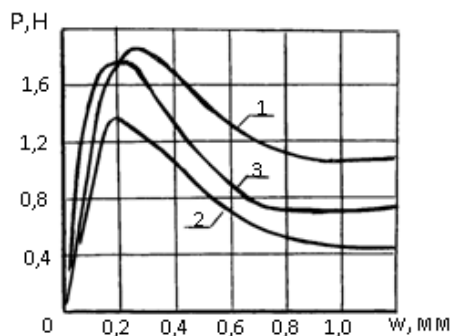


Рис. 3 – Зависимости «прогиб – поперечная сила»

Пример 1. Панель имеет следующие размеры и упругие характеристики: $a = 20\text{мм}$; $B = 10\text{мм}$; $H = 0,4\text{мм}$; $t = 0,1\text{мм}$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{МПа}$; $\nu = 0,3$. При медленном возрастании поперечной силы от нуля до верхней критической $0 < P < 1,93\text{Н}$ прогиб в центре панели увеличивается от нуля до $0,28\text{мм}$ (кривая 1). Затем происходит перестройка

равновесной формы панели хлопком: прогиб центра значительно увеличивается, а угловые точки приподнимаются. При уменьшении силы от $1,93\text{Н}$ до $1,1\text{Н}$ прогиб центра уменьшается до $1,1\text{мм}$. При силе $1,1\text{Н}$ происходит обратный выхлоп: панель принимает первоначальную равновесную форму, а прогиб в центре панели будет равен $0,08\text{мм}$. Таким образом, по кривой 1 можно определить верхнюю $P_{\max} = 1,93\text{Н}$ и нижнюю $P_{\min} = 1,1\text{Н}$ критические силы.

Пример 2. Размеры и упругие характеристики панели: $a = 20\text{мм}$; $B = 10\text{мм}$; $H = 0,5\text{мм}$; $t = 0,08\text{мм}$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{МПа}$; $\nu = 0,3$. Критические силы: $P_{\max} = 1,38\text{Н}$; $P_{\min} = 0,41\text{Н}$ (кривая 2).

Пример 3. Панель имеет такие же размеры и упругие характеристики как в примере 2. Однако сферические опоры смещены от краёв к центру панели. Расстояние между опорами $16,7\text{мм}$. Критические силы: $P_{\max} = 1,84\text{Н}$; $P_{\min} = 0,68\text{Н}$ (кривая 3).

Выводы и рекомендации

Для анализа полученных результатов введём безразмерный параметр кривизны $k = b^2 / (Rt)$. Его можно найти, зная стелу подъёма H , размер плана B и толщину панели t : $\alpha = 4 \arctg(2H/B)$; $R = B / (2 \sin 0,5\alpha)$; $b = R\alpha$ (рис.2). При увеличении параметра кривизны верхняя критическая сила повышается, а нижняя – уменьшается.

Для кнопочных переключателей желательно подобрать соотношение между верхней и нижней критическими силами $P_{\max} = 2P_{\min}$. При отношении плана панели $a/B = 2$ и опирании её по криволинейным краям это достигается, если безразмерный параметр кривизны $k = 42$. Зная этот параметр, можно подобрать толщину t и стрелу подъёма H .

Литература

1. Муштари Х.М., Галимов К.З. Нелинейная теория упругих оболочек. – Казань: Таткнигоиздат, 1957. – 432с.
2. Корнишин М.С. Нелинейные задачи теории пластин и оболочек и методы их решения. – М.: Наука, 1964. – 192с.
3. Перельгин О.А., Серазутдинов М.Н., Зайнуллин Р.Х., Фокин Д.А. Исследование напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек с локальными несовершенствами формы. //Вестник КГТУ, Казань, 1999. с.44-46.
4. Перельгин О.А., Туйкин Н.М., Бережной Д.В., Серазутдинов М.Н. Исследование прочности цилиндрических оболочек при наличии увода или смещения кромок сварных швов. //Вестник КГТУ. Казань, 2000. с.77-79.