УДК 621.822.5.032

Н. Н. Саримов

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАВНОВЕСНОГО СОСТОЯНИЯ ВАЛА ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА-УПЛОТНЕНИЯ

Ключевые слова: гидростатический подшипник-уплотнение, равновесное состояние вала, итерационный метод.

Рассматривается задача равновесного состояния вала гидростатического подшипника-уплотнения, находящегося под нагрузкой. Предлагается итерационный метод поиска угла эксцентриситета, удовлетворяющего условию равновесного состояния вала.

Keywords: hydrostatic bearing-seal, equilibrium state of the shaft, iterative method.

We consider the problem of the equilibrium state of the shaft of the hydrostatic bearing-seal under load. In this paper we are suggested iterative method of finding the angle of eccentricity, satisfying the equilibrium state of the shaft.

Рассматривается задача равновесного состояния вала гидростатического подшипника-уплотнения (ГСПУ, Рис. 1), находящегося под нагрузкой, направленной по оси OX. Равновесное состояние вала определяется параметрами e - эксцентриситетом вала (величиной смещения оси вала от оси подшипника) и θ - углом эксцентриситета, отсчитываемым от оси OX. Сами эти параметры зависят, в свою очередь, от величины нагрузки на вал и от распределения давления в тонком смазочном слое между валом и втулкой подшипника.

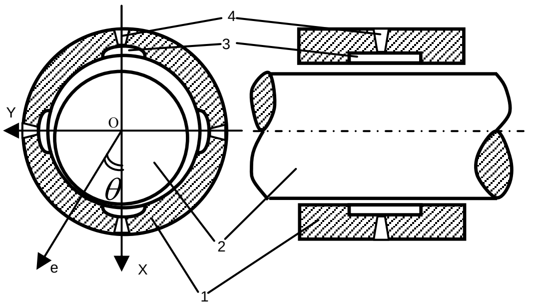

Рис. 1 – Схема ГСПУ: 1 – втулка подшипника, 2 – вал подшипника, 3 – гидростатические камеры, 4 – дросселирующие элементы

Математическая постановка задачи

Математически задача формулируется в изотермической постановке в безразмерных величинах следующим образом.

1. Распределение давления в тонком смазочном слое будем описывать, следуя [1,2], классическим уравнением Рейнольдса.

Пусть $\Omega=(-1,1)\times[0,2\pi)$ -область, соответствующая рабочей поверхности подшипника с границами $\Gamma_1=\{-1\}\times[0,2\pi)$ и $\Gamma_2=\{1\}\times[0,2\pi)$ (Γ_1,Γ_2 - торцы подшипника). Область Ω содержит непересекающиеся подобласти $K_\alpha, \alpha=1,\ldots,m$, соответствующие m гидростатическим камерам с границами $\Gamma_\alpha, \overline{K}_\alpha=K_\alpha\bigcup\Gamma_\alpha$, $\overline{K}=\bigcup_{\alpha=1}^{m}\overline{K}_\alpha$. Тогда функция $p(\varphi,z)$ - распределение давления в тонком смазочном слое $\Omega\setminus\overline{K}$ считается удовлетворяющей уравнению Рейнольдса:

$$-\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial\varphi}\right)-\frac{1}{\lambda^2}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right)=-\Lambda\frac{\partial h}{\partial\varphi}, \quad (\varphi,z)\in\Omega\setminus\overline{K} \tag{1}$$

Здесь μ - вязкость смазки (в изотермической постановке постоянна), Λ - величина, характеризующая скорость вращения вала, λ - геометрические параметры подшипника, $h(\varphi)=1-e\cos(\varphi-\theta)$ - безразмерная величина зазора между валом и втулкой подшипника, $e\in(0,1)$, $\theta\in[0,2\pi)$.

2. На торцах подшипника давление считается заданным:

$$p(\varphi,z)=p_1, (\varphi,z)\in\Gamma_1, \quad p(\varphi,z)=p_2, (\varphi,z)\in\Gamma_2. \tag{2}$$

3. Давление в пределах каждой из гидростатических камер считается величиной постоянной

$$p(\varphi,z)=\hat{p}_\alpha\equiv\text{const}, \quad (\varphi,z)\in\overline{K}_\alpha, \tag{3}$$

определяемой уравнением баланса расхода смазочного вещества через гидростатические камеры

$$-\int_{\Gamma_\alpha}\left[\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial\varphi}-\Lambda h\right)\cos(\vec{n},\varphi)+\frac{h^3}{\lambda^2\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\cos(\vec{n},z)\right]d\gamma=Q_\alpha(\hat{p}_\alpha), \quad \alpha=1,\ldots,m \tag{4}$$

где $Q_\alpha(\hat{p}_\alpha)$ - поток смазочного вещества через дросселирующий элемент с номером α, зависит от конструкции дросселирующего элемента, давления подачи смазки и давления в самой гидростатической камере.

4. Для определения равновесного состояния вала (параметров e и θ) система уравнений (1)-(4) дополняется уравнениями:

$$J_x(\theta,e)+P=0, \tag{5}$$

$$J_y(\theta,e)=0, \tag{6}$$

где $J_x(\theta,e)=\int_\Omega p\cos\varphi\, d\varphi\, dz$ - проекция на ось OX (Рис. 1) сил давления на вал со стороны смазочного слоя, P - безразмерная величина нагрузки на вал, направленной вдоль оси OX, $J_y(\theta,e)=\int_\Omega p\sin\varphi\, d\varphi\, dz$ есть горизонтальная составляющая (вдоль оси OY) сил давления на вал со стороны смазочного слоя.

Итерационный метод поиска угла равновесного положения вала

В работе [4] дано доказательство существования хотя бы одного угла равновесного положения вала подшипника, то есть существование решения задачи (1)-(6).

Нахождение этого угла сводится к отысканию нуля функции $J_y(\theta, e)$ из (6) по θ при фиксированном эксцентриситете e, которое может быть проведено одним из традиционных методов таких, например, как метод хорд или метод деления отрезка пополам.

В данной работе предлагается итерационный процесс для нахождения угла равновесного положения вала подшипника, учитывающий специфику решаемой задачи, а именно, t-периодичность системы.

Напомним [4, 5], что система (1)-(6) является t-периодической, если для заданного $t \in [0,2\pi)$ существует такое целое $n < m$ (m - число камер), что $TK_\alpha = K_{\alpha+n}$, $Q_\alpha(p) \equiv Q_{\alpha+n}(p)$ $\forall \alpha = 1,\ldots,m$, где $T : \Omega \to \Omega_t = \{(\hat{\varphi}, \hat{z}) : \hat{\varphi} = \varphi + t, \hat{z} = z; (\varphi, z) \in \Omega\}$ - оператор поворота поверхности цилиндра Ω вокруг оси на заданный угол t.

В следствии 1 из теоремы 2 работы [4] доказано, что для t-периодической системы (1)-(6) имеет место формула

$$J_y(\theta + kt, e) = \int_\Omega p_\theta(\varphi, z)\sin(\varphi + kt)\,d\varphi\,dz. \quad (7)$$

Воспользуемся этим фактом. Введем функцию $I_\theta(\psi) = \int_\Omega p_\theta(\varphi, z)\sin(\varphi + \psi - \theta)\,d\varphi\,dz$, которую можно интерпретировать как некий нелинейный интерполянт функции $J_y(\psi, e)$ из (6), совпадающий с ней в силу формулы (7) в узлах интерполяции $\psi_k = \theta + kt$: $I_\theta(\theta + kt) = J_y(\theta + kt, e)$, где t - угол периодичности системы, k - любое целое.

Итерационный процесс построим следующим образом. Пусть $\overset{s}{\theta}$ - значение полученное на s-том шаге итерации. Тогда за $s+1$ приближение решения уравнения (6) примем ноль интерполянта $I_{\overset{s}{\theta}}(\psi)$, построенного по узлам $\overset{s}{\theta} + kt$:

$$I_{\overset{s}{\theta}}(\overset{s+1}{\theta}) \equiv \int_\Omega p_{\overset{s}{\theta}}(\varphi, z)\sin(\varphi + \overset{s+1}{\theta} - \overset{s}{\theta})\,d\varphi\,dz = 0, \quad (8)$$

где $p_{\overset{s}{\theta}}$ - решение системы (1)-(4) при $\theta = \overset{s}{\theta}$.

Интерполянт $I_{\overset{s+1}{\theta}}(\psi)$, построенный по системе узлов $\overset{s+1}{\theta} + kt$, очевидно, даст нам более точную аппроксимацию функции $J_y(\psi, e)$ в окрестности ее нуля, чем по системе узлов $\overset{s}{\theta} + kt$. Этим, вероятно, и обеспечивается сходимость итерационного процесса (8).Разрешив уравнение (8) относительно $\overset{s+1}{\theta}$, получим окончательный вид итерационного процесса:

$$\overset{s+1}{\theta} = \overset{s}{\theta} - \operatorname{arctg}\frac{\int_\Omega p_{\overset{s}{\theta}}(\varphi, z)\sin\varphi\,d\varphi\,dz}{\int_\Omega p_{\overset{s}{\theta}}(\varphi, z)\cos\varphi\,d\varphi\,dz}$$

Строгого доказательства сходимости данного итерационного процесса получить пока не удалось, однако, как показали численные эксперименты, имеет место квадратичная сходимость $\overset{s}{\theta}$ к углу равновесного положения вала подшипника.

Литература

1. *Подольский, М.Е.* Упорные подшипники скольжения: Теория и расчет / М.Е. Подольский. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-е, 1981. – 261 с.
2. *Саримов, Н.Н.* Определение характеристик гидростатического подшипника-уплотнения / Н.Н. Саримов, С.Л. Фосс, М.М. Карчевский, А.В. Палладий // Исследование гидростатических опор и уплотнений двигателей летательных аппаратов. – Межвуз. темат. сборник научных трудов, 1986. – С. 138-145.
3. *Карчевский, М.М.* Метод фиктивных областей для одной задачи теории смазки подшипников скольжения / М.М. Карчевский, Н.Н. Саримов // Сеточные методы решения задач метематической физики. – Казань, 1984. – С. 75-80.
4. *Саримов, Н.Н.* Об одной задаче равновесного состояния вала гидростатического подшипника-уплотнения // Вестник Казан. технол. ун-та. – 2012. Т. 15, в. 11. –С. 86-90.
5. *Новиков, Е.А.* Расчёт характеристик упорных подшипников и торцовых уплотнений гидростатического действия / Е.А. Новиков, В.А. Максимов // // Вестник Казан. технол. ун-та. – 2012. Т. 15, в. 8. – С. 268-273.

© Н. Н. Саримов – канд. физ.-мат. наук, зав. каф. информационных систем и технологий НХТИ КНИТУ, nazyf@inbox.ru.