

Б. Р. Абайдуллин, Е. К. Вачагина

ПОЛНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕПЛОМАССОБМЕНА В УСЛОВИЯХ КРИТИЧЕСКОГО РЕЖИМА ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ТЕЧЕНИИ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В КОАКСИАЛЬНОМ РЕАКТОРЕ

Ключевые слова: неньютоновская жидкость, критический режим теплообмена.

В работе приведена математическая модель теплообмена процесса полимеризации в реакторе коаксиального типа, позволяющая рассматривать распределения характеристик процесса в условиях критического режима теплообмена при течении неньютоновской жидкости. Приведены результаты численного исследования, представленные в виде распределений температуры, осевой и радиальной компонент скорости, вязкости, концентраций мономера и инициатора по длине и по радиусу канала при варьировании параметра Франка Каменецкого. На границе канала задаются тепловые граничные условия первого рода.

Keywords: unnewtonian liquid, critical heat exchange.

In the paper is the mathematical model of heat and mass transfer during polymerization process in coaxial reactor presented. It allows obtaining distributions of process parameters at the critical mode condition in the flow of non-Newtonian fluids. The results of numerical study are presented in the form of distributions of temperature, axial and radial velocity components, viscosity and concentration of monomer and initiator by varying the Frank Kamenetskij parameter. Constant temperature boundary condition is forced at the channel walls.

Введение

В работе [3] рассматривались установившееся течение и теплообмен неньютоновской жидкости в коаксиальном канале бесконечной длины, со сформировавшимся профилем температуры. На практике чаще всего наблюдается изменение профиля температуры по длине, и в связи с этим наибольший интерес представляет исследование влияния основных безразмерных параметров на условия возникновения критических режимов теплообмена в канале с учетом изменения температуры по длине и по радиусу. В данном случае численная реализация поставленных задач усложняется в силу того, что необходимо учитывать конвективный теплоперенос, особенности изменяющегося неньютоновского характера поведения среды, убывание концентраций при условии химической реакции полимеризации, поэтому в литературе можно встретить небольшое количество работ по данной тематике. Исследование распределений температуры и компонент вектора скорости на начальном участке коаксиального канала в зависимости от интенсивности химического и диссипативного источников при условии преобладания одного из них были рассмотрены в [4]. Исследования этих характеристик проведены и от некоторых других основных определяющих параметров в [5].

1. Постановка задачи

При построении математической модели стационарного теплообмена при течении неньютоновской жидкости в коаксиальном реакторе, как и в [4], приняты следующие допущения: течение ламинарное, осесимметричное, стационарное; теплофизические характеристики жидкости, такие как плотность, теплопроводность и теплоемкость меняются незначительно; силы тяжести входят в уравнения неявно через

избыточное давление; перенос тепла вдоль основного направления движения за счет теплопроводности много меньше вынужденного в этом же направлении; профиль скорости почти мгновенно подстраивается под профиль температуры ($Pr \gg 1$); присутствует химический источник теплоты, распределенный по всему объему канала, заданный реакцией дробного порядка. На границе задаются гидродинамические условия прилипания, тепловые и концентрационные граничные условия первого рода.

При сделанных допущениях и некоторых преобразованиях решаемая система уравнений в цилиндрической системе координат будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} \left(-P + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right) + f_1 = \rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-P + 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + f_2 = \rho \left(v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (v_r \cdot r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \\ v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\mu J_2}{\rho C_p} + \frac{Q_0 K_0}{C_M} e^{-\frac{E}{RT}} M^m J^n, \\ v_r \frac{\partial M}{\partial r} + v_z \frac{\partial M}{\partial z} = D_M \left(\frac{\partial^2 M}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial M}{\partial r} \right) - K_0 e^{-\frac{E}{RT}} M^m J^n, \\ v_r \frac{\partial J}{\partial r} + v_z \frac{\partial J}{\partial z} = D_J \left(\frac{\partial^2 J}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial J}{\partial r} \right) - K_{i0} e^{-\frac{E_i}{RT}} J^n, \end{cases} \quad (1)$$

где $f_1 = -\frac{1}{r^3} (2\mu r v_r) + \frac{1}{r} \left(2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)$, и $f_2 = \frac{1}{r} \left(\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right)$.

В этих уравнениях $r_1 \leq r \leq r_2$, $0 \leq z \leq L$; Q_0 - тепловой эффект химической реакции; k_0 - константа скорости химической реакции; E -

энергия активации химической реакции; a - коэффициент температуропроводности; $\mu = \mu(T, I_2)$ - динамическая вязкость; ρ - плотность жидкости; R - универсальная газовая постоянная; c_p - удельная изобарная теплоемкость; c_M - удельная молярная теплоемкость; T - температура; v_z, v_r - компоненты вектора скорости $\vec{v}$; P - давление; r_1, r_2 - соответственно внутренний и внешний радиусы коаксиального канала; L - длина канала, K_{i0} - константа скорости реакции иницирования, E_i - энергия активации процесса иницирования, ρ - плотность жидкости, R - универсальная газовая постоянная, M - концентрация мономера, J - концентрация инициатора, D_M, D_J - коэффициенты взаимной диффузии мономера и инициатора. Второй инвариант тензора скоростей деформации I_2 представлен выражением

$$I_2 = \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v_r}{r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2, \quad (2)$$

Для системы уравнений (1) граничные условия задаются в виде

$$\begin{aligned} 1. \quad & v_z|_{r=r_1} = 0, \quad T|_{r=r_1} = T_0, \quad v_r|_{r=r_1} = 0, \quad M|_{r=r_1} = 0, \\ & J|_{r=r_1} = 0, \\ 2. \quad & v_z|_{r=r_2} = 0, \quad v_r|_{r=r_2} = 0, \quad T|_{r=r_2} = T_0, \quad M|_{r=r_2} = 0, \\ & J|_{r=r_2} = 0, \\ (3) \quad & M|_{z=0} = M_0, \quad J|_{z=0} = J_0, \quad T|_{z=0} = T^0, \quad v_r|_{z=0} = 0, \\ & v_z|_{z=0} = v_{z0}(r), \quad \mu|_{z=0} = \mu^0. \end{aligned}$$

где T_0 - температура окружающей среды, T^0 - температура на входе в коаксиальный канал.

На входе в канал профиль компоненты v_z вектора скорости $\vec{v}$ (то есть функция $v_{z0}(r)$) является решением задачи

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (4)$$

при этом $T|_{z=0} = T^0$, а составляющая градиента давления $\frac{\partial P}{\partial z}$ в направлении оси z определяется из выражения

$$\frac{\partial P}{\partial z} = - \frac{1}{Q} \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \mu(T, I_2) \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 r dr d\varphi, \quad (5)$$

где Q - расход жидкости через поперечное сечение канала.

В качестве реологической модели используется модель Кутателадзе-Хабахпашевой [1] для неньютоновской жидкости, подробно описанная в [4].

Для приведения системы уравнений (1) к безразмерному виду используются те же обозначения что и в [2],[4]:

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{A_{\infty}^{\eta=0}}{K_{A_{\infty}}}, \quad c_2 = \frac{B_{\infty}^{\eta=0}}{E}, \quad c_3 = \frac{K_{B_{\infty}}}{E}, \quad c_4 = \frac{A_0^{\eta=0}}{K_{A_0}}, \\ c_5 &= \frac{B_0^{\eta=0}}{E}, \quad c_6 = \frac{K_{B_0}}{E}, \quad c_7 = \frac{Q}{2\pi \cdot K_{A_{\infty}} (r_2 - r_1)^3}, \quad c_8 = \frac{K_{A_0}}{K_{A_{\infty}}}, \\ c_9 &= \frac{K_{\Theta}}{K_{A_{\infty}}} - \text{реологические параметры; } \beta_J = \frac{E_J}{E}; \end{aligned}$$

- число Аррениуса из уравнения для инициатора, $\tilde{J} = \frac{J}{J_0}$ - нормированная по длине концентрация инициатора; $\tilde{M} = \frac{M}{M_0}$ - нормированная по длине концентрация мономера; $\tilde{\mu} = \mu K_{A_{\infty}}$ - коэффициент динамической вязкости;

$$\delta = \frac{Q_0 K_0 (r_2 - r_1)^2 E}{\lambda R T_0^2} M_0^m J_0^n \exp\left(-\frac{E}{RT_0}\right), \quad \text{безразмерный параметр Франк-Каменецкого характеризующий интенсивность химического источника тепловыделения;}$$

$$\delta_M = \frac{K_0 M_0^{m-1} J_0^n (r_2 - r_1)^2}{D_M} \exp\left(-\frac{E}{RT_0}\right),$$

$$\delta_J = \frac{K_{i0} J_0^{n-1} (r_2 - r_1)^2}{D_J} \exp\left(-\frac{E_i}{RT_0}\right), \quad \text{безразмерные}$$

параметры Франк-Каменецкого характеризующие интенсивность массовыделения в результате химической реакции; $\chi = \frac{Q^2 E}{K_{A_{\infty}} 4\pi^2 \lambda R T_0^2 (r_2 - r_1)^4}$ -

безразмерный параметр, характеризующий интенсивность тепловыделения от вязкого течения;

$$\gamma = \frac{Q}{2\pi L a}, \quad \gamma_M = \frac{Q}{2\pi L D_M}, \quad \gamma_J = \frac{Q}{2\pi L D_J} \quad \text{- безразмерные}$$

параметры связывающие расход и длину канала; $\beta = \frac{RT_0}{E}$ - безразмерный параметр, число Аррениуса;

$\alpha = \frac{B}{E}$ - параметр отношения энергии активации вязкого течения к энергии активации химической

реакции; $\xi = \frac{(r_2 - r_1)^2}{L^2}$ - безразмерный параметр соотношения радиуса и длины коаксиального

канала, $\sigma = \frac{r_1}{r_2 - r_1}$ - безразмерный параметр, отвечающий за геометрию канала.

Приведя вязкость, как и в [4], к безразмерному виду, получим

$$\tilde{\mu} = \frac{1}{\tilde{\Phi}} = \frac{1}{\tilde{\Phi}_{\infty} - (\tilde{\Phi}_{\infty} - c_8 \tilde{\Phi}_0) \cdot \exp\left(-c_9 \tilde{\Theta} \frac{c_7 \tilde{\tau}}{\tilde{\Phi}_{\infty} - c_8 \tilde{\Phi}_0}\right)}, \quad (6)$$

$$\tilde{\Phi}_{\infty} = (c_1 - (1 - \tilde{M})) \cdot \exp\left(\frac{-c_2 + c_3(1 - \tilde{M})}{\beta(1 + \beta\theta)}\right), \quad \tilde{\tau} = \tilde{\mu} \sqrt{\tilde{I}_2} \quad (7)$$

$$\tilde{\Phi}_0 = (c_4 - (1 - \tilde{M})) \exp\left(\frac{-c_5 + c_6(1 - \tilde{M})}{\beta(1 + \beta\theta)}\right), \tilde{\Theta} = (1 - \tilde{M}) \cdot \exp\left(\frac{-c_5 + c_6(1 - \tilde{M})}{\beta(1 + \beta\theta)}\right) \quad (8)$$

Подставляя (6) в (1) и переходя к безразмерным параметрам, как и в [4], имеем

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left((\sigma + \tilde{r}) \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}} \right) = -(\sigma + \tilde{r}) \left[\tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}} \right] (\sigma + \tilde{r}) \tilde{r}, \\ \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} ((\sigma + \tilde{r}) \tilde{W}) + (\sigma + \tilde{r}) \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{z}} = 0, \\ (\sigma + \tilde{r}) \left(\tilde{\gamma} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} + \tilde{\gamma} \tilde{W} \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \right) = \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} ((\sigma + \tilde{r}) \frac{\partial}{\partial \tilde{r}}) + \delta (\sigma + \tilde{r}) \tilde{M} \tilde{r} \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta\theta}\right) + \chi (\sigma + \tilde{r}) \tilde{\mu} \tilde{r} \frac{\partial}{\partial \tilde{z}}, \\ (\sigma + \tilde{r}) \left(\tilde{\gamma}_M \frac{\partial \tilde{M}}{\partial \tilde{r}} + \tilde{\gamma}_M \tilde{W} \frac{\partial \tilde{M}}{\partial \tilde{z}} \right) = \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} ((\sigma + \tilde{r}) \frac{\partial \tilde{M}}{\partial \tilde{r}}) - \delta_M (\sigma + \tilde{r}) \tilde{M} \tilde{r} \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta\theta}\right), \\ (\sigma + \tilde{r}) \left(\tilde{\gamma}_J \frac{\partial \tilde{J}}{\partial \tilde{r}} + \tilde{\gamma}_J \tilde{W} \frac{\partial \tilde{J}}{\partial \tilde{z}} \right) = \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} ((\sigma + \tilde{r}) \frac{\partial \tilde{J}}{\partial \tilde{r}}) - \delta_J (\sigma + \tilde{r}) \tilde{J} \tilde{r} \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta\theta}\right) \end{cases} \quad (9)$$

После перехода к безразмерным параметрам граничные условия первого рода (3) примут вид:

1. $\tilde{W}|_{\tilde{r}=0} = 0, \tilde{V}|_{\tilde{r}=0} = 0, \theta|_{\tilde{r}=0} = 0, \tilde{M}|_{\tilde{r}=0} = 0, \tilde{J}|_{\tilde{r}=0} = 0,$
2. $\tilde{W}|_{\tilde{r}=1} = 0, \tilde{V}|_{\tilde{r}=1} = 0, \theta|_{\tilde{r}=1} = 0, \tilde{M}|_{\tilde{r}=1} = 0, \tilde{J}|_{\tilde{r}=1} = 0,$ (10)
3. $\tilde{M}|_{\tilde{z}=0} = 1, \tilde{J}|_{\tilde{z}=0} = 1, \theta|_{\tilde{z}=0} = 0, \tilde{\mu}|_{\tilde{z}=0} = 1, \tilde{V}|_{\tilde{z}=0} = 0, \tilde{W}|_{\tilde{z}=0} = \tilde{W}_0(r),$

Для решения системы уравнений (9) с граничными условиями (10) используется тот же итерационный алгоритм, что и в [4]. Он включает в себя решение соответствующих трехточечных разностных уравнений методом прогонки с пересчетом всех коэффициентов уравнений, зависящих от искомых функций. Вследствие нелинейности системы уравнений (9) и неявного вида функции вязкости были введены дополнительные итерации по вязкости и по нелинейному свободному члену.

Необходимая точность вычислений значений определяемых параметров задаётся величиной ε , с которой на каждом слое по координате $\tilde{z}$ сравнивается относительное среднеквадратическое отклонение значений определяемых параметров предыдущей и последующей итераций.

Численное исследование и результаты

Рассмотрим распределение логарифма температуры $\theta(\tilde{r}, \tilde{z})$ на рис 1. Как видно на рисунке, резкое возрастание температуры при $\delta = 6$ начинается при $\tilde{z} = 0,79$. Значения исходных безразмерных параметров для расчетов приведены в [5], при этом $n = 0,59$, $m = 1,42$.

На рис. 2-3 представлены распределения компонент скорости $\tilde{W}$ и $\tilde{V}$. Как следует из литературы [5], авторы (исследования которых приписывают к исследованиям классической теории теплового взрыва) рассматривали в основном задачи о критическом теплообмене в сосуде, поэтому вопросы, связанные с гидродинамикой процесса были второстепенны.

Существует также и некоторое количество классических работ по исследованию теплообмена в каналах, реакторах и других проточных системах [6-7]. В этих задачах не учитывалось взаимное влияние тепловых и гидродинамических полей, и основные результаты в них представляются в виде распределений по объему температуры, степени превращения и вязкости [7]. Однако, при рассмотрении процессов в проточных системах, решение задачи о критическом режиме теплообмена должно включать в себя также учет взаимного влияния гидродинамических и тепловых характеристик процесса.

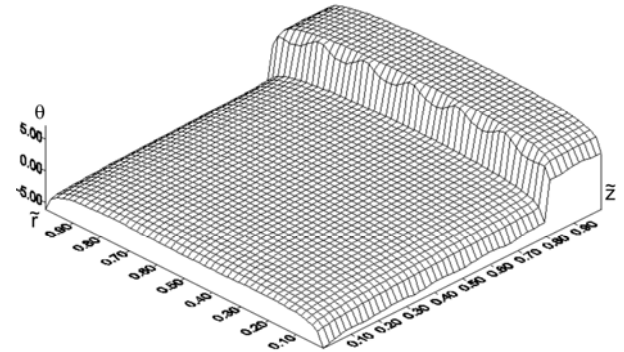


Рис. 1 - Распределение логарифма температуры θ по длине и по радиусу при критическом значении параметра δ

На рис. 2 хорошо видна деформация профиля продольной скорости $\tilde{W}$ по координате $\tilde{z}$, это связано с тем, что по мере увеличения $\tilde{z}$ происходит рост вязкости за счет роста степени превращения у стенок реактора. За счет этого происходит деформация профиля $\tilde{W}$, значения $\tilde{W}$ становятся меньше у стенок и больше в центре межстеночной области канала. В критической области реакция полимеризации сильно ускоряется, и рост вязкости за счет превращения вещества подавляет ее уменьшение за счет интенсивно растущей температуры в пристеночных областях. В начале предкритической области профиль скорости $\tilde{W}$ почти параболический, далее в критической области он становится уже не параболическим.

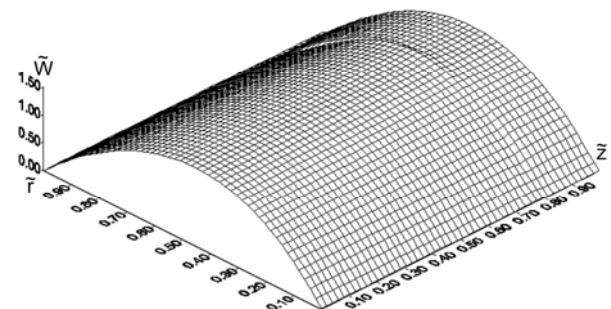


Рис. 2 - Распределение компоненты скорости $\tilde{W}$ по длине и по радиусу реактора при критическом значении параметра δ

Изменение профиля продольной компоненты скорости $\tilde{W}$ по длине оказывает влияние на изменение по длине профиля поперечной компоненты $\tilde{V}$ вектора скорости. В пристеночных слоях из-за уменьшения скорости $\tilde{W}$ по $\tilde{z}$, скорость $\tilde{V}$ растет по $\tilde{r}$, а ближе к центру уменьшается. Таким образом, существующий конвективный теплоперенос в поперечном направлении вследствие влияния температуры на вязкость становится наиболее ярко выраженным по мере увеличения координаты $\tilde{z}$ при условии критического режима теплообмена в реакторе.

Наблюдаемая на рис. 2-3 ассиметрия профилей скорости $\tilde{W}$ и $\tilde{V}$ определяется значением параметра σ . Величина компоненты $\tilde{V}$ по сравнению с $\tilde{W}$ существенна в предкритической области, поэтому нельзя пренебрегать компонентой скорости $\tilde{V}$, когда речь идет о критических режимах теплообмена.

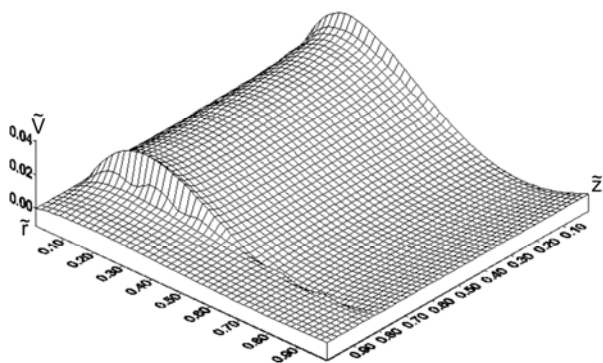


Рис. 3 - Распределение компоненты скорости $\tilde{V}$ по длине и по радиусу при критическом значении параметра δ

Рис 2-3 показывают, что при постоянном расходе реагентов в реакторе и для данных рассмотренных определяющих параметрах происходит лишь уменьшение скорости $\tilde{W}$ у стенок и ее увеличение в центре межстеночного пространства.

Распределения полей температур существенно зависят от распределения полей концентраций реагентов в реакторе.

Как следует из приведенного на рис. 4 полного распределения $\tilde{M}$, концентрации мономера и инициатора убывают с ростом координаты $\tilde{z}$, при этом убывание инициатора более медленное, чем мономера для заданных значений δ_m и δ_i . На практике, конечно, чаще всего инициатор расходуется быстрее, чем мономер, но рассматриваемый здесь случай также встречается.

В критической области происходит сильное изменение концентрации инициатора по $\tilde{z}$ в центре межстеночной области канала, так как температура там резко повышается и скорость реакции увеличивается. То же самое наблюдается для концентрации мономера $\tilde{M}$.

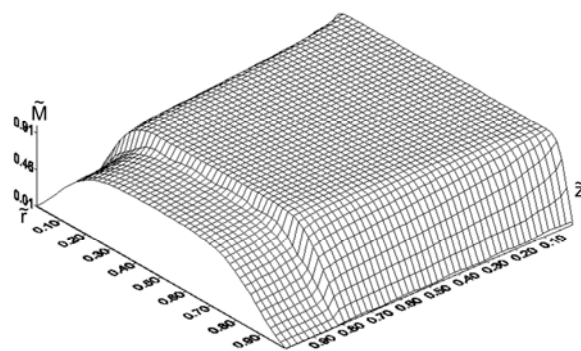


Рис. 4 - Распределение концентрации мономера $\tilde{M}$ по длине и по радиусу при критическом значении параметра δ

В предкритической и критической областях рассмотренные распределения $\tilde{J}$ и $\tilde{M}$ кардинально изменяются. В предкритической области концентрация $\tilde{M}$ максимальна в центральной области канала, так как время пребывания мономера у стенок канала больше, чем в центре межстеночной области канала. Далее по мере увеличения $\tilde{z}$ температура возрастает в центре канала (в области максимума концентраций) в силу меньших значений радиального теплового потока в этой области по сравнению с выделившимся в ходе реакции теплом, скорость реакции там увеличивается, становится большей, чем в пристеночных слоях. Далее максимум концентрации делится на два максимума которые перемещаются к пристеночным слоям.

При рассмотрении полного распределения логарифма динамической вязкости $\tilde{\mu}$ видно, что профиль вязкости сильно зависит от профиля температуры. Рассматривая полное распределение θ , отметим, что в пристеночных областях температура не столь существенно влияет на $\tilde{\mu}$ по сравнению со степенью превращения.

Проведенные исследования показывают, что профиль вязкости по длине канала существенно изменяется, что объясняется влиянием на величину $\tilde{\mu}$ трех факторов: температуры, второго инварианта $\tilde{I}_2$ и степени превращения.

Заключение

Предложена математическая модель течения обобщенной ньютоновской жидкости в реакторе коаксиального типа при совместном действии химического и диссипативного источников тепловыделения, и проведен анализ результатов численных исследований, полученных на основании этой модели.

В силу специфичности свойств неньютоновской жидкости, в режимах, близких к критическим, было обнаружено изменение по длине профиля как продольной, так и поперечной компонент скорости жидкости. Как показали расчеты, при предкритическом режиме теплообмена поперечная скорость жидкости при $\tilde{r} = 0,5$ (то есть, в центре межстеночной области коаксиального канала) близка к нулю.

Динамическая вязкость жидкости сильно зависит от температуры, однако в режимах, близких к критическим, также наблюдается и влияние на нее градиента скорости.

Наряду с аналогичными распределениями характеристик в [5], распределения определяемых характеристик $\theta, \tilde{W}, \tilde{V}, \tilde{\mu}, \tilde{J}, \tilde{M}$ по длине при различных значениях параметра δ дают ясную картину о процессах, происходящих в условиях критического режима теплообмена при течении неньютоновской жидкости в коаксиальном канале.

Литература

1. Кутателадзе С.С., Хабахпашева Е.М., Попов В.И., К гидродинамике жидкостей с переменной вязкостью // ПМТФ. 1966. №1, С. 45-49.
2. Франк-Каменецкий Д.А. Теплопередача и диффузия в химической кинетике // 3-е изд. М.: Наука. 1987. С. 320-358.
3. Абайдуллин Б.Р. Влияние геометрии бесконечного коаксиального канала и реологических характеристик жидкости на критические значения температуры, скорости и вязкости. // Труды Академэнерго №3, 2006. С. 16-27.
4. Абайдуллин Б. Р., Назмеев Ю.Г. Расчет критических состояний течения обобщенной ньютоновской жидкости на начальном участке коаксиального канала при диссипативном источнике тепловыделения // VII Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию, Красноярск, 2006.
5. Абайдуллин Б. Р. Исследование влияния основных определяющих параметров на критический теплообмен при течении неньютоновской жидкости на начальном участке коаксиального канала. // Труды Академэнерго №1, 2007. С. 13-24.
6. Халаф Х.А., Тазюков Ф.Х., Шайхетдинова Р.С., Алиев К.М. Моделирование течений неньютоновских жидкостей в каналах, снабженных запорным клапаном // Вестник Казанского технологического ун-та. -2010, -№ 9, С.496-504.
7. Снигерев, Б. А., Тазюков Ф.Х., Кутузов А.Г. Течение упруговязкой жидкости со свободной поверхностью // Вестник Казанского технологического ун-та. – 2007, Т. 1. С. 85-93.

© Б. Р. Абайдуллин - мл. науч. сотр. Исследовательского центра проблем энергетики КазНЦ РАН; Е. К. Вачагина – д-р техн. наук, проф. каф. ПТЭ КГЭУ, evachagina@mail.ru.