

М. А. Кутузова, А. Г. Кутузов, Г. С. Кутузова,
Ф. Х. Тазюков

ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ FENE-P В ФОРМУЮЩЕЙ ГОЛОВКЕ ЭКСТРУДЕРА

Ключевые слова: вязкоупругая жидкость FENE-P, экструзионная головка, течение.

Рассматривается течение вязкоупругой жидкости FENE-P в канале, характерном для экструзионной головки. Исследуются условия течения полимеров вблизи твердой стенки и на линии трехфазного контакта.

Keywords: viscoelastic liquid FENE-P, extrusion head, flow.

Flow of a viscoelastic liquid FENE-P in the channel typical for extrusion head is considered. Conditions of polymers' flow near the solid wall and on the line of the three-phase contact are researched.

Важным направлением изучения экструзии полимеров является исследование причин, приводящих к искажениям свободной поверхности экструдата. Образование регулярных искажений свободной поверхности полимерных жидкостей (эластической турбулентности) является следствием многих факторов [1-3]. Среди этих факторов особое место занимают условия течения экструдата вблизи твердых границ. При определении формы свободной поверхности также необходимо учитывать влияние линии контакта трех фаз, являющейся важнейшим фактором, способствующим пиковому росту напряжений.

Математическая постановка задачи. Рассматривается течение вязкоупругой жидкости FENE-P в плоском канале, характерном для формирующей головки экструдера.

Основными уравнениями, описывающими медленное установившееся течение, являются следующие зависимости:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right) = - \vec{\nabla} P + \nabla \cdot \vec{\tau} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2)$$

где: ρ – плотность жидкости, $\vec{v}$ – вектор скорости, P – давление, $\vec{\tau}$ – девиатор напряжения.

В соответствии с принципом расщепления напряжений:

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2, \quad (3)$$

$$\vec{\tau}_1 = \frac{\eta_1}{\lambda} \left[\frac{\tilde{A}}{1 - (\text{tr } \tilde{A}) / (3L^2)} - \frac{\tilde{I}}{1 - 1/L^2} \right]; \quad (4)$$

$$\frac{\tilde{A}}{1 - (\text{tr } \tilde{A}) / (3L^2)} + \lambda \frac{\vec{v}}{\tilde{A}} = \frac{\tilde{I}}{1 - 1/L^2}; \quad (5)$$

$$\vec{\tau}_2 = 2\eta_2 \vec{D}. \quad (6)$$

В выражениях (3)-(6): η_1 – вязкость полимерной составляющей жидкости, η_2 – вязкость растворителя, λ – характерное время релаксации, L^2 – безразмерный параметр, характеризующий степень растяжения данной макромолекулы. Верхняя конвективная производная от тензора конфигурации определяется из выражения:

$$\frac{\vec{v}}{\tilde{A}} = \frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \tilde{A} - \nabla \cdot \vec{v} \tilde{A} - \tilde{A} \cdot (\nabla \vec{v})^T \quad (7)$$

Тензор скоростей деформации определяется соотношением:

$$\vec{D} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T). \quad (8)$$

Запишем уравнения (1)-(6) в декартовой системе координат. Это приведет к следующей записи уравнений движения:

$$\text{Re} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \beta \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (9)$$

$$\text{Re} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \beta \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (11)$$

Уравнения эволюции тензора конфигурации в проекциях на оси координат запишутся в виде:

$$\lambda \left(\frac{\partial A_{xx}}{\partial t} + u \frac{\partial A_{xx}}{\partial x} + v \frac{\partial A_{xx}}{\partial y} \right) = 2\lambda \frac{\partial u}{\partial x} A_{xx} + 2\lambda \frac{\partial v}{\partial y} A_{xy} - \frac{A_{xx}}{1 - \frac{A_{xx} + A_{yy}}{3L^2}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{L^2}} \quad (12)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial A_{yy}}{\partial t} + u \frac{\partial A_{yy}}{\partial x} + v \frac{\partial A_{yy}}{\partial y} \right) = 2\lambda \frac{\partial v}{\partial y} A_{yy} + 2\lambda \frac{\partial u}{\partial x} A_{xy} - \frac{A_{yy}}{1 - \frac{A_{xx} + A_{yy}}{3L^2}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{L^2}} \quad (13)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial A_{xy}}{\partial t} + u \frac{\partial A_{xy}}{\partial x} + v \frac{\partial A_{xy}}{\partial y} \right) = 2\lambda \frac{\partial v}{\partial x} A_{xx} + 2\lambda \frac{\partial u}{\partial y} A_{yy} - \frac{A_{xy}}{1 - \frac{A_{xx} + A_{yy}}{3L^2}} \quad (14)$$

Уравнения, связывающие компоненты полимерной части тензора напряжений с компонентами тензора конфигурации, запишутся в виде:

$$\tau_{xx} = \frac{\eta_1}{\lambda} \left(\frac{A_{xx}}{1 - \frac{A_{xx} + A_{yy}}{3L^2}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{L^2}} \right) \quad (15)$$

$$\tau_{yy} = \frac{\eta_1}{\lambda} \left(\frac{A_{yy}}{1 - \frac{A_{xx} + A_{yy}}{3L^2}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{L^2}} \right) \quad (16)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\eta_1}{\lambda} \left(\frac{A_{xy}}{1 - \frac{A_{xx} + A_{yy}}{3L^2}} \right). \quad (17)$$

В результате приведения уравнений (1)-(8) к безразмерному виду можно получить выражения чисел Рейнольдса, Вейссенберга, коэффициента релаксации и капиллярности:

$$Re = \frac{\rho UL}{\eta}, \quad We = \frac{\lambda U}{L}, \quad \beta = \frac{\eta_2}{\eta_1 + \eta_2}, \quad Ca = \frac{\mu U}{\sigma_0}.$$

Граничные условия. На границе входа в расчетную область S_1 задаются профили скорости и распределение напряжений:

$$u = \frac{1}{4}(4 - y^2), \quad v = 0,$$

$$\tau_{xx} = 2We \cdot (1 - \beta) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2, \quad \tau_{xy} = We \cdot (1 - \beta) \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \tau_{yy} = 0.$$

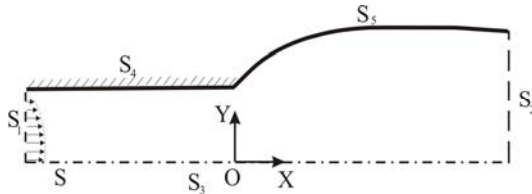


Рис. 1 - Схема расчетной области

На выходе из области течения S_2 задается установившийся однородный профиль скорости и напряжений: $v = 0$, $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$,

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial x} = 0, \quad p = 0.$$

На границе S_3 задаются условия симметрии: $v = 0$; $\tau_{xy} = 0$. На свободной поверхности S_5 задаются кинематические и динамические условия:

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0; \quad \vec{n} \cdot \vec{\tau} \cdot \vec{t} = \sigma_0 / \rho \cdot \vec{n},$$

где $\vec{n}$, $\vec{t}$ - единичные векторы нормали и касательной на поверхности S_5 ; σ_0 - коэффициент поверхностного натяжения; ρ - радиус кривизны свободной поверхности. На линии трехфазного контакта задается также контактный угол смачивания.

Решение уравнений. Аппроксимация уравнений (1)-(6) и вычисления проводились методом конечных элементов (МКЭ) второго порядка на нерегулярных сетках, сгущающихся к зоне истечения полимера из насадки. Так как искомые функции существенно меняются лишь в окрестности истечения полимера, то применение мелких в этой окрестности и разреженных вне ее МКЭ-сеток играет существенную роль в экономии вычислительных затрат. Для расчетов строилась последовательность сгущающихся сеток 9-узловых четырехугольных элементов (число узлов 2000, 8400). Для расчета напряжений использовались линейные четырехугольные элементы. Местоположение деформируемой свободной поверхности находилось из аппроксимации кинематического условия (9), затем сетка конечных элементов вблизи нее перестраивалась для получения решений уравнений (1)-(6), с помощью которых находилось поле скоростей, давлений и напряжений на новом временном слое. Стационарное положение формы выходящей струи находилось методом установления эволюционной задачи.

Результаты моделирования. Местоположение деформируемой свободной поверхности находилось из аппроксимации кинематического условия на сво-

бодной поверхности. На рис. 2 изображено распределение осевой составляющей скорости U по различным горизонтальным сечениям. Из этого рисунка видно, что при $We = 1.0, L^2 = 100.0$ профиль скорости становится почти однородным на расстоянии ширины выходного канала.

Для анализа степени ориентации макромолекул полимера в потоке использован физический закон пропорциональности тензора напряжений тензору коэффициентов преломления или тензору оптической анизотропии.

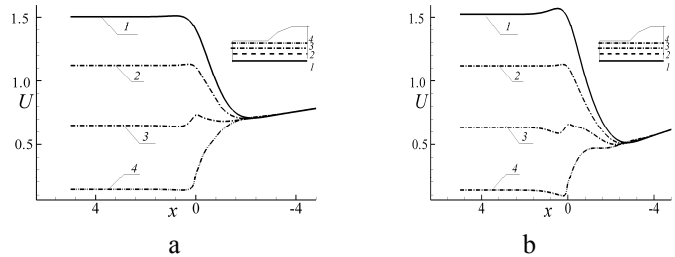


Рис. 2 - Распределение скорости U для а) $We = 1.0$ и для б) $We = 5.0$ по продольным сечениям. $1 - y = 0.0$, $2 - y = 0.5$, $3 - y = 0.75$, $4 - y = 0.95$

В соответствие с этим законом, разность главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{N_1^2 + 4\tau_{xy}^2}$, где $N_1 = \tau_{xx} - \tau_{yy}$, пропорциональна разности главных коэффициентов преломления: $\sigma_1 - \sigma_2 = C(n_1 - n_2)$. Таким образом, в области потока упруговязкой жидкости с предпочтительной ориентацией макромолекул разность скоростей прохождения обыкновенного и необыкновенного луча (эффект двойного лучепреломления) $(n_1 - n_2)$ количественно характеризует степень ориентации макромолекул в потоке под действием развивающихся в области течения напряжений.

Следовательно, в соответствие с оптическим законом, разность главных напряжений с точностью до множителя C характеризует степень ориентации макромолекул в потоке.

На рис. 3 представлено распределение разности главных напряжений по этим же сечениям для $We = 1.0$ и $We = 5.0$ соответственно.

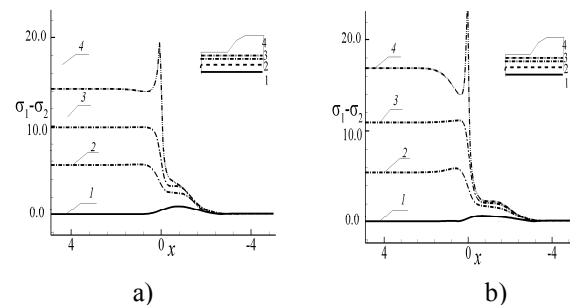


Рис. 3 - Распределение $\sigma_1 - \sigma_2$ для $We = 1.0$ (а) и $We = 5.0$ (б) по продольным сечениям $1 - y = 0.0$, $2 - y = 0.5$, $3 - y = 0.75$, $4 - y = 0.95$

Отметим также зону максимальных напряжений вблизи верхней выходной кромки канала. Увеличение времени релаксации полимера приводит к большему разбуханию экструдата и графики скорости U имеют некоторые особенности. Из рис.3b видно, что по мере приближения полимера к выходу из формующей головки происходит небольшое увеличение скорости на оси канала; это можно объяснить тем, что вблизи выхода образуется небольшая область замедленного течения жидкости, сужающая сечение выхода полимера из насадки. Наличие данной зоны приводит к некоторому замедлению скорости полимера вблизи стенки. Влияние «застойной» зоны сказывается и на распределении степени ориентации макромолекул полимера в потоке вблизи выходного сечения насадки. Из полученных результатов следует, что в застойной зоне, расположенной вблизи выходного сечения, степень ориентации макромолекул заметно уменьшается. Данное обстоятельство приводит к тому, что механические свойства экструдата резко меняются по сечению, что крайне нежелательно.

Влияние зоны замедленного течения видно и на распределении $\sigma_1 - \sigma_2$ по сечениям, представленного на рис.3, где отметим зону уменьшения $\sigma_1 - \sigma_2$ перед выходом из головки вблизи стенки и более интенсивный пик при выходе. На рис.4 представлено распределение разности главных напряжений для различных значений числа Вайссенберга.

Видно, что возмущающее влияние выхода очень велико: оно приводит к значительному перераспределению концентрации разности главных напряжений вблизи кромок выходного сечения плоского канала формующего инструмента.

Для предупреждения образования застойной области и уменьшения пиков напряжений можно допустить некоторое постоянное проскальзывание экструдата по внутренней поверхности формующего инструмента. В работе показано, что скольжение экструдата вблизи выходного сечения уменьшает первую разность главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_2$, что свидетельствует об уменьшении степени ориентации макромолекул, а также снижает пики напряже-

ний в окрестности линии трехфазного контакта.

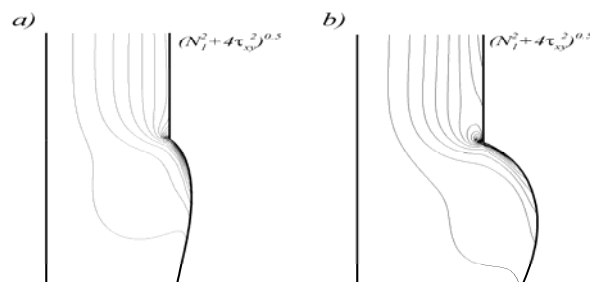


Рис. 4 - Распределение разности главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_2$ а) $We = 1.0$, $L^2 = 100.0$, б) $We = 5.0$, $L^2 = 100.0$.

Однако при этом образуется дополнительная особая точка, расположенная вблизи твердой стенки и разделяющая области прилипания и скольжения.

В этой новой особой точке образуются пиковые напряжения, способные стать дополнительным фактором, приводящим к разрушению экструдата. Поэтому имеет смысл допускать проскальзывание по всей внутренней поверхности формующего инструмента. В этом случае на линии трехфазного контакта пики напряжений заметно снижаются, а дополнительная особая точка не образуется.

Литература

1. Migler K., Son Y., Qiao F., Flynn K. Extensional deformation, cohesive failure and boundary conditions during sharkskin melt fracture. // Journal of Rheol.- 2001, v.31, p.6134.
2. Miller E., Rothstein J. Control of the sharkskin instability in the extrusion of polymer melts using induced temperature gradients. // Rheol. Acta.- 2004, v.44, p.160-173.
3. Снигерев Б.А. Течение упруговязкой жидкости со свободной поверхностью / Б.А. Снигерев, Ф.Х. Тазюков, А.Г. Кутузов, А. Аль-Раваш // Вестник Казанского технологического университета. – Казань: КГТУ, 2007.- № 1. – С.85-93.

© Г. С. Кутузова – канд. техн. наук, доц. каф. химии НХТИ КНИТУ; А. Г. Кутузов – д-р. техн. наук, проф. каф. автоматизации технологических процессов и производств НХТИ КНИТУ, kutuzov_alek@list.ru; М. А. Кутузова – канд. техн. наук, доцент той же кафедры; Ф. Х. Тазюков – д-р техн. наук, ст. науч. сотр. каф. теоретической механики и сопротивления материалов КНИТУ.