

УДК 66.063.62

А. Г. Лаптев, М. М. Башаров, А. И. Фарахова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗДЕЛЕНИЯ ТОНКОДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ В ГИДРОЦИКЛОНЕ

Ключевые слова: разделение дисперсий, турбулентная миграция, коэффициент переноса, эффективность турбулентной сепарации.

Рассмотрено турбулентное движение жидкости с дисперсной фазой в гидроциклонах. Используется подход, когда турбулентное осаждение мелкодисперсной фазы представляется как разновидность диффузионного процесса. Получены выражения для определения скорости переноса частиц. Представлены результаты расчетов эффективности турбулентной сепарации гидроциклонов.

Keywords: separation of the dispersions, turbulent migration, transfer coefficients, turbulent separation efficiency.

The turbulent movement of the liquid with dispersed phase in hydrocyclone has been considered. Applied approach assumes presentation of turbulent sedimentation of the fine phase as a variety of diffusion process. Formulae for particle fluence rate determination were received. The results of calculations of the turbulent separation efficiency in hydrocyclone were presented.

Разделение двухфазных сред в гидроциклоне происходит, в основном, под действием центробежных сил. Если твердая фаза представлена различными по диаметру частицами, то эффективность рассчитывается по правилу аддитивности. Это следует из того, что принцип действия любого аппарата основан на использовании одного или нескольких механизмов, взвешенных в потоке дисперсных частиц. Влияние каждого из механизмов на общую эффективность сепарации зависит от размеров и плотности частиц, физических свойств среды и условий протекания процесса, и общая эффективность вычисляется по выражению:

$$\eta_{\Sigma} = 1 - \prod_i (1 - \eta_i), \quad (1)$$

где η_i – эффективность сепарации за счет i -го механизма.

Известно, что на разделяющую способность гидроциклона влияет явление, называемое турбулентная диффузия, которое возникает вследствие турбулентного режима течения жидкости в аппарате. Поэтому при разделении двухфазных сред в гидроциклоне также важной задачей является расчет эффективности турбулентной сепарации тонкодисперсной фазы.

В данной работе предложено определять эффективность турбулентной сепарации по модели идеального вытеснения:

$$\eta = 1 - \exp(-N), \quad (2)$$

где $N = \frac{\beta_d F}{Q}$ – число единиц переноса; β_d – коэффициент переноса дисперсной фазы, м/с; F – поверхность стенок гидроциклона, м²; Q – производительность гидроциклона, м³/с.

Выражение (2) хорошо согласуется с энергетической теорией пылеулавливания и вероятност-

но-стохастической моделью турбулентной миграции частиц [1, 2].

Для определения коэффициента переноса β_d рассмотрим теорию турбулентной миграции частиц [1 - 4].

Физическая основа появления миграции частиц в сторону стенки заключается в следующем: мелкая, легко увлекаемая турбулентной средой частица, в ходе движения среды совершает идентичное движение практически с тем же ускорением, что и среда. Перемещаясь по потоку, тонкодисперсная фаза на том или ином этапе своего движения достигает пристеночной области и, когда расстояние до стенки становится равным радиусу частицы, касается ее и осаждается на ней, если поверхность стенки удерживает частицы. В этой модели используются допущения: диаметр частиц d_p мал по сравнению с масштабом несущих их пульсационных вихрей; полидисперсность частиц учитывается пофракционно; при концентрации $C < 0,2$ кг/м³ частицы не соударяются и не коагулируются друг с другом.

В работе [3] сделана оценка размеров частиц, увлекаемых турбулентными пульсациями среды. Весь спектр осаждающихся частиц разделяется на три основные группы:

– I группа – частицы, полностью увлекаемые турбулентными пульсациями среды. Их диаметр должен удовлетворять условию:

$$d_p < 0,134 \sqrt{R \mu_{ж} / \rho_{ч} u_*}; \quad (3)$$

– II группа – частицы, обладающие некоторой инерционностью по отношению к увлечению турбулентными пульсациями:

$$0,134 \sqrt{R \mu_{ж} / \rho_{ч} u_*} < d_p < 13,4 \sqrt{R \mu_{ж} / \rho_{ч} u_*}; \quad (4)$$

– III группа – частицы, не увлекаемые турбулентными пульсациями среды, должна удовлетворять условию:

$$d_{\text{ч}} > 13,4 \sqrt{R \mu_{\text{ж}} / \rho_{\text{ч}} u_*}; \quad (5)$$

где R – радиус контактного устройства (гидроциклона), м; $\mu_{\text{ж}}$ – вязкость жидкости, Па·с; $\rho_{\text{ч}}$ – плотность частицы, кг/м³; u_* – динамическая скорость трения на стенке, м/с.

Динамическую скорость можно вычислить, используя среднюю скорость диссипации энергии $\bar{\varepsilon}$ по следующим формулам [5]:

$$u_* = \left(\frac{11,6 \chi \bar{\varepsilon} \nu}{\rho_{\text{ж}}} \right)^{0,25}, \quad (6)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\Delta p S u_{\text{вх}}}{V_{\text{ж}}}, \quad (7)$$

где $\chi = 0,4$ – константа Прандтля; ν – кинематическая вязкость жидкости, м²/с; $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости, кг/м³; Δp – гидравлическое сопротивление гидроциклона, Н/м²; S – площадь входного патрубка, м²; $u_{\text{вх}}$ – скорость потока во входном патрубке, м/с; $V_{\text{ж}}$ – объем жидкости в гидроциклоне, м³.

Известно, что перенос вещества может происходить как молекулярным путем, так и вследствие турбулентного обмена. Переносом с помощью молекулярного механизма в гидроциклоне можно пренебречь. Для доказательства последнего утверждения сделана оценка коэффициента броуновской диффузии с использованием данных для гидроциклона с диаметром 0,036 м [6] и размером частиц $d_{\text{ч}} = 2,98 \cdot 10^{-6}$ м.

Коэффициент броуновской диффузии по формуле Стокса-Эйнштейна:

$$D_{\text{бр}} = \frac{k_B T}{6 \pi \eta r} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{6 \cdot 3,14 \cdot 15,9 \cdot 10^{-3} \cdot 2,98 \cdot 10^{-6}} = 0,463 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2/\text{с}, \quad (8)$$

где k_B – константа Больцмана, Дж/К; T – абсолютная температура, К; $r = d_{\text{ч}}/2 = 2,98 \cdot 10^{-6}$ м – радиус частицы, м.

Число Шмидта:

$$Sc_{\text{бр}} = \frac{\nu}{D_{\text{бр}}} = \frac{18,1 \cdot 10^{-6}}{0,463 \cdot 10^{-14}} = 39,1 \cdot 10^8 \quad (9)$$

Толщина подслоя, в котором преобладает молекулярный перенос:

$$\delta_{\text{бр}} = \frac{\delta_1}{Sc_{\text{бр}}^{2/3}} = \frac{11,6 \nu}{u_* Sc_{\text{бр}}^{2/3}} = \frac{11,6 \cdot 18,1 \cdot 10^{-6}}{0,569 \cdot (39,1 \cdot 10^8)^{2/3}} = 1,49 \cdot 10^{-10} \text{ м}, \quad (10)$$

где δ_1 – толщина вязкого подслоя, м.

Диаметр минимальных улавливаемых частиц в гидроциклоне диаметром 0,036 м составляет $5,95 \cdot 10^{-6}$ м. Таким образом, диаметр минимальной частицы многократно превышает подслоя, в котором происходит

молекулярный перенос. Следовательно, молекулярной диффузией частиц можно пренебречь.

Мерой интенсивности осаждения частиц из турбулентного потока на стенках является скорость турбулентного осаждения частиц, под которой подразумевается количество частиц, осаждающихся из дисперсного потока на единицу поверхности стенок за единицу времени, отнесенной к концентрации частиц: $\beta_d = j/c$, где j – удельный поток частиц к стенке, кг/(м²/с); c – средняя концентрация частиц за пределами пристенного слоя, кг/м³. Так, например, в теории турбулентной миграции аэрозолей $\beta_d = u_t$ – скорость турбулентного осаждения, м/с.

Сопротивление переносу частиц запишем, используя двухслойную модель Прандтля [5]:

$$\frac{1}{\beta_d} = \int_0^{\delta_1} \frac{dy}{\nu} + \int_{\delta_1}^{y_\infty} \frac{dy}{D_d}, \quad (11)$$

где y – поперечная координата к стенке гидроциклона, м; D_d – коэффициент турбулентной диффузии частиц, м²/с. Известна связь $D_d = \frac{D_T}{1 + \omega_E \tau_p}$, где

D_T – коэффициент турбулентной диффузии среды без дисперсной фазы, м²/с; ω_E – угловая частота энергоёмких пульсаций: $\omega_E = \frac{u_*}{0,1R}$; τ_p – время

релаксации частицы: $\tau_p = \frac{\rho_{\text{ч}} d_{\text{ч}}^2}{18 \mu_{\text{ж}}}$. Произведение

$\omega_E \tau_p$ для частиц первой группы очень мало и не учитывается, так как в этом случае $\omega_E \tau_p \ll 1$ [3].

Коэффициент турбулентной диффузии для гидроциклона получен в виде [6] $D_T = 0,0112 \bar{V}_t r$, где $\bar{V}_t$ – окружная скорость жидкости, м/с; r – радиус.

После интегрирования (11) получим коэффициент переноса частиц:

$$\beta_d = \left(\frac{R_1}{u_*} + \frac{(1 + \omega_E \tau_p) \ln(R_\infty/R_1)}{0,0112 \bar{V}_t} \right)^{-1} = \frac{0,0112 \bar{V}_t u_* / (1 + \omega_E \tau_p)}{R_1 0,112 \bar{V}_t / (1 + \omega_E \tau_p) + u_* \ln(R_\infty/R_1)}, \quad (12)$$

где $R_\infty = u_* R / \nu$ – безразмерная координата, так как при расчете учитывается турбулентный перенос по всему радиусу гидроциклона R . Согласно двухслойной модели Прандтля: $R_1 = 11,6$.

Выражение (12) справедливо для частиц I и II группы.

Частицы III группы не увлекаются турбулентными пульсациями среды, и эффективность их удаления вычисляется по другим выражениям.

В частном случае с учетом толщины слоя осевших частиц на стенке гидроциклона уравнение (12) получит вид (при $R_1 > R_{OC}$):

$$\beta_d = \frac{0,0112 \bar{V}_t u_* / (1 + \omega_{Etp})}{(R_1 - R_{OC}) 0,112 \bar{V}_t / (1 + \omega_{Etp}) + u_* \ln(R_\infty / R_1)}, \quad (13)$$

где $R_{OC} = u_* h_{OC} / v$ – безразмерная толщина слоя осевшей дисперсной фазы; h_{OC} – толщина осевшего слоя частиц, м.

Из выражения (13) следует, что шероховатость поверхности гидроциклона, вызванная осевшей дисперсной фазой, повышает значение коэффициента (13) и эффективность разделения (2).

Выполнен расчет эффективности гидроциклона для частиц $d_{\text{ч}} < 6,0$ мкм. Для примера, приведенные в работе [7], получено [8]: перепад давления $\Delta p = 130783$ Н/м²; динамическая скорость $u_* = 0,475$ м/с; диссипация энергии 533130 Вт/м³; тангенциальная скорость $\bar{V}_t = 7,1$ м/с; безразмерная координата $R_\infty = 472$; коэффициент переноса дисперсной фазы $\beta_d = 0,0148$ м/с; число единиц переноса $N = 0,544$; эффективность разделения $\eta = 0,419$. По экспериментальным данным [7] частицы диаметром 5,26 мкм и плотностью $\rho_{\text{ч}} = 2800$ кг/м³ удаляются из нефти с эффективностью 42%. Таким образом, подтверждена адекватность рассмотренной математической модели и полученного уравнения (12).

Разработанная математическая модель используется в расчетах промышленных гидроциклонов нефтегазохимического комплекса [9].

Литература

1. Медников, Е.П. Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей. / Е.П. Медников. – М.: Наука, 1980. – 176 с.
2. Сугак, Е.В. Очистка газовых выбросов в аппаратах с интенсивными гидродинамическими режимами. – 2-е изд. / Е.В. Сугак, Н.А. Войнов, Н.А. Николаев. – Казань: «Отечество», 2009. – 224 с.
3. Лаптев А.Г., Башаров М.М., Фарахова А.И. Эффективность турбулентной сепарации мелкодисперсной фазы в тонкослойных отстойниках // Энергосбережение и водоподготовка, №5 (73), 2011. – С. 43-46.
4. Лаптев А.Г., Башаров М.М., Исхаков А.Р. Модель переноса мелкодисперсной фазы в турбулентных газовых средах // Вестник Казан. гос. технол. ун-та. – 2012. – №14. – С.96-99.
5. Лаптев, А.Г. Модели пограничного слоя и расчет тепломассообменных процессов. / А.Г. Лаптев. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2007. – 500 с.
6. Адельшин, А.Б. Энергия потока в процессах интенсификации очистки нефтесодержащих сточных вод. Ч.1: Гидроциклоны. / А.Б. Адельшин. – Казань: КГАСА, 1996. – 200с.
7. Мустафаев, А.М., Гидроциклоны в нефтедобывающей промышленности. / А.М. Мустафаев, Б.М. Гутман. – М.: Недра, 1981. – 260с.
8. Башаров, М.М. Устройство и расчет гидроциклонов: учеб. пособие. / М.М. Башаров, О.А. Сергеева; под общ. ред. А.Г. Лаптева. – Казань: Вестфалина, 2012. – 92с.
9. Лаптев А.Г., Фарахов М.И. Энергоэффективное оборудование разделения и очистки веществ в химической технологии // Вестник Казан. гос. технол. ун-та. – 2011. №9. С. 152-158