

Е. В. Тумаева

## ПОДОБИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ТОКОВ В СИНХРОННОМ ДВИГАТЕЛЕ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ НА БАЗЕ ТЕОРИИ ОБОБЩЕННОЙ МАШИНЫ

*Ключевые слова:* синхронный двигатель, обобщенная машина, оптимальное управление, установившийся режим, подобие оптимальных зависимостей токов.

*Решается задача оптимального управления токами в синхронном двигателе с электромагнитным возбуждением на базе теории обобщенной машины для установившегося режима работы. Оптимизация проводится по критерию минимума потерь. Устанавливаются свойства подобия зависимостей оптимальных значений токов от угловой скорости вращения при различных значениях момента.*

*Keywords:* synchronous motor, generalized machine, optimal control, steady-state regime, semblance of optimal currents dependence.

*The authors solve the problem of optimal currents control in synchronous motor with electro-magnetic excitation on the basis of generalized machine theory for a steady-state working regime. Optimization is carried out according to the criterion of loss minimum. Also the article establishes semblance properties of optimal currents values dependence on angular rotational speed at different moment values.*

Рассмотрим задачу оптимального управления токами в синхронном электродвигателе с электромагнитным возбуждением [1] с точки зрения теории ОМ, не учитывая насыщение магнитопровода.

Уравнения обобщенной машины, описывающие установившийся режим работы, имеют вид [2]:

$$u_d = Ri_d - \omega(w\Phi_q + L_{\sigma}i_q); \quad (1)$$

$$u_q = Ri_q + \omega(w\Phi_d + L_{\sigma}i_d); \quad (2)$$

$$u_f = R_f i_f; \quad (3)$$

$$0 = R_b i_{bd} - \omega(w\Phi_q + L_{b\sigma} i_{bq}); \quad (4)$$

$$0 = R_b i_{bq} + \omega(w\Phi_d + L_{b\sigma} i_{bd}); \quad (5)$$

$$M = p_n w [\Phi_d (i_q + i_{bq}) - \Phi_q (i_d + i_{bd})]; \quad (6)$$

$$\Phi_d = f_d(i_d, i_f, i_{bd}); \quad (7)$$

$$\Phi_q = f_q(i_q, i_{bq}). \quad (8)$$

Требуется найти токи  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $i_f$ , при которых суммарная мощность потерь во всех обмотках имеет минимальное значение.

$$P = R(i_d^2 + i_q^2) + R_f i_f^2 + R_b(i_{bd}^2 + i_{bq}^2) \quad \min \quad (9)$$

Не решая задачу оптимизации, выявим влияние значения электромагнитного момента  $M$  на зависимости оптимальных значений токов в функции от частоты вращения ротора:  $i_d = F_d(\omega)$ ;  $i_q = F_q(\omega)$ ;  $i_f = F_f(\omega)$ .

Согласно предположению о линейности магнитной системы примем, что компоненты магнитного потока  $\Phi_d$ ,  $\Phi_q$  являются линейными функциями от соответствующих токов.

Допустим, что электромагнитному моменту  $M^0$  соответствуют оптимальные токи  $i_d^0$ ,  $i_q^0$ ,  $i_f^0$ . Рассмотрим новую задачу оптимизации при  $M^* = \gamma^2 M^0$ . Определим новые оптимальные токи равенствами:

$$i_d^* = \gamma \bar{i}_d; \quad (10)$$

$$i_q^* = \gamma \bar{i}_q; \quad (11)$$

$$i_f^* = \gamma \bar{i}_f. \quad (12)$$

Подставляя эти токи в равенства (4) - (8), приходим к выводу, что оптимальные вихревые токи  $i_{bd}^*$ ,  $i_{bq}^*$  и магнитные потоки  $\Phi_d^*$ ,  $\Phi_q^*$  удовлетворяют равенствам:

$$i_{bd}^* = \gamma \bar{i}_{bd}; \quad (13)$$

$$i_{bq}^* = \gamma \bar{i}_{bq}; \quad (14)$$

$$\Phi_d^* = \gamma \bar{\Phi}_d; \quad (15)$$

$$\Phi_q^* = \gamma \bar{\Phi}_q. \quad (16)$$

Подставляя эти выражения в формулы (1) и (2), приходим к выводу, что после сокращения на множитель  $\gamma$  и  $\gamma^2$  получилась первоначальная задача, т.е. в случае единственности ее решения справедливы равенства:

$$i_d^0 = \bar{i}_d; \quad i_q^0 = \bar{i}_q; \quad i_f^0 = \bar{i}_f.$$

Отсюда следует, что моменту  $M^* = \gamma^2 M^0$  соответствуют оптимальные токи

$$i_d^* = \gamma i_d^0; \quad (17)$$

$$i_q^* = \gamma i_q^0; \quad (18)$$

$$i_f^* = \gamma i_f^0. \quad (19)$$

Пусть  $M^0 = \bar{M}$ ,  $\bar{M} > 0$ , тогда:

$$i_d = \bar{i}_d; \quad i_q = -\bar{i}_q; \quad i_{bd} = \bar{i}_{bd}; \quad i_{bq} = -\bar{i}_{bq};$$

$$\Phi_d = \bar{\Phi}_d; \quad \Phi_q = \bar{\Phi}_q; \quad \omega = \bar{\omega}.$$

В этом случае задача оптимизации примет вид [3]:

$$0 = R_b \bar{i}_{bd} - \bar{\omega}(w\bar{\Phi}_q + L_{b\sigma} \bar{i}_{bq}); \quad (20)$$

$$0 = R_b \bar{i}_{bq} - \bar{\omega}(w\bar{\Phi}_d + L_{b\sigma} \bar{i}_{bd}); \quad (21)$$

$$\bar{M} = p_n w [\bar{\Phi}_q (\bar{i}_d + \bar{i}_{bd}) - \bar{\Phi}_d (\bar{i}_q + \bar{i}_{bq})]; \quad (22)$$

$$R(\bar{i}_d^2 + \bar{i}_q^2) + R_f \bar{i}_f^2 + R_b(\bar{i}_{bd}^2 + \bar{i}_{bq}^2) \quad \min. \quad (23)$$

Домножая равенства (21), (22) на (-1), получаем задачу с положительным моментом и скоростью  $\bar{\omega} = -\omega$ :

$$0 = R_b \bar{i}_{bd} - \bar{\omega}(w\bar{\Phi}_q + L_{b\sigma} \bar{i}_{bq}); \quad (24)$$

$$0 = R_b \bar{i}_{bq} + \bar{\omega} (w \bar{\Phi}_d + L_{b\sigma} \bar{i}_{bd}); \quad (25)$$

$$\bar{M} = p_n w [\bar{\Phi}_q (\bar{i}_d + \bar{i}_{bd}) - \bar{\Phi}_d (\bar{i}_q + \bar{i}_{bq})]; \quad (26)$$

$$R(\bar{i}_d^2 + \bar{i}_q^2) + R_f \bar{i}_f^2 + R_b (\bar{i}_{bd}^2 + \bar{i}_{bq}^2) \rightarrow \min. \quad (27)$$

Таким образом, при отрицательном моменте  $M^0$  следует:

- 1) изменить знак угловой скорости вращения:  $\omega_s = \omega \text{sign}(M^0)$ ;
- 2) заменить момент  $M^0$  на его модуль;
- 3) найти оптимальные значения токов  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $i_f$ ;
- 4) изменить знак тока  $i_q$ .

Решение задачи оптимизации градиентным методом позволило получить зависимости токов от угловой скорости вращения при различных значениях моментов. Параметры двигателя при моделировании имели следующие значения:  $R = 0,35 \text{ Ом}$ ;  $p_n = 2$ ;  $R_f = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_b = 265 \text{ Ом}$ ;  $L_b = 0,049 \text{ Гн}$ ;  $M = 23 \text{ Нм}$ ;  $w = 126$ ;  $w_f = 82$ ;  $\Phi_d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$ ;  $\Phi_q = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$ .

Зависимости оптимальных токов при различных положительных моментах представлены на рис. 1 – 3.

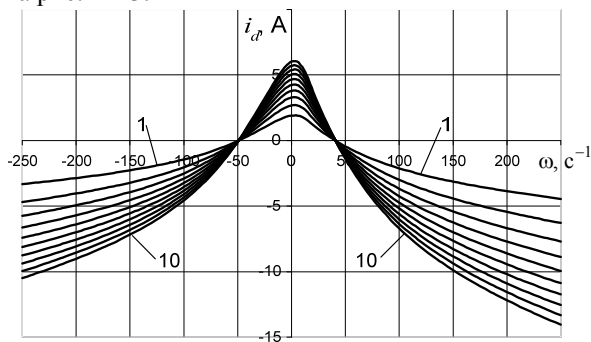


Рис. 1 - Зависимости тока  $i_d$  от частоты вращения: 1 –  $M = 0,1 M_n$ ; ...; 10 –  $M = M_n$

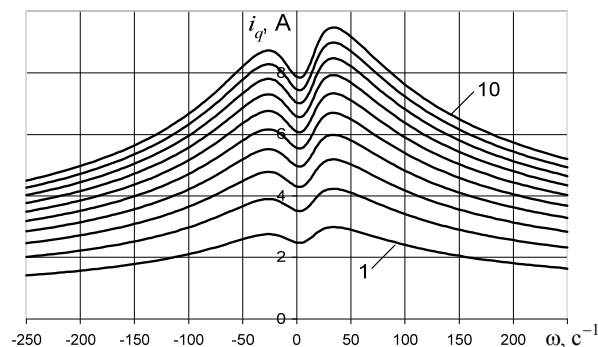


Рис. 2 - Зависимости тока  $i_q$  от частоты вращения: 1 –  $M = 0,1 M_n$ ; ...; 10 –  $M = M_n$

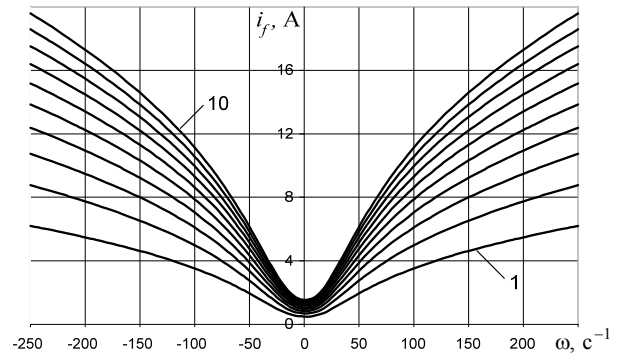


Рис. 3 - Зависимости тока  $i_f$  от частоты вращения: 1 –  $M = 0,1 M_n$ ; ...; 10 –  $M = M_n$

## Выводы

Анализируя кривые, представленные на рис.1 – 3, а также кривые, полученные при отрицательном моменте, можно сделать следующие выводы:

1. кривые токов при различных значениях момента подобны;
2. зависимости тока  $i_d$  от частоты вращения при различных знаках момента симметричны относительно оси ординат;
3. зависимости тока  $i_q$  от частоты вращения при различных знаках момента симметричны относительно начала координат;
4. зависимости тока  $i_f$  от частоты вращения при различных знаках момента совпадают.

## Литература

1. Тумаева Е.В., Попов А.В. Вестник Казанского технол. ун-та. 15, 15, 200-201 (2012).
2. Тумаева Е.В., Попов А.В. Вестник Казанского технол. ун-та. 46, 19, 86-91 (2011).
3. Тумаева Е.В., Афанасьев А.Ю., Амирова С.С. «МГОУ-XXI-новые технологии», 2, 36-39 (2005).